

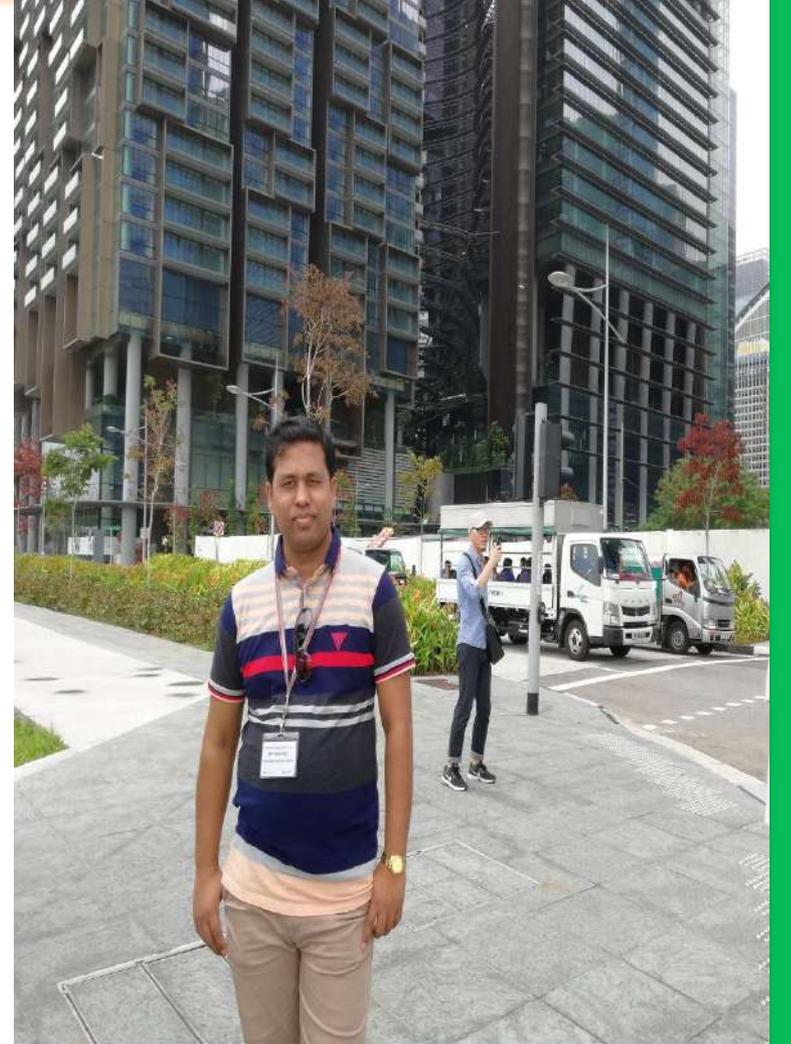


WELCOME



শিক্ষক পরিচিতি

মোঃ রাসেল মিয়া
ইন্সট্রাক্টর (নন-টেক)গণিত
রংপুর পলিটেকনিক ইনস্টিটিউট



পাঠ পরিচিতি

বিষয়: গণিত-২

বিষয় কোড: ২৫৯২১

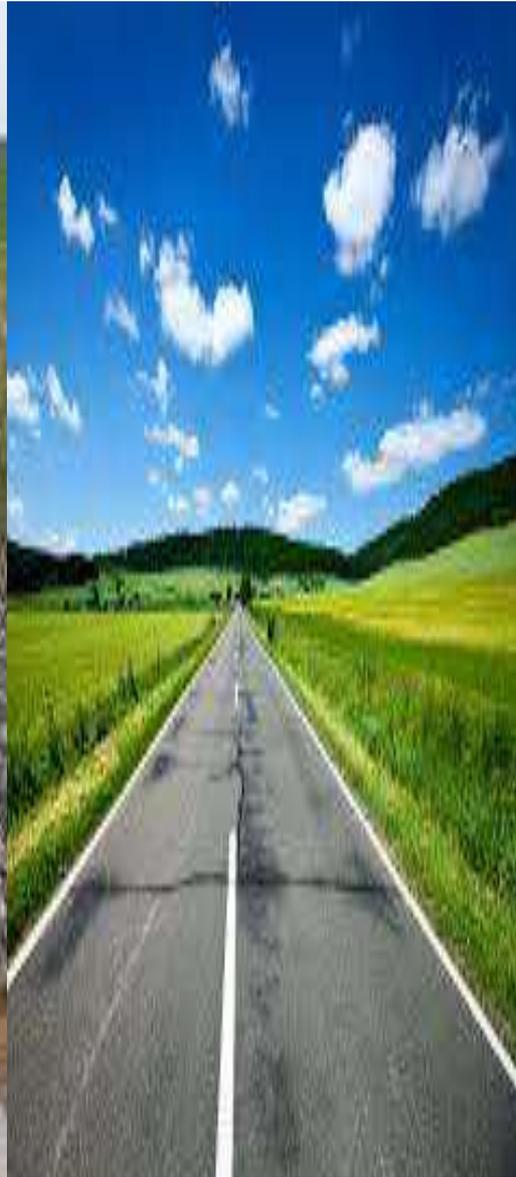
শ্রেণি: দ্বিতীয় পর্ব

অধ্যায়ের নাম: সীমা বা লিমিট

টেকনোলজি: সকল

সময়: ২ ঘন্টা

ছবি গুলো দেখে তোমাদের কী মনে হচ্ছে...





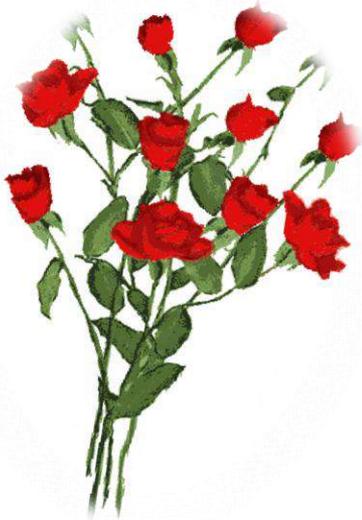
দেখি তোমাদের মধ্যে কে কে বলতে পারো যে ১.৯, ১.৯৯, ১.৯৯৯, ১.৯৯৯৯,.....এভাবে অগ্রসর হয়ে ২.০০ এর পূর্বের শেষ মানটি কত ...?

এবং

২.১, ২.০১, ২.০০১, ২.০০০১.....
এভাবে অগ্রসর হয়ে ২.০০ এর পরের শেষ মানটি কত হবে ?

তাহলে আজকের পার্ট

লিমিট



$$\frac{\text{Blue Circle}}{\text{Blue Circle}} = \text{Blue Box with ?}$$

শিখনফল

এ পাঠ শেষে শিক্ষার্থীরা ...

➤ লিমিট কি তা বলতে পারবে।

➤ লিমিটের সাহায্যে কোন ফাংশনের মান বের করতে পারবে।

➤ বিভিন্ন সূত্রের প্রয়োগ করে গাণিতিক সমস্যার সমাধান করতে পারবে।

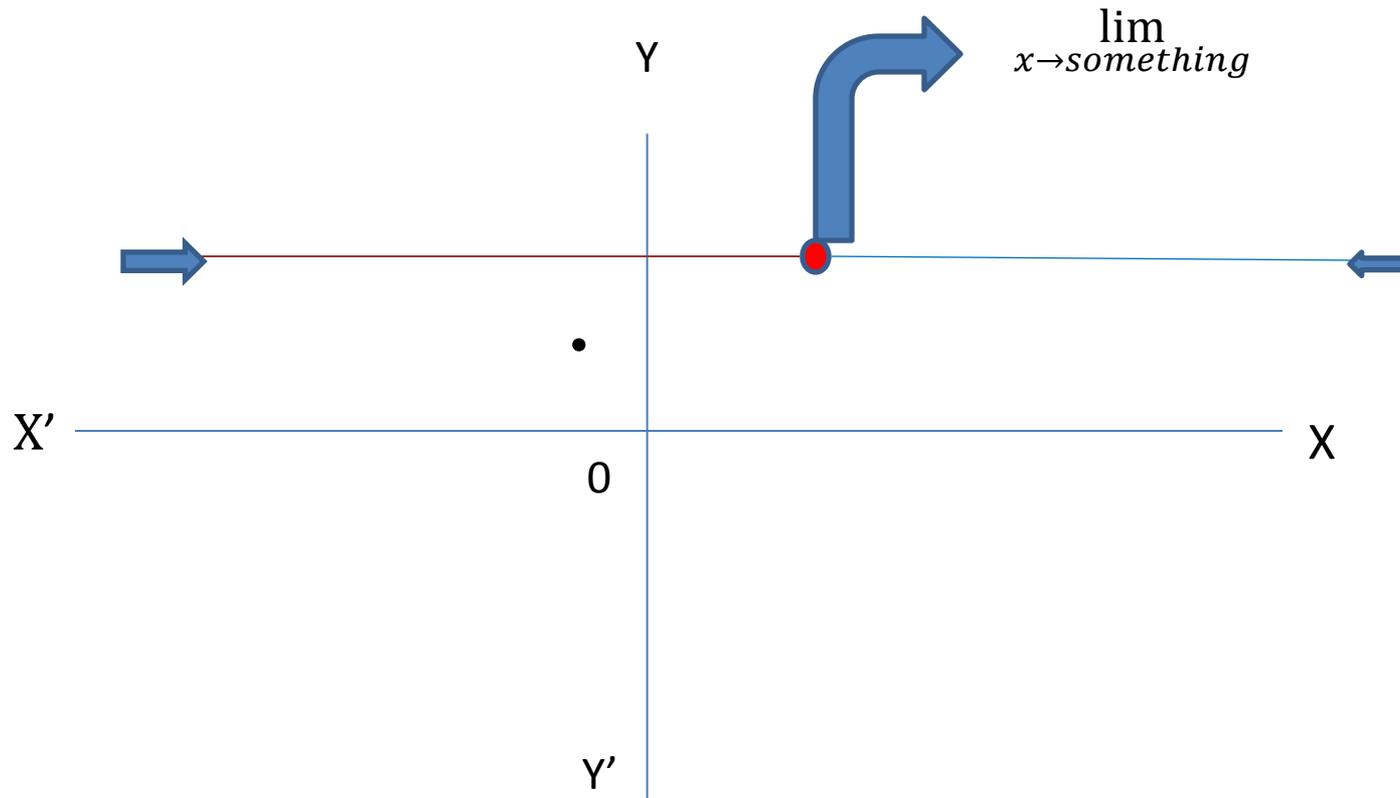
ক্যালকুলাস জানার জন্য একটা প্রয়োজনীয় বিষয় জেনে নিতে হবে যার নাম লিমিট। লিমিট আবার কি—সীমা। কিছু কিছু ফাংশন আছে যা আমাদের ঝামেলায় ফেলে দেয় আমরা বুঝতে পারি মান কত হবে কিন্তু জোর দিয়ে বরতে পারি না সেই ঝামেলা থেকে মুক্তি দিতেই লিমিটের উদ্ভব।

ফাংশনটি দেখি $f(x) = \frac{x-1}{x-1} = 1, x \neq 1$

কিন্তু $x=1$ হলে $f(x) = \frac{1-1}{1-1} = \frac{0}{0}$ (Undefined)

এই সমস্যার সমাধানের অর্থাৎ $\frac{0}{0}$ (Undefined) সমস্যার সমাধানের জন্য লিমিট দরকার।

আমরা তো সরাসরি 0 দিয়ে কিছুকে ভাগ করতে পারি না, তাই একটা বিকল্প পদ্ধতি বের করবার চেষ্টা করব।

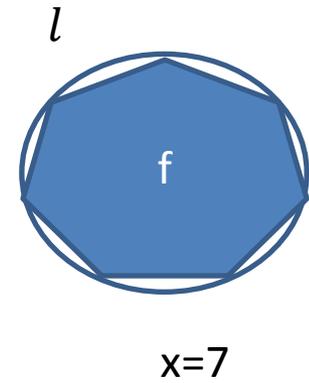
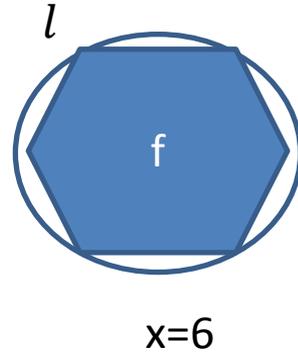
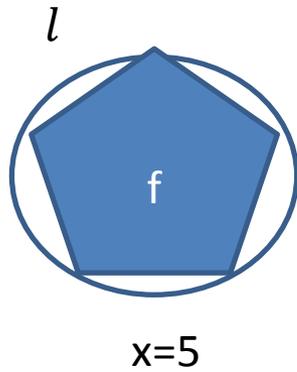
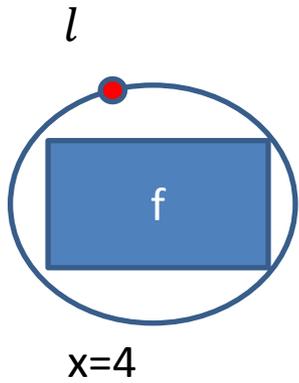


$\lim_{x \rightarrow 0}$ এইটাকে পড়া হয় limit x tends to or limit x aprocies to 0

অর্থাৎ এইটার মান 0 নয় কিন্তু 0 এর খুবই কাছাকাছি মান এত এত কাছাকাছি যা

কল্পনাও কষ্ট। এখন $f(x) = \frac{x-1}{x-1}$ এই ফাংশনকে যদি $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x-1}{x-1}$ এইভাবে লিমিট

দিয়ে লিখি তবেই মান পাওয়া যাবে।



$x=\infty, f \rightarrow l$ এর মান ক্রমশ l এর দিকে অগ্রসর হচ্ছে।

$\lim_{x \rightarrow \text{no of circle}} \text{area of polygon} = \text{area of circle}$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = l$$

আমরা এখন বলতে পারি যে, x এর মান যদি a এর নিকটবর্তী হওয়ায় $f(x)$ এর মান l এর নিকটবর্তী হয় তাহলে l কে $f(x)$ এর সীমা বলে। $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$

লিমিট বা সীমা

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 9}{x - 3} = ?$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{x-1}}{x}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = l$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^x - 3^{-x}}{3^x + 3^{-x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$$



$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$$

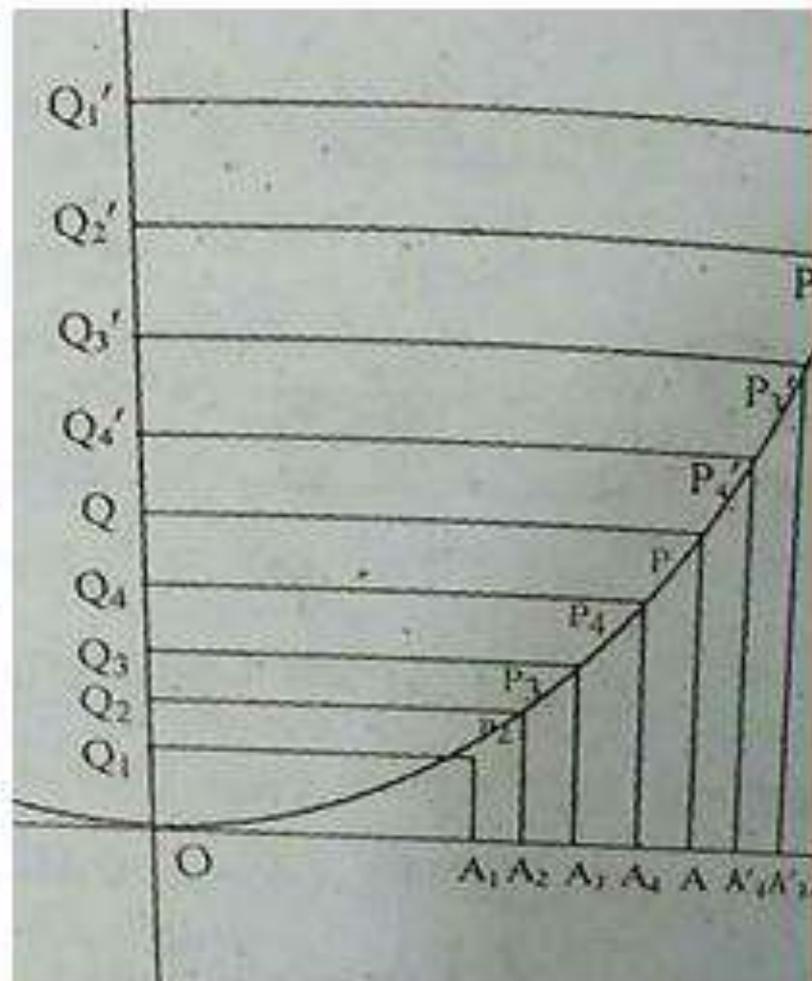
এব সীমাস্থ মান নির্ণয়

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3} &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)}{(x-3)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} (x + 3) = 3 + 3 = 6 \end{aligned}$$

Example: $f(x) = x^2$

গ্রাফে x এর নিকটবর্তী মান সমূহের জন্য $f(x)$ এর মান সমূহ লক্ষ্য কর।

$\downarrow X \rightarrow$	4	$\downarrow F(x) \rightarrow$	16
3.9		15.21	
3.99		15.9201	
3.999		15.99200	
		1	
	4	16	
4.001		16.00800	
		1	
4.01		16.0801	
4.1		16.81	



* উদাহরণ: $f(x) = 3x - 1$ দেখো x এর 2 এর নিকটবর্তী মানের জন্য $f(x)$ যে মান পাওয়া যায়।

x	0.9	0.99	0.999	2	1.001	1.01	1.1
$f(x)$	1.7	1.97	1.997	?	2.003	2.03	2.3

দেখাগেল যে যখন X এর মান বৃদ্ধি পেয়ে এর দিকে তখন $f(X)$ এর মান বৃদ্ধি পেয়ে হয়।

$$\lim_{x \rightarrow 1} (3x - 1) = 2 = f(1)$$

উদাহরণ -২: $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$

দেখো x এর 2 এর নিকটবর্তী মানের জন্য $f(x)$ যে মান পাওয়া যায়।

যদি $x=2$ হয় তবে $f(x)$ অসংঘািত। যদি তুমি এর গ্রাফ আঁক তবে দেখবে যে.....।

x	1.5	1.9	1.99	1.999	2	2.001	2.01	2.1	2.5
f(x)	3.5	3.9	3.99	3.999	?	4.001	4.01	4.1	4.5

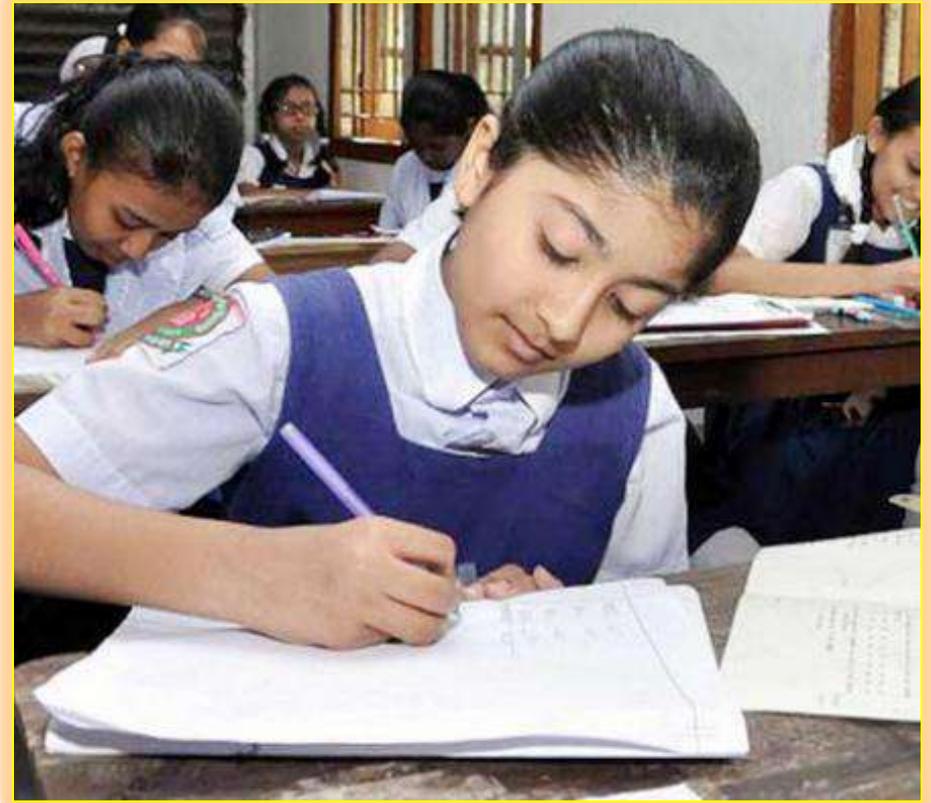
$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 2} = \frac{0}{0} = \text{Undefined.}$$

$$\text{But, } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 2)(x - 2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x + 2) = 2 + 2 = 4$$

একক কাজ

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$$

সীমার মান নির্ণয় কর



সমস্যা

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a - \sqrt{a^2 - x^2}}{x^2}$$

সীমার মান নির্ণয় কর।

সমস্যাটি সমাধানের জন্য আমরা বোর্ড ব্যবহার করব

সমস্যা

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 7x}{3x^2}$$

সীমার মান নির্ণয় কর।

সমস্যাটি সমাধানের জন্য আমরা বোর্ড ব্যবহার করব

দলীয় কাজ

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 7x - \cos 9x}{\cos 3x - \cos 5x}$$



সীমার মান নির্ণয় কর।

সমস্যা

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$$

সীমার মান নির্ণয় কর।

সমস্যাটি সমাধানের জন্য আমরা বোর্ড ব্যবহার করব

সমস্যা

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\cos x}$$

সীমার মান নির্ণয় কর।

সমস্যাটি সমাধানের জন্য আমরা বোর্ড ব্যবহার করব

মূল্যায়ন

১। লিমিট কাকে বলে?

২। $\lim_{5x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{5x} = \text{কত?}$

বাড়ীর কাজ:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin^2 2x}$$

সীমার মান নির্ণয় কর।

ধন্যবাদ

