গণপ্রজাতন্ত্রী বাংলাদেশ সরকার

বিষয়ঃ সার্ভেয়িং-৩

বিষয় কোডঃ ২৬৪৫৩

উপস্থাপনায়ঃ

মাহামুদুল হাসান

জুনিয়র ইনস্ট্রাক্টর (সিভিল)

রংপুর পলিটেকনিক ইনস্টিটিউট

অধ্যায়–১

বাঁক ও বাঁক সংস্থাপনের ধারণা

আলোচ্য বিষয়সমূহ

- বাঁক ও বাঁক সংস্থাপনের সংজ্ঞা
- বাঁকের শ্রেণিবিভাগ
- নামকরণসহ বৃত্তাকার বাক
- বৃত্তাকার বাঁকের ব্যাসার্ধ নির্ণয়ের সূত্র
- সরল বাকের বিভিন্ন অঙ্গ নিরূপণের সূত্র
- বাঁক সংস্থাপনের বিভিন্ন পদ্ধতির প্রকারভেদ
- প্রতিসরণ কোণ মাপার প্রক্রিয়া
- খুঁটি ব্যবধান

বাঁক

- কৌণিকভাবে মিলিত দুটি সরল রেখাকে যে বৃত্তাকার বা অধিবৃত্তাকার চাপে সংযোগ দিলে রেখা দুটি যথাক্রমে চাপের প্রারম্ভ ও সমাপ্তি বিন্দুতে স্পর্শক হয়, তাকে বাঁক বলে।

বাঁকের শ্রেণিবিভাগ

বাঁক প্রধানত দু'প্রকার, যথা-

- ১। বৃত্তাকার বাক,
- ২। অধিবৃত্তাকার বাঁক।

বৃত্তাকার বাঁক ঃ এক বা একাধিক বৃত্তের চাপে কৌণিকভাবে মিলিত দুটি সরল রেখাকে সংযোগ করলে যদি সরল রেখা দুটি সংযোগ বিন্দুদ্বয়ে স্পর্শক হয়, তবে ঐ সংযোগে অংশকে বৃত্তাকার বাঁক বলা হয়।

অধিবৃত্তাকার বাঁক যে বাক কোনো অধিবৃত্ত (**hyperbola**) এর অংশবিশেষ অনুসরণ করে, তাকে অধিবৃত্তাকার বাক বলে।

বাঁকের প্রয়োজনীয়তা

- কৌণিকভাবে মিলিত দু' রাস্ড়ার সংযোগস্থলে হঠাৎ দিক পরিবর্তনজনিত অসুবিধা দূরীকরণকল্পে সহজে দিক পরিবর্তনের জন্য বাঁকের প্রয়োজন হয়।
- রাস্তায় দিক পরিবর্তনে যাত্রীদের আরামপ্রদ ভ্রমণ ও নিরাপত্তা বিধানের জন্য বাঁকের প্রয়োজন হয়।
- রাস্তার দিক পরিবর্তনে যানবাহনকে দুর্ঘটনার হাত হতে রক্ষাকরণের জন্য বাকের প্রয়োজন হয়।
- খালের পাড়কে ক্ষয়ের হাত হতে রক্ষার জন্য বাঁকের প্রয়োজন হয়।
- দুই অনুভূমিক তলের দুটি রাস্তাকে সহজ সংযোগ দেয়ার জন্য বাঁকের প্রয়োজন হয়।

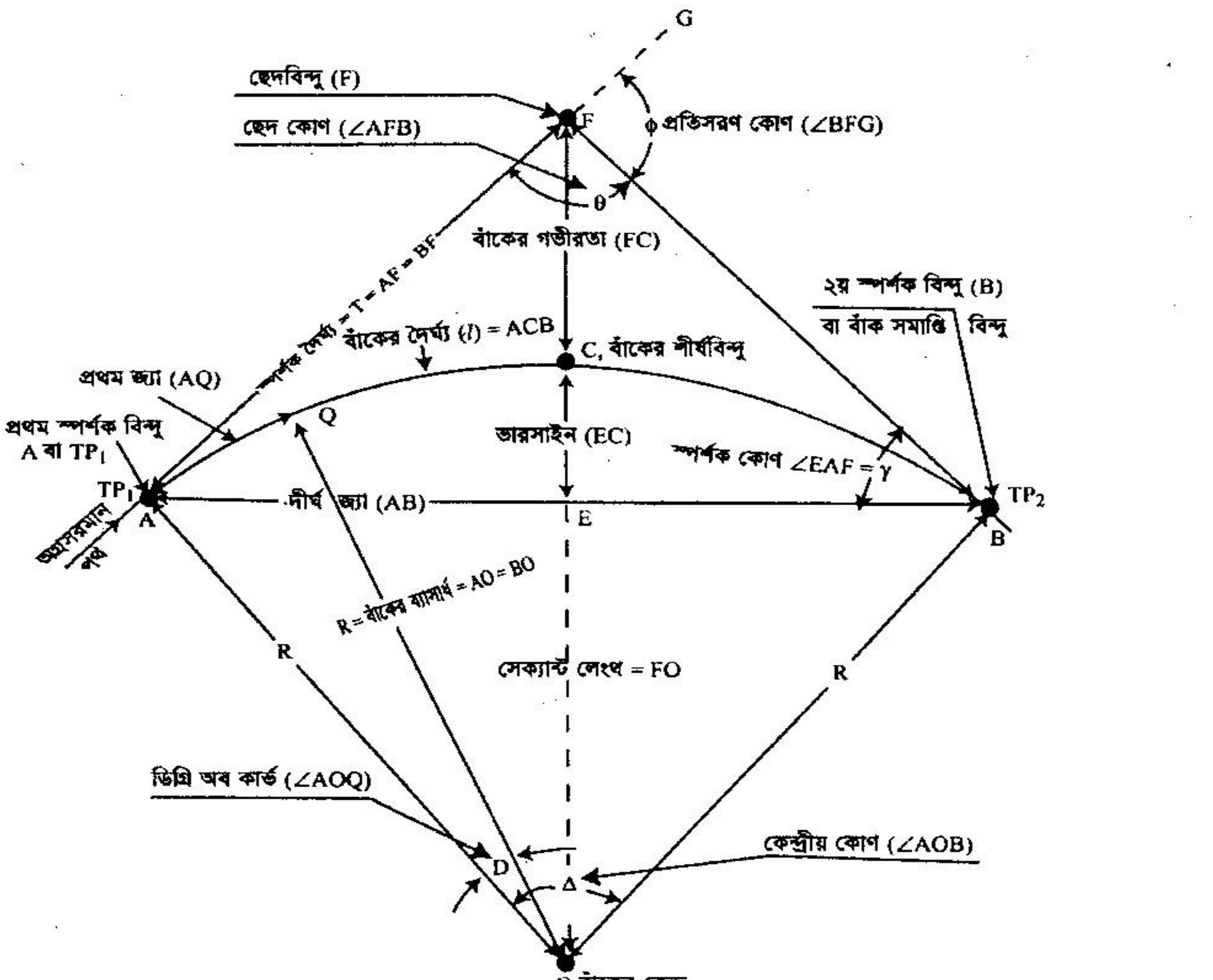
বৃত্তাকার বাঁকের শ্রেণিবিভাগ

- বৃত্তাকার বাঁক তিন প্রকার, যথা- (১) সরল বাক (২) যৌগিক বাক (৩) বিপরীত বাক বা S-বাঁক।
- সরল বাঁক ঃ কৌণিকভাবে ছেদ করা দুটি সরল রেখাকে একটি বৃত্তচাপ দ্বারা সংযোজিত করা বাঁককে সরল বাক বলা হয়।
- যৌগিক বাক ঃ সাধারণ স্পর্শকের একই দিকে অবস্থিত দুটি ভিন্ন ব্যাসার্ধের বৃত্তচাপের মাধ্যমে গঠিত একই দিকে বাঁকানো বাঁককে যৌগিক বাক বলা হয়।
- বিপরীত বাঁক বা S-বাঁক ঃ সাধারণ স্পর্শকের বিপরীত দিকে অবস্থিত দুটি সমান বা ভিন্ন ব্যাসার্ধের বিপরীতমুখী চাপের মাধ্যামে গঠিত বাঁককে বিপরীত বাক বা S-বাঁক বলা হয়।

বাঁকের ডিগ্রি বা ডিগ্রি অব কার্ভ

- **বাঁকের ডিগ্রি বা ডিগ্রি অব কার্ভ** ঃ বাকের ৩০ মিটার জ্যা কেন্দ্রে যত ডিগ্রি কোণ উৎপন্ন করে, তাকে বাঁকের ডিগ্রি বা ডিগ্রি অব কার্ভ বলা হয়। যদি বাঁকের ৩০ মিটার জ্যা কেন্দ্রে ১০^{0} কোণ উৎপন্ন করে তবে তাকে ১০^{0} কার্ভ বলা হবে।
- **বাঁকের নামকরণ** ঃ বাকের নামকরণ বা বাকের বক্রতার মাত্রা দু'ভাবে প্রকাশ করা হয়, যথা- (১) ডিগ্রিতে ও (২) ব্যাসার্ধে।

বৃত্তাকার বাঁকের বিভিন্নাংশের নাম



বৃত্তাকার বাঁকের বিভিন্নাংশের নাম

বাঁকের ব্যাসার্ধ ও বাঁকের ডিগ্রি এর মধ্যে সম্পর্ক

বৃত্তের কেন্দ্রীয় কোণ ঃ জ্যা এর কেন্দ্রীয় কোণ = বৃত্তের পরিধি ঃ জ্যা এর দৈর্ঘ্য

(জ্যা এর দৈর্ঘ্য 30 মিটার ধরে)

$360° : D° = 2\pi R : 30$

বা, $\frac{360°}{D°} = \frac{2\pi R}{30}$

$\therefore 2\pi R = \frac{360 \times 30}{D}$

$\therefore R = \frac{1719}{D}$ মিটার (প্রমাণিত)

বাঁকের কেন্দ্রীয় কোণ ও প্রতিসরণ কোণের মধ্যে সম্পর্ক

$\theta + \phi = 180°$ (সরল কোণ) .... (i)

চতুর্ভুজ AOBF হতে আমরা পাই,

$\angle OAF + \angle AFB + \angle FBO + \angle BOA = 360°$

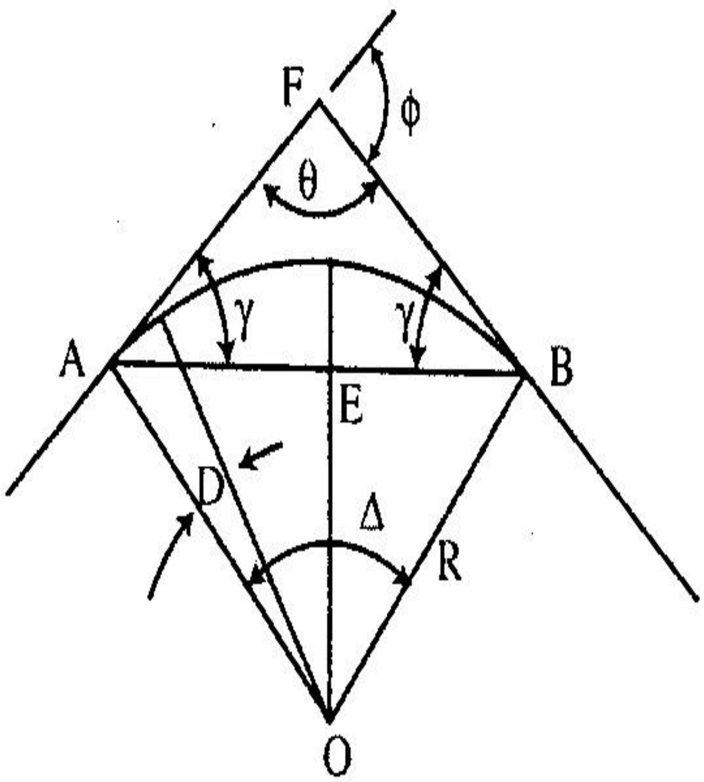
বা, $90° + \theta + 90° + \Delta = 360°$

$\therefore \theta + \Delta = 180°$ .... (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) হতে– $\theta + \phi = \theta + \Delta$

$\therefore \phi = \Delta$

অর্থাৎ প্রতিসরণ কোণ (ϕ) = কেন্দ্রীয় কোণ (Δ) (প্রমাণিত)



স্পর্শক কোণ ও কেন্দ্রীয় কোণের মধ্যে সম্পর্ক

ত্রিভুজ ABF হতে আমরা পাই,

$\angle FAB + \angle AFB + \angle FBA = 180°$

বা, $\gamma + \theta + \gamma = 180°$

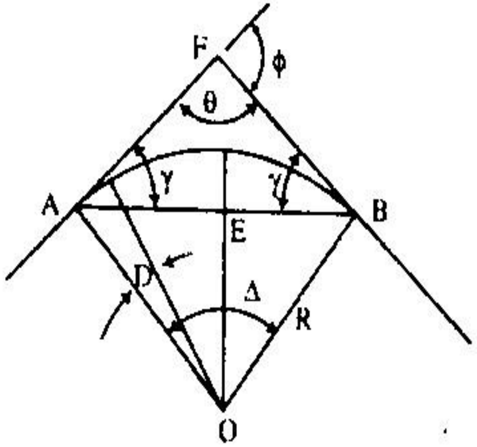
$\therefore \theta + 2\gamma = 180°$ .... (i)

চতুর্ভুজ AOBF হতে আমরা পাই,

$\angle OAF + \angle AFB + \angle FBO + \angle BOA = 360°$

বা, $90° + \theta + 90° + \Delta = 360°$

$\therefore \Delta + \theta = 180°$ .... (ii)



সমীকরণ (i) ও (ii) হতে আমরা পাই,

$\theta + 2\gamma = \Delta + \theta$

$\therefore 2\gamma = \Delta$ অর্থাৎ কেন্দ্রীয় কোণ বা প্রতিসরণ কোণ মোট স্পর্শক কোণের দ্বিগুণ। (প্রমাণিত)

$\therefore \gamma = \frac{\Delta}{2}$ অর্থাৎ মোট স্পর্শক কোণ, কেন্দ্রীয় কোণের অর্ধেক। (প্রমাণিত)

দীর্ঘ জ্যা নির্ণয়ের সূত্র

ত্রিভুজ AOE হতে–

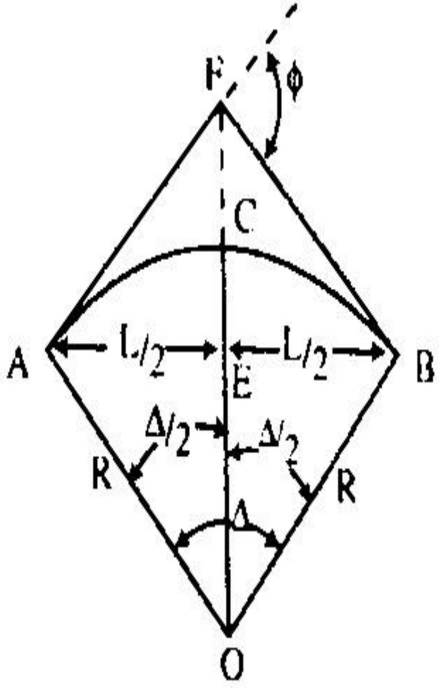
$$\sin\frac{\Delta}{2} = \frac{AE}{OA}$$

যেহেতু $AO = BO =$ ব্যাসার্ধ R এবং কেন্দ্রীয় কোণ, $\Delta =$ প্রতিসরণ কোণ, ϕ

অতএব, $\sin\frac{\phi}{2} = \frac{\frac{L}{2}}{R}$

বা, $\frac{L}{2} = R\sin\frac{\phi}{2}$

$\therefore L = 2R\sin\frac{\phi}{2}$ (প্রমাণিত)



ভারসাইন নির্ণয়ের সূত্র

ত্রিভুজ AOE হতে–

$$\cos\frac{\Delta}{2} = \frac{EO}{AO}$$

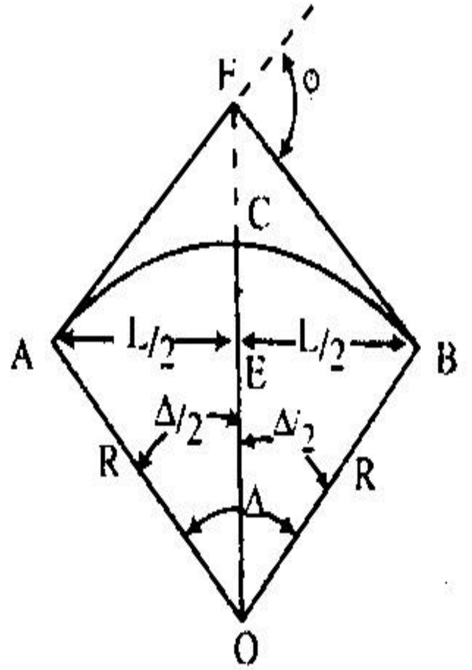
যেহেতু CO = AO = BO = বাঁকের ব্যাসার্ধ = R এবং কেন্দ্রীয় কোণ, Δ = প্রতিসরণ কোণ, ϕ

অতএব, $\cos\frac{\phi}{2} = \frac{R - \text{ভারসাইন (CE)}}{R}$

বা, $R - \text{ভারসাইন} = R\cos\frac{\phi}{2}$

$\therefore$ $\text{ভারসাইন} = R - R\cos\frac{\phi}{2}$

$= R\left(1 - \cos\frac{\phi}{2}\right)$ (প্রমাণিত)

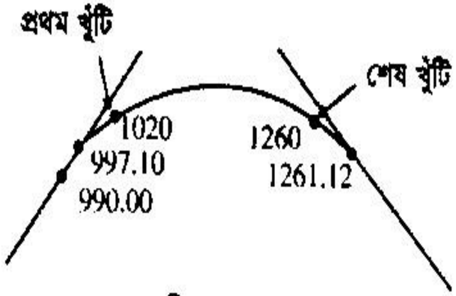


সমস্যাবলি

বাঁকের খুঁটির ব্যবধান 30 মিটার। প্রথম ও দ্বিতীয় স্পর্শক বিন্দুর চেইনেজ যথাক্রমে 997.10 মিটার এবং 1261.12 মিটার হলে প্রথম ও শেষ উপ-জ্যা এর দৈর্ঘ্য কত হবে?

১ম স্পর্শক বিন্দুর চেইনেজ = 997.10 মিটার

অতএব $997.10 \div 30 = 33.2367$ সংখ্যক খুঁটি, যা পূর্ণসংখ্যক নয় (প্রারম্ভে বসানো খুঁটি ধরা হয় নি)।



চিত্র ঃ ১.১০

১ম স্পর্শক বিন্দুর পূর্বে সরল অংশের শেষ খুঁটির চেইনেজ $30 \times 33 = 990$ মিটার

বাঁকের উপর ১ম খুঁটির চেইনেজ $= 990 + 30 = 1020$ মিটার

(অথবা, বাঁকের উপর ১ম খুঁটির চেইনেজ $= 30 \times 34 = 1020$ মিটার)

$\therefore$ নির্ণেয় প্রথম উপ-জ্যা $= 1020 - 997.10 = 22.90$ মিটার

২য় স্পর্শক বিন্দুর চেইনেজ = 1261.12 মিটার

অতএব $1261.12 \div 30 = 42.04$ সংখ্যক খুঁটি, যা পূর্ণসংখ্যক নয় (প্রারম্ভে বসানো খুঁটি ধরা হয় নি)।

বাঁকে বসানো শেষ খুঁটির চেইনেজ $= 42 \times 30 = 1260$ মিটার

$\therefore$ নির্ণেয় শেষ উপ-জ্যা $= 1261.12 - 1260 = 1.12$ মিটার

উত্তর ঃ ১ম উপ-জ্যা = 22.90 মিটার এবং শেষ উপ-জ্যা = 1.12 মিটার।

অধ্যায়-১ সমাপ্ত

ধন্যবাদ

অধ্যায়–২

রৈখিক পদ্ধতিতে বাঁক সংস্থাপন

আলোচ্য বিষয়সমূহ

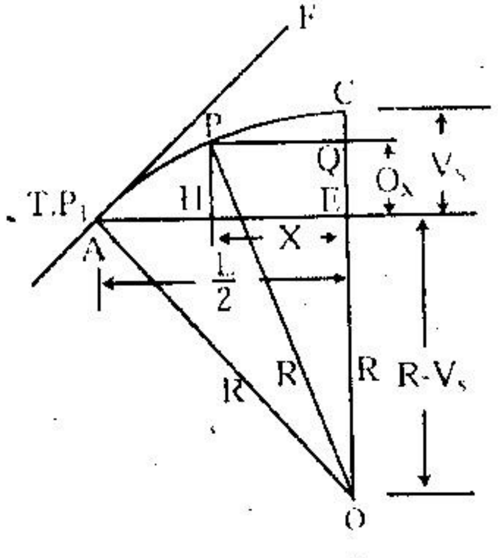
- রৈখিক পদ্ধতিতে বাক সংস্থাপনের শ্রেণিবিভাগ।
- দীর্ঘ জ্যা হতে অর্ডিনেট বা অফসেটের সাহায্যে বাক সংস্থাপনের সূত্র।
- দীর্ঘ জ্যা হতে অর্ডিনেট বা অফসেটের সাহায্যে বাক সংস্থাপন প্রক্রিয়া।
- স্পর্শক হতে কেন্দ্রমুখী অফসেটের সাহায্যে বাক স্থাপনের সূত্র।
- স্পর্শক হতে লম্ব অফসেটের সাহায্যে বাক স্থাপনের সূত্র।
- জ্যা’কে একাদিক্রমে দ্বিখন্ডিত করে বাক সংস্থাপন।
- বর্ধিত জ্যা হতে অফসেটা পদ্ধতির মাধ্যমে বাক সংস্থাপনের সূত্র।
- বর্ধিত জ্যা হতে অফসেট পদ্ধতিতে বাক সংস্থাপন প্রক্রিয়া।
- বৃত্তাকার বাক সংস্থাপনে সমস্যাবলির সমাধান।

রৈখিক পদ্ধতিতে বাক সংস্থাপন পদ্ধতি

- দীর্ঘ জ্যা হতে অফসেটের সাহায্যে
- স্পর্শক হতে অফসেটের সাহায্যে
- জ্যাকে একাদিক্রমে দ্বিখণ্ডিত করে
- বর্ধিত জ্যা হতে অফসেটের সাহায্যে।

দীর্ঘ জ্যা হতে অর্ডিনেট বা অফসেটের সাহায্যে বাক সংস্থাপনের সূত্র

ধরে নিই, AF = প্রথম স্পর্শক
AE = দীর্ঘ জ্যা এর অর্ধেক = L/2
EC = ভারসাইন (V_s)
O = বাঁকের কেন্দ্রবিন্দু
O_x = OC হতে X দূরত্বে অফসেট বা অর্ডিনেটের পরিমাণ
R = বাঁকের ব্যাসার্ধ।



এখন চিত্র ঃ ২.১ (ক) এর OPQ ত্রিভুজ হতে–

$$OP^2 = PQ^2 + OQ^2$$

বা, $R^2 = X^2 + (OE + O_x)^2$

বা, $OE + O_x = \sqrt{R^2 - X^2}$

বা, $O_x = \sqrt{R^2 - X^2} - OE$

বা, $O_x = \sqrt{R^2 - X^2} - (R - V_s)$ .... (i)

আবার ত্রিভুজ OAE হতে (চিত্র ২.১ ক)–

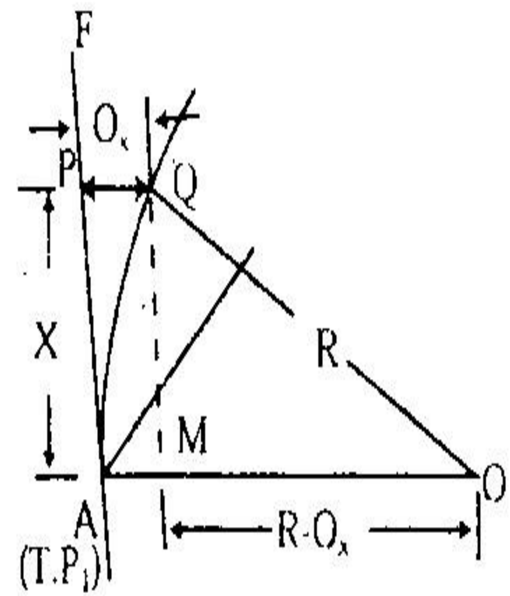
$$R^2 = \left(\frac{L}{2}\right)^2 + (R - V_s)^2$$

বা, $R - V_s = \sqrt{R^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2}$

বা, $V_s = R - \sqrt{R^2 - (L/2)^2}$ .... (ii)

স্পর্শক হতে লম্ব অফসেটের সাহায্যে বাক স্থাপনের সূত্র

ধরে নিই, AF স্পর্শকের AP = X এবং স্পর্শকের P বিন্দুতে লম্বিক অফসেট PQ = O_x । AP এর সমান্তরালে MQ টানি। (চিত্র ২.৩)



এখন ত্রিভুজ MQO হতে–

$$OQ^2 = OM^2 + MQ^2$$

বা, $R^2 = (R - O_x)^2 + X^2$

বা, $(R - O_x)^2 = R^2 - X^2$

বা, $R - O_x = \sqrt{R^2 - X^2}$

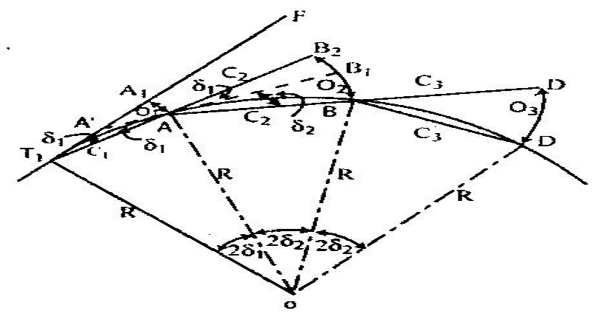
∴ $O_x = R - \sqrt{R^2 - X^2}$ ------ (প্রকৃত মান) .... (iii)

বাইনোমিয়াল থিওরেমের সাহায্যে–

$$O_x = R - R\left(1 - \frac{X^2}{2R^2} + \cdots\right)$$

বা, $O_x \simeq \frac{X^2}{2R}$ -------- (প্রায় প্রকৃত মান) .... (iv)

বর্ধিত জ্যা হতে অফসেট এর সাহায্যে বাঁক সংস্থাপনের সূত্র



বাঁক সংস্থাপনের পূর্বে প্রথমে প্রথম স্পর্শক বিন্দু T_1 চিহ্নিত করে T_1 বিন্দুর চেইনেজ নির্ধারণ করতে হবে। তারপর প্রথম উপ-জ্যা (sub-chord) পূর্ণ জ্যা ও পূর্ণ জ্যা এর সংখ্যা এবং সমাপ্তি উপ-জ্যা (Last sub-chord) নির্ধারণ করতে হবে। ধরে নিই, প্রথম উপ-জ্যা এর দৈর্ঘ্য C_1 এবং C_2, C_3, C_4, - - - ইত্যাদি পূর্ণ জ্যা। প্রতিটি পূর্ণ জ্যা এর দৈর্ঘ্য C এবং A, B ইত্যাদি প্রতিটি জ্যা এর খুঁটি।

যেহেতু বাঁকের প্রারম্ভ স্পর্শক T_1F,

তাই কেন্দ্রস্থ কোণ, $\angle T_1OA = 2\angle A_1T_1A = 2\delta_1$

এখানে δ_1 = প্রথম উপ-জ্যা এর প্রতিসরণ কোণ।

এখন দৈর্ঘ্য, $T_1A = 2R\sin\delta_1$

ক্ষুদ্রতর কোণ বিধায় $T_1A = 2R\delta_1$

বৃত্তচাপ, $T_1A = 2R\delta_1 \approx$ জ্যা T_1A

অতএব $\delta_1 = \frac{T_1A}{2R}$ --------- (i)

এখন বৃত্তচাপ, $AA_1 = T_1A \times \delta_1$

এবার সমীকরণ (i) হতে δ_1 এর মান বসিয়ে—

বৃত্তচাপ, $AA_1 = T_1A \times \frac{T_1A}{2R} = \frac{(T_1A)^2}{2R}$

ধরে নিই, স্পর্শক T_1A_1 হতে বাঁক পর্যন্ত অফসেট দৈর্ঘ্য $= O_1$

$\therefore O_1 = \frac{(T_1A)^2}{2R} = \frac{C_1^2}{2R}$ --------- (ii)

ধরে নিই, T_1A জ্যা এর বর্ধিত অংশ AB_2 এর B_2 বিন্দু হতে C_2 দৈর্ঘ্যের জ্যা এর জন্য বাঁক পর্যন্ত অফসেট দৈর্ঘ্য O_2। এর মান নির্ণয়ের জন্য $A'AB_1$ স্পর্শক টানলে এটা পিছনের T_1 বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক T_1F কে A' বিন্দুতে ছেদ করে। T_1A জ্যাকে বর্ধিত করি যেন $AB_2 = AB = C_2$ = দ্বিতীয় জ্যা এর দৈর্ঘ্য হয়।

এখন AB_1 স্পর্শক হতে BB_1 অফসেটের দৈর্ঘ্য হবে—

$BB_1 = \frac{C_2^2}{2R}$ ------------- (iii)

বিপ্রতীপ কোণ হিসেবে $\angle A'AT_1 = \angle B_2AB_1$ এবং একই বৃত্তের স্পর্শক বলে $T_1A' = A'A$ হবে।

তাই $\angle A'T_1A = \angle A'AT_1 = \delta_1$

অতএব $\angle A'AT_1 = \angle B_2AB_1 = \delta_1$

বৃত্তচাপ, $B_2B_1 = AB_2 \times \delta_1 = C_2 \times \delta_1$ -------- (iv)

(i) নং সমীকরণ হতে $\delta_1 = \frac{T_1A}{2R} = \frac{C_1}{2R}$ এর মান (iv) নং সমীকরণে বসিয়ে আমরা পাই,

$B_2B_1 = C_2 \times \frac{C_1}{2R} = \frac{C_1 \times C_2}{2R}$

B_2B_1 বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য = বৃত্তচাপ B_1B_2+ বৃত্তচাপ B_1B = B বিন্দুতে অফসেট দৈর্ঘ্য O_2

অতএব $O_2 = \frac{C_1C_2}{2R} + \frac{C_2^2}{2R}$

বা, $O_2 = \frac{C_2}{2R}(C_1+C_2)$ -------- (v)

অনুরূপভাবে দেখানো যায় যে,

$O_3 = \frac{C_3}{2R}(C_2 + C_3)$

....

$O_n = \frac{C_n}{2R}(C_{n-1} + C_n)$ **(প্রমাণিত)**

সমস্যাবলি

দুটি রাস্তার সংযোগ বিন্দুর চেইনেজ 1500 মিটার এবং ছেদ কোণ 105°30′। যদি বাঁকের ব্যাসার্ধ 50 মিটার হয়, তবে দীর্ঘ জ্যা হতে 7.5 মিটার ব্যবধানে বাঁকটি সংস্থাপনের জন্য অফসেটসমূহ নির্ণয় করে চিত্রের মাধ্যমে দেখাও।

রাস্তাদ্বয়ের ছেদ, $\theta = 105°30'$

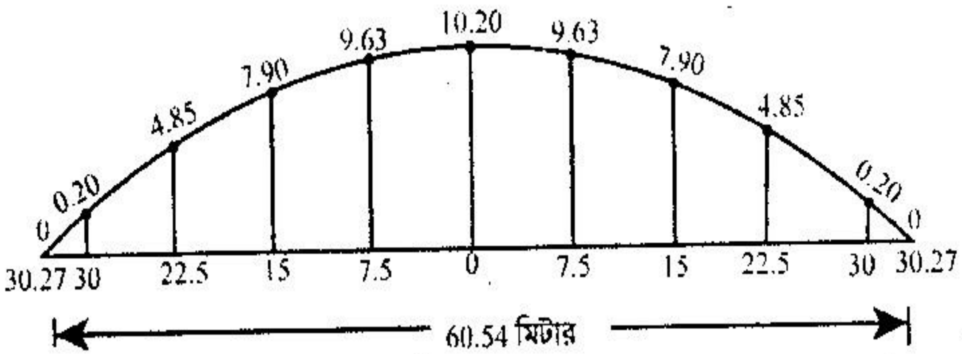
প্রতিসরণ কোণ $\phi = 180°00' - 105°30' = 74°30'$

দীর্ঘ জ্যা এর দৈর্ঘ্য, $L = 2R \sin\frac{\phi}{2}$

$$= 2 \times 50 \sin\frac{74°30'}{2}$$

$= 60.54$ মিটার

$\therefore L/2 = \frac{60.54}{2} = 30.27$ মিটার



চিত্র ঃ ২.১১

ভারসাইন, $V_s = R - \sqrt{R^2 - (L/2)^2} = 50 - \sqrt{50^2 - (30.27)^2} = 10.20$ মিটার

$R - V_s = 39.80$ মিটার

আমরা জানি, $O_x = \sqrt{R^2 - x^2} - (R - V_s)$

$O_{7.5} = \sqrt{50^2 - 7.5^2} - 39.80 = 9.63$ মিটার

$O_{15} = \sqrt{50^2 - 15^2} - 39.80 = 7.90$ মিটার

$O_{22.5} = \sqrt{50^2 - 22.5^2} - 39.80 = 4.85$ মিটার

$O_{30} = \sqrt{50^2 - 30^2} - 39.80 = 0.20$ মিটার

$O_{30.27} = \sqrt{50^2 - (30.27)^2} - 39.80 = 0$ মিটার

অধ্যায়- ২ সমাপ্ত

ধন্যবাদ