সেট ও ফাংশন

LECTURE SHEET

■ **সেট (Set):** বাস্তব জগত বা চিন্তা জগতের বস্তুর যেকোনো সুনির্ধারিত সংগ্রহকে সেট বলা হয়। সেটকে সাধারণত ইংরেজি বড় অক্ষ A, B, C, D, X, Y ইত্যাদি এবং সেটের সদস্যকে ছোট অক্ষ a, b, c, d, x, y ইত্যাদি দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

■ **সার্বিক সেট (Universal set) :** নির্দিষ্ট সেটের আলোচনাধীন সকল সেটের সেটকে সার্বিক সেট বলা হয়। সার্বিক সেটকে U বা S দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

■ **উপসেট (Subset) :** $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ এবং $C = \{1, 2, 3, 4\}$ সেট তিনটি বিবেচনা করলে দেখা যায় B সেটের প্রতিটি উপাদান A সেটে বিদ্যমান সুতরাং B সেটকে A সেটের উপসেট বলা হয় এবং লেখা হয় $B \subseteq A$.

■ **প্রকৃত উপসেট (Proper Subset) :** A সেটের প্রত্যেক উপাদান যদি B সেটে বিদ্যমান থাকে এবং B সেটে অন্তত একটি উপাদান থাকে যা A সেটে নেই, তবে A কে B এর প্রকৃত উপসেট বলে।

■ **ফাঁকা সেট (Empty set) :** যে সেটের উপাদান সংখ্যা শূন্য বা কোনো উপাদান নেই তাকে ফাঁকা সেট বলে। এই সেটকে $\{\ \}$ বা $\varnothing$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

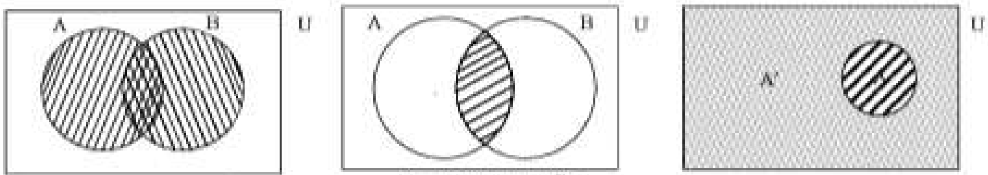
■ **সেটের সমতা (Equality of sets) :** দুইটি সেটের উপাদান একই হলে সেট দুইটিকে সমান বলা হয় এবং = চিহ্ন দিয়ে সমতা বোঝানো হয়।

■ **সেটের অন্তর (Difference of sets):** $A \setminus B$ কে A বাদ B সেট বলা হয়। B এর সকল উপাদান বর্জন করে A এর অন্য উপাদান নিয়ে $A \setminus B$ গঠন করা হয়।

■ **পূরক সেট (Complementary set) :** যদি A সেট সার্বিক সেট U এর একটি উপসেট হয় তবে A এর উপাদানগুলো বাদে সার্বিক সেটের অন্য সকল উপাদান নিয়ে গঠিত সেটকে A এর পূরক সেট বলে। A এর পূরক সেটকে A' বা A^c দ্বারা সূচিত করা হয়।

■ **শক্তি সেট (Power set) :** A সেটের সকল উপসেটের সেটকে A এর শক্তি সেট বলা হয় এবং P(A) দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

■ **ভেনচিত্র (Venn Diagram):** কোনো সেটের একাধিক উপসেটের মধ্যে সম্পর্ক নির্দেশ করতে যে জ্যামিতিক চিত্র ব্যবহার করা হয় তাকে ভেনচিত্র বলে। বিভিন্ন আকারের জ্যামিতিক চিত্র যেমন : আয়তকার ক্ষেত্র, বৃত্তাকার ক্ষেত্র ইত্যাদি ক্ষেত্র ব্যবহার করা হয়।



$A \cup B$ হলো গাঢ় অংশটুকু $A \cap B$ হলো গাঢ় অংশটুকু

■ **সেটের সংযোগ (Union of sets) :** দুই বা ততোধিক সেটের সকল উপাদান নিয়ে গঠিত সেটকে সংযোগ সেট বলে। A ও B এর সংযোগ সেট $A \cup B$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

■ **সেটের ছেদ (Intersection of sets) :** দুই বা ততোধিক সেটের সাধারণ উপাদান নিয়ে গঠিত সেটকে ছেদ সেট বলে। A ও B এর ছেদ সেটকে $A \cap B$ দ্বারা প্রকাশ করা হয় এবং পড়া হয় A ছেদ B বা A intersection B.

■ **নিশ্ছেদ সেট (Disjoint set) :** দুইটি সেটের কোনো সাধারণ উপাদান না থাকলে, তাদেরকে নিশ্ছেদ সেট বলে।

■ **এক–এক মিল (One–One Correspondence) :** যদি A সেটের প্রতিটি উপাদানের সাথে B সেটের একটি ও কেবল একটি উপাদান এবং B সেটের প্রতিটি উপাদানের সাথে A

সেটের একটি ও কেবল একটি উপাদানের মিল স্থাপন করা হয়, তবে তাকে A ও B সেটের মধ্যে একটি এক-এক মিল বলা হয়।

■ **সমতুল সেট (Equivelent set) :** যেকোনো সেট A ও B এর মধ্যে যদি একটি এক-এক মিল $A \leftrightarrow B$ বর্ণনা করা যায়, তবে A ও B-কে সমতুল সেট বলা হয়। A ও B সেট সমতুল বোঝাতে অনেক সময় $A \sim B$ প্রতীক লেখা হয়।

এ অধ্যায়ে ব্যবহৃত বিভিন্ন প্রতীক চিহ্নসমূহ :

প্রতীক	ইংরেজি	বাংলায় (যা বুঝায়)	উদাহরণ
$\cup$	Union	সংযোগ	$A \cup B$
$\cap$	Intersection	ছেদ	$A \cap B$
$\subset$	Proper subset	প্রকৃত উপসেট	$A \subset B$
$\subseteq$	Subset	উপসেট	$A \subseteq B$
$\not\subset$	not subset	উপসেট নয়	$A \not\subset B$
$\in$	Belongs to	উপাদান/সদস্য	$x \in A$
$\notin$	not belongs to	ইহাতে অন্তর্ভুক্ত নয়	$x \notin A$
$\varnothing$	null set	ফাঁকা সেট	$\varnothing = \{\ \}$
$'$	Prime	পূরক সেট	$A' = \{ x \in U$ এবং $x \notin A\}$
:	such that	যেন	$A = \{ x : x \in R\}$

■ **সেটের সূত্র :**

(i) A ও B শান্ত সেট হলে $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

(ii) A, B ও C নিশ্ছেদ সেট হলে

● $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$ [$\because A \cap B = 0$]

● $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C)$

(iii) A, B ও C যেকোনো সেটের জন্য :

(iv) $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$

(v) $n(A) = n(U) - n(A)$

■ **অন্বয় (Relation) :** X ও Y সেট হলে তাদের কার্তেসীয় গুণজ সেট $X \times Y$ এর কোনো উপসেটকে X হতে Y এর একটি অন্বয় বলা হয়। অর্থাৎ $R \subseteq X \times Y$ হলো X হতে Y এ বর্ণিত অন্বয়।

■ **ফাংশন (Function) :** প্রত্যেকটি ফাংশনই এক একটি অন্বয়। যদি কোনো অন্বয়ে একই প্রথম উপাদানবিশিষ্ট দুইটি ভিন্ন ক্রমজোড় না থাকে, তবে ঐ অন্বয়কে ফাংশন বলা হয়। যেমন : $S = \{(2, 2) (2, 4) (2, 10) (5, 10) (7, 7)\}$ অন্বয়টি একটি ফাংশন। এর সদস্য ক্রমজোড়গুলোর প্রথম উপাদান ভিন্ন ভিন্ন।

■ **ডোমেন ও রেঞ্জ :** ফাংশনের S এর অন্তর্ভুক্ত ক্রমজোড়গুলোর উপাদানসমূহের সেটকে S এর ডোমেন এবং দ্বিতীয় উপাদানসমূহকে S এর রেঞ্জ বলে। S এর ডোমেনকে ডোম S এবং রেঞ্জকে রেঞ্জ S লিখে প্রকাশ করা হয়।

■ **এক–এক ফাংশন :** যদি কোনো ফাংশনের অধীনে এর ডোমেনের ভিন্ন ভিন্ন সদস্যের ছবি সর্বদা ভিন্ন হয় তবে ফাংশনটিকে এক–এক ফাংশন বলা হয়।

ফাংশন বলা হবে যদি $f(x_1) = f(x_2)$ হয়।

বা, $x_1 = x_2$ যেখানে $x_1, x_2 \in A$ একটি ফাংশন $f : A \rightarrow B$ কে এক–এক ফাংশন বলা হয়।

■ **সার্বিক ফাংশন অথবা অনটু ফাংশন (Onto Function) :** একটি ফাংশন $f : A \rightarrow B$-কে সার্বিক ফাংশন অথবা অনটু ফাংশন বলা হবে যদি প্রত্যেক $b \in B$ এর জন্য একটি $a \in A$ পাওয়া যায় যেন $f(a) = b$ হয়।

■ **বিপরীত ফাংশন (Inverse Function) :** যদি $f: A \to B$ একটি এক–এক ফাংশন এবং অনটু ফাংশন হয় তাহলে একটি ফাংশন $f^{-1}: B \to A$ বিদ্যমান আছে যেখানে প্রত্যেক $b \in B$ এর একটি অনন্য $f^{-1}(b) \in A$ বিদ্যমান। তবে f^{-1} কে f এর বিপরীত ফাংশন বলা হয়।

ফাংশনের সূত্র :

(i) ফাংশন $f: A \to B$ (v) বৃত্তের সমীকরণ, $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$

(ii) বিপরীত ফাংশন $f^{-1}: B \to A$ (vi) সরলরৈখিক ফাংশনের লেখচিত্র সর্বদা সরলরেখা

(iii) সরলরৈখিক ফাংশন $f(x) = mx + b$ (vii) দ্বিঘাত ফাংশনের লেখচিত্র বক্ররেখা

(iv) দ্বিঘাত ফাংশন $y = ax^2 + bx + c$ (viii) বৃত্তের লেখচিত্র বৃত্তাকার পথ