# সূচিপত্র

## প্রথম অংশ : গণিত বিষয়জ্ঞান


| অধ্যায় | বিষয়বস্তু | পৃষ্ঠা |
|---|---|---|
| অধ্যায় ১ | কনটেন্ট ডোমেইন | |
| পাঠ ১ | কনটেন্ট ডোমেইন এবং এর শ্রেণিবিভাগ | |
| অধ্যায় ২ | সংখ্যা | |
| পাঠ ১ | সংখ্যার মৌলিক ধারণা | |
| অধ্যায় ৩ | প্রাথমিক চার নিয়ম | |
| পাঠ ১ | যোগ | |
| পাঠ ২ | বিয়োগ | |
| পাঠ ৩ | গুণ | |
| পাঠ ৪ | ভাগ | |
| পাঠ ৫ | মৌলিক চার নিয়ম সংক্রান্ত সমস্যাবলি | |
| পাঠ ৬ | ঐকিক নিয়ম | |
| অধ্যায় ৪ | মুদ্রা ও নোট | |
| পাঠ ১ | বাংলাদেশের মুদ্রা ও নোট পরিচিতি | |
| অধ্যায় ৫ | গড় | |
| পাঠ ১ | গড়ের ধারণা ও ব্যবহার | |
| অধ্যায় ৬ | লসাগু ও গসাগু | |
| পাঠ ১ | লসাগু | |
| পাঠ ২ | গসাগু | |
| অধ্যায় ৭ | গাণিতিক প্রতীক | |
| পাঠ ১ | গাণিতিক প্রতীক ও বাক্য | |
| অধ্যায় ৮ | সাধারণ ভগ্নাংশ | |
| পাঠ ১ | সাধারণ ভগ্নাংশের ধারণা | |
| পাঠ ২ | সাধারণ ভগ্নাংশের যোগ ও বিয়োগ | |
| পাঠ ৩ | সাধারণ ভগ্নাংশের গুণ | |
| পাঠ ৪ | সাধারণ ভগ্নাংশের ভাগ | |
| অধ্যায় ৯ | দশমিক ভগ্নাংশ | |
| পাঠ ১ | দশমিক ভগ্নাংশের ধারণা | |
| পাঠ ২ | দশমিক ভগ্নাংশে রূপান্তর | |
| পাঠ ৩ | দশমিক ভগ্নাংশের সমস্যা | |
| অধ্যায় ১০ | জ্যামিতি | |
| পাঠ ১ | জ্যামিতিক আকৃতি | |

| অধ্যায় | বিষয়বস্তু | পৃষ্ঠা |
|---|---|---|
| পাঠ ২ | বিন্দু, রেখা, তল | |
| পাঠ ৩ | লম্ব ও সমান্তরাল রেখা | |
| পাঠ ৪ | কোণ | |
| পাঠ ৫ | ত্রিভুজ | |
| পাঠ ৬ | চতুর্ভুজ | |
| পাঠ ৭ | বৃত্ত | |
| অধ্যায় ১১ | পরিমাপ | |
| পাঠ ১ | দৈর্ঘ্য পরিমাপ | |
| পাঠ ২ | ওজন পরিমাপ | |
| পাঠ ৩ | আয়তক্ষেত্র ও বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল | |
| পাঠ ৪ | সামান্তরিক ও রম্বস ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল | |
| পাঠ ৫ | ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল | |
| পাঠ ৬ | ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত সমস্যা তৈরি ও সমাধান | |
| অধ্যায় ১২ | শতকরা | |
| পাঠ ১ | শতকরার ধারণা | |
| পাঠ ২ | শতকরাকে ভগ্নাংশে এবং ভগ্নাংশকে শতকরায় প্রকাশ | |
| পাঠ ৩ | শতকরার ব্যবহার | |
| অধ্যায় ১৩ | উপাত্ত সংগ্রহ ও বিন্যস্তকরণ | |
| পাঠ ১ | উপাত্ত সংগ্রহ ও বিন্যস্তকরণ | |
| পাঠ ২ | লেখচিত্র | |
| অধ্যায় ১৪ | গাণিতিক সমস্যা সমাধান ও উপস্থাপন | |
| পাঠ ১ | একই গাণিতিক সমস্যার বিভিন্ন সমাধান কৌশল | |
| পাঠ ২ | সমস্যা তৈরি ও সমাধান | |
| অধ্যায় ১৫ | ক্যালকুলেটর ও কম্পিউটার | |
| পাঠ ১ | ক্যালকুলেটর ও কম্পিউটার | |

# অধ্যায় ১

## কনটেন্ট ডোমেইন

আজকের শিশু আগামী দিনের সুনাগরিক। তাই শিশুর চাহিদা এবং জাতীয় ও আন্তর্জাতিক প্রেক্ষাপট বিবেচনা করে তার জন্য শিখনীয় বিষয়বস্তু নির্বাচন ও সংগঠন করা অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ। বাংলাদেশের প্রাথমিক গণিত শিক্ষাক্রমে শিশুর চাহিদা, সক্ষমতা, সামাজিক দায়বদ্ধতা ও আন্তর্জাতিক প্রেক্ষাপট বিবেচনা করে অর্জনোপযোগী যোগ্যতা ও শিখনফল নির্ধারণ করে তা অর্জনের জন্য বিষয়বস্তু নির্বাচন করা হয়েছে। এই অধ্যায়ে তা ডোমেইনভিত্তিক শ্রেণিকরণ করা হয়েছে যা জানা ডিপিএড শিক্ষার্থীদের জন্য গুরুত্বপূর্ণ।

### পাঠ ১: কনটেন্ট ডোমেইন এবং এর শ্রেণিবিভাগ

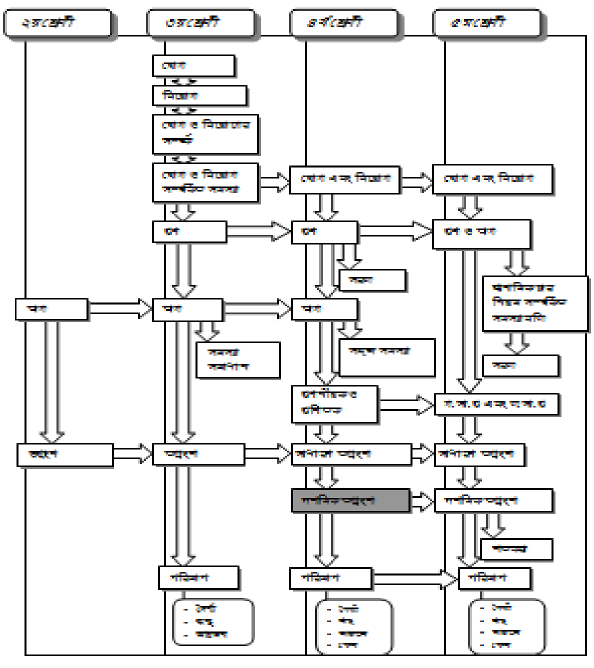
**এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ**

- ডোমেইনের ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- প্রাথমিক গণিতের বিষয়বস্তুকে বিভিন্ন ডোমেইনে শ্রেণিকরণসহ এর যৌক্তিকতা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- বিষয়বস্তুর আন্তর্জাতিক বিস্তৃতির হার ও বাংলাদেশে ব্যবহারের হার জেনে গুরুত্ব ব্যাখ্য করতে পারবেন।

### গণিতের বিষয়বস্তুর ক্ষেত্র বা ডোমেইন (Content Domain)

**প্রারম্ভিক কার্যাবলি (Starter Activity)**

গণিতের বিষয়বস্তু সংগঠনের মূলনীতি শিশুকেন্দ্রিক বিবেচনায় গণিতের বিষয়বস্তু সাধারণত সহজ থেকে কঠিন এবং জানা থেকে অজানা–এভাবে বিন্যস্ত হয়ে থাকে। যেমন; যোগের পর বিয়োগ এবং গুণের পর ভাগ ইত্যাদি। নিচের চিত্রের গণিতের বিষয়বস্তু ধারাবাহিকভাবে বিন্যাসের কাঠামো লক্ষ্য করি। এখানে মনোবিজ্ঞানসম্মত ও যুক্তিসঙ্গত উভয়বিধ কারণ বিবেচনা করে গণিতের বিষয়বস্তু বিন্যস্ত করার চেষ্টা করা হয়েছে। বিভিন্ন দেশের মত বাংলাদেশেও প্রাথমিক স্তরের গণিতের বিষয়বস্তুকে তিনটি ডোমেইনে ভাগ করা হয়েছে।



**প্রাথমিক স্তরের গণিত পাঠ্যপুস্তকে বর্ণিত বিষয়বস্তু**

প্রাথমিক স্তরের গণিত পাঠ্যপুস্তক বিশ্লেষণ করলে বর্ণিত বিষয়বস্তুকে গণিতের প্রাথমিক বিষয়াবলি যা সংখ্যা সম্পর্কিত ধারণা, জ্যামিতি ও পরিমাপ সম্পর্কিত এবং পরিমাণবাচক সম্পর্কের উপর ভিত্তি করে শিখনের ভিন্নতা অনুযায়ী তিনটি ডোমেইনে ভাগ করা যেতে পারে।

বিষয়বস্তুগুলোর ডোমেইনভিত্তিক শ্রেণিকরণ নিম্নরূপ

**(১) সংখ্যা ও গণনা (Number and Calculation):** এ ডোমেইনের আওতায় সাব-ডোমেইন হিসেবে নিম্নের বিষয়বস্তুগুলো বিবেচনা করা যায়:

ক. স্বাভাবিক সংখ্যা: সংখ্যা প্রতীক ও সংখ্যা, মানসংখ্যা ও ক্রমসংখ্যা, স্বাভাবিক সংখ্যা এবং পূর্ণসংখ্যা, সংখ্যার তুলনা ও স্থানীয়মান।

খ. মৌলিক চার নিয়ম: যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ, সংযোগ, মৌলিক চার নিয়মের সহজ সমস্যার সমাধান ও সমস্যা তৈরি।

গ. গুণিতক ও গুণনীয়ক: গুণনীয়ক ও গসাগু, গুণিতক ও লসাগু, মৌলিক ও যৌগিক সংখ্যা, লসাগু ও গসাগু সম্পর্কিত সমস্যা সমাধান, সমস্যা তৈরি ও সমাধান।

ঘ. সাধারণ ভগ্নাংশ: ভগ্নাংশ ও এর প্রকারভেদ, ভগ্নাংশের যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ, ভগ্নাংশের তুলনা এবং ভগ্নাংশ সম্পকির্ত সমস্যা ও সমাধান কৌশল।

ঙ. দশমিক ভগ্নাংশ: দশমিক ভগ্নাংশ পঠন ও লিখনের নিয়ম, দশমিক ভগ্নাংশের স্থানীয়মান, আসন্ন মান, সাধারণ ভগ্নাংশকে দশমিক ভগ্নাংশে রূপান্তর, দশমিক ভগ্নাংশকে সাধারণ ভগ্নাংশে রূপান্তর, দশমিক ভগ্নাংশের যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ এবং এতদসংক্রান্ত নতুন সমস্যা তৈরি ও সমাধান।

**(২) জ্যামিতি ও পরিমাপ (Geometry and Measurement): এ ডোমেইনের আওতায় সাব-ডোমেইনগুলো হলো**

ক. পরিমাপ: পরিমাপের সাধারণ জ্ঞান, বস্তুর দৈর্ঘ্য, ওজন ও আয়তন পরিমাপ এবং এ সংক্রান্ত সমস্যা প্রণয়ন ও সমস্যার সমাধান । ত্রিভুজেরক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল, বর্গক্ষেত্রের ধারণা, বর্গাকার, আয়তাকার, সামান্তরিক ও ট্রাপিজিয়াম ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়, সমস্যা তৈরি ও সমস্যার সমাধান।

খ. জ্যামিতিক আকার ও আকৃতি: বিন্দু , রেখা, তল সংক্রান্ত সাধারণ জ্ঞান, ত্রিভুজের প্রকার ও বৈশিষ্ট্য, চতুর্ভুজের প্রকার ও বৈশিষ্ট্য, বৃত্তের বৈশিষ্ট্য, সমতলক্ষেত্র অঙ্কন এবং সহজ সমস্যা তৈরি ও সমস্যার সমাধান।

গ. ঘনবস্তু: বিভিন্ন আকারের ঘনবস্তুর সাথে পরিচিত হওয়া।

**(৩) পরিমাণবাচক সম্পর্ক (Quantitative Relation): এ ডোমেইনের সাব-ডোমেইনগুলো হলো**

ক. শতকরা: শতকরা, মুনাফা হিসাব, লাভ-ক্ষতি সংক্রান্ত সমস্যা প্রণয়ন ও সমস্যার সমাধান।

খ. ঐকিক নিয়ম: ঐকিক নিয়ম ও এতদসংক্রান্ত গাণিতিক সমস্যা, সমস্যা প্রণয়ন এবং এর সমাধান।

গ. উপাত্ত: উপাত্ত সংগ্রহ এবং বিন্যাস ও তা গ্রাফে অঙ্কন করে ব্যাখ্যাকরণ ও সমস্যা সমাধান।

**আন্তর্জাতিকভাবে গণিতের বিষয়বস্তুর বিভাজন**

বিভিন্ন দেশের গণিতের বিষয়বস্তুকে বিভিন্ন ডোমেইনে বিভাজন করা হয়েছে কিন্তু তাদের মধ্যে সাদৃশ্য বর্তমান। বিভিন্ন দেশের অংশগ্রহণে ২০১৫ সালে চতুর্থ শ্রেণির গণিত ও বিজ্ঞান বিষয়ে শিখনের ওপর একটি আন্তর্জাতিক মূল্যায়ন ফ্রেমওয়ার্ক প্রণীত হয়। **আন্তর্জাতিক** সংস্থা TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) এটি পরিচালনা করে। উক্ত মূল্যায়নে চতুর্থ শ্রেণির গণিত বিষয়ের ফ্রেমওয়ার্কটি নিম্নরূপ:

| কনটেন্ট ডোমেইন | অভীক্ষা সময়ের হার |
|---|---|
| সংখ্যা | ৫০% |
| জ্যামিতিক আকৃতি ও পরিমাপ | ৩৫% |
| উপাত্ত উপস্থাপন (পরিমাণবাচক) | ১৫% |

অভীক্ষা সময়ের হার (testing time) থেকে স্পষ্ট যে, যেসব দেশ TIMSS-এ অংশগ্রহণ করেছেন তারা সংখ্যা শেখানোর উপর বেশি গুরুত্ব দিয়েছেন। যেমন জাপান, চীন বা ভারত ইত্যাদি দেশ যারা TIMSS-এ অংশগ্রহণ করে, তারা এই ফ্রেমওয়ার্কটির অনুপাত অনুসরণ করে তাদের পাঠ্যপুস্তকে পৃষ্ঠা বরাদ্দ রেখেছেন।

বাংলাদেশে গণিত পাঠ্যপুস্তকে বিষয়বস্তুর ডোমেইনভিত্তিক বিস্তৃতির হার কত?
আমাদের দেশের চতুর্থ শ্রেণির গণিত পাঠ্যপুস্তকে কনটেন্ট ডোমেইন–এর অনুপাত নির্ণয়ে উল্লিখিত ফ্রেওয়াকের্র কাছাকাছি প্রতিফলন দেখা যায়। চতুর্থ শ্রেণির পাঠ্যপুস্তক বিশ্লেষণ করলে পৃষ্ঠা সংখ্যার নিম্নোক্ত হার পাওয়া যায়:

| সংখ্যা | জ্যামিতিক আকৃতি ও পরিমাপ | উপাত্ত উপস্থাপন |
|---|---|---|
| ১. বড় সংখ্যা ও স্থানীয় মান (১৭) | ১০. পরিমাপ (১৩) | ১২. উপাত্ত সংগ্রহ এবং বিন্যস্তকরণ (৫) |
| ২. যোগ এবং বিয়োগ (১৫) | ১১. সময় (৪) | |
| ৩. গুণ (১০) | ১৩. রেখা ও কোণ (১২) | |
| ৪. ভাগ (১৪) | ১৪. ত্রিভুজ (৬) | |
| ৫. যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ সংক্রান্ত সমস্যা (৮) | | |
| ৬. গাণিতিক প্রতীক (৮) | | |
| ৭. গুণিতক ও গুণনীয়ক (১৪) | | |
| ৮. ভগ্নাংশ (১৬) | | |

| | | |
|---|---|---|
| ৯. দশমিক ভগ্নাংশ (১৭) | | |
| পৃষ্ঠা সংখ্যা =১১৯<br>৭৪.৮৪% | পৃষ্ঠা সংখ্যা =৩৫<br>২২.০১% | পৃষ্ঠা সংখ্যা =৫<br>৩.১৪% |

উপরোল্লেখিত টেবিলের তথ্য থেকে দেখা যাচেছ সংখ্যা ও গণনা বিষয়ক বিষয়বস্তুগুলো শেখার জন্য পর্যাপ্ত অনুশীলনের ব্যবস্থা রাখা হলেও, জ্যামিতি ও পরিমাপ এবং পরিমানবাচক ডোমেইনের জন্য শিখনের সুযোগ অনেক কম। এতে বিষয়গুলো গভীরভাবে উপলব্ধিসহ শেখার জন্য সময় এবং সুযোগ অপেক্ষাকৃত সীমিত। এক্ষেত্রে শিক্ষার্থীর বয়স, পূর্বজ্ঞান এবং গাণিতিক সামর্থ্যের বিষয়টি বিবেচনায় নিয়ে শিক্ষকদের প্রয়োজনীয় কার্যকরি ভূমিকা রাখতে হবে যাতে জ্যামিতিসহ পরিমাপ এবং পরিমানবাচক ডোমেইনের বিষয়বস্তুগুলোও তারা যথাযথভাবে শিখতে পারে।

শিখন ফলপ্রসূ করতে হলে প্রথমেই শিক্ষককে দৃষ্টি দিতে হবে বিষয়বস্তুর ওপর। শিক্ষার্থীর মানসিক বয়স ও বিকাশের উপযোগী করে বিষয়বস্তুকে বিন্যস্ত করতে হবে। তারপর শিক্ষার্থীর বুদ্ধি ও সামর্থ্য অনুযায়ী চিত্তাকর্ষক করে বিষয়টিকে উপস্থাপন করতে হবে। এজন্য গাণিতিক বিষয়বস্তুর ডোমেইনের বিন্যাস সম্পর্কীয় ধারণা গুরুত্বপূর্ণ।

## অধ্যায় ২

## সংখ্যা

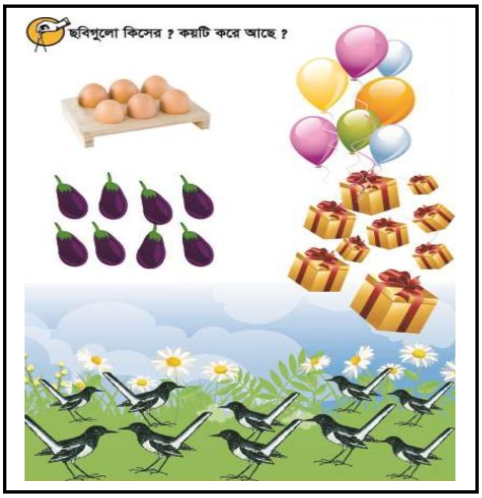
সংখ্যাকে গণিতের প্রাণ হিসেবে বিবেচনা করা হয়। গাণিতিক স্বাক্ষরতা অর্জনের পূর্ব শর্ত হলো সংখ্যা সম্পর্কে সম্যক ধারনা অর্জন। অতি প্রাচীনকাল থেকে মানুষ জীবিকার প্রয়োজনে বিভিন্ন পেশায় নিজেদেরকে নিয়োজিত রাখত এবং সেসময় হিসাব রাখার জন্য তারা নুড়িপাথর অথবা গাছের সরু ডাল ব্যবহার করত অথবা মাটির উপর দাগ কেটে হিসাব রাখত। হিসেবের জন্য এক-এক মিল ব্যবহার করত। এ থেকে সংখ্যার ধারণা ও গণনার সূত্রপাত। এছাড়াও কোনো সংখ্যায় অঙ্কের স্থানীয়মানের ধারণা একটি গুরুত্বপূর্ণ বিষয়, কেননা বড় সংখ্যা লিখন-পঠন ব্যবহারের জন্য তা জানা অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ। গাণিতিক সাক্ষরতা অর্জনের জন্য সংখ্যা সম্পর্কে ধারণা অর্জনের পরপরই তা ব্যবহার করে হিসাব নিকাশ করার দক্ষতা অর্জন করতে হয়। প্রাথমিক স্তরের শিক্ষার্থীদের নিম্নোক্ত যোগ্যতাগুলো অর্জনের জন্য ডিপিএড শিক্ষার্থীদের এই পাঠের শিখনফলগুলো অর্জন করা প্রয়োজন।

### পাঠ-১: সংখ্যার মৌলিক ধারণা

এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- সংখ্যা ও অঙ্কের ধারণা ব্যক্ত করতে পারবেন।
- বিভিন্ন ধরণের সংখ্যা; যেমন, জোড় ও বিজোড় সংখ্যা, মানসংখ্যা ও ক্রমসংখ্যা, বাস্তব সংখ্যা, পূর্ণ সংখ্যা, স্বাভাবিক সংখ্যা, মূলদ ও অমূলদ সংখ্যা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- সংখ্যার স্থানীয়মানের ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

**প্রারম্ভিক কার্যাবলি:** সংখ্যা কীভাবে গঠিত হয় তার উত্তর খুঁজতে শুরুতেই পাশে উপস্থাপিত চিত্র অথবা বিভিন্ন ধরনের বস্তু ব্যবহার করা যেতে পারে। চিত্রের বস্তু নির্দেশ করে কয়টি করে আছে এবং গাণিতিক রূপ কী তা প্রকাশ করতে দিয়ে সংখ্যা ও সংখ্যা প্রতীকের ধারণা সুস্পষ্ট করা যেতে পারে। এছাড়াও চিত্রে উপস্থাপিত বস্তুর পরিমাণ চিন্তা করতে দিয়ে বিভিন্ন ধরনের সংখ্যা এবং সংখ্যা গণনা সংক্রান্ত বিষয়বস্তুর ধারণা সুস্পষ্ট করা যেতে পারে।

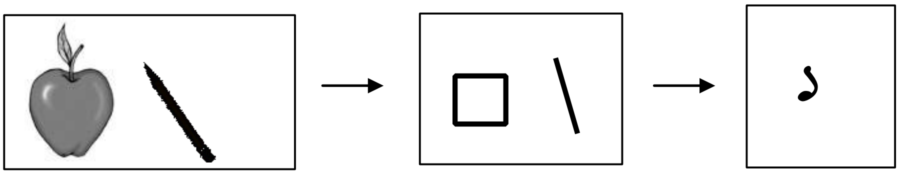



### সংখ্যা ও অঙ্ক

সংখ্যা একটি বিমূর্ত ধারণা। সাধারণত কোনো বস্তুর পরিমাণ বোঝাতে বা তুলনা করতে সংখ্যা ব্যবহৃত হয়। অর্থাৎ সংখ্যা হচ্ছে পরিমাণবাচক একটি বস্তু নিরপেক্ষ ধারণা। যেমন মানুষের মাথা 'একটি'; হাতের সংখ্যা 'দুইটি'; প্রতিটি হাতে আঙ্গুলের সংখ্যা 'পাঁচটি' ইত্যাদি দ্বারা মাথা, হাত ও হাতের আঙ্গুলের পরিমাণ বুঝানো হয়েছে। এখানে ১, ২, ৫ দ্বারা পরিমাণ ব্যক্ত করা হয়েছে। তাই ১, ২ ও ৫ প্রত্যেকে একেকটি সংখ্যা। সংখ্যা হলো গণিতের প্রাণ। সংখ্যার পরিমাণ অসীম। ০, ১, ২, .............১১২, ১১৩, .... এগুলো সবই সংখ্যা। মূলত সংখ্যা দ্বারা তিনটি ধারণা প্রকাশ করা যায় তা হলো, গণনার ধারণা, দলগত ধারণা, ক্রমবাচক ধারণা।

বস্তু নিরপেক্ষ সংখ্যা লিখে প্রকাশের জন্য কিছু চিহ্ন বা প্রতীক ব্যবহার করা হয়। এই প্রতীকগুলোকে অঙ্ক বা সংখ্যা প্রতীক বলা হয়। আমাদের দেশে ব্যবহৃত সংখ্যা প্রতীক বা অঙ্কগুলো হলো, ০, ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭, ৮ ও ৯। সংখ্যা প্রকাশের জন্য এক বা একাধিক অঙ্ক ব্যবহার করা হয়।

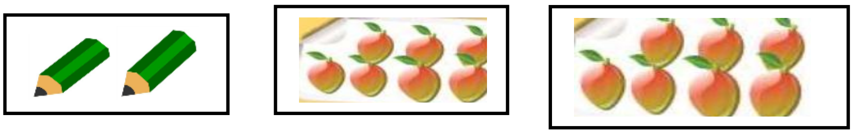
শিশুদের সংখ্যা প্রকাশ করার সময় বাস্তব পর্যায়, অর্ধ বাস্তব পর্যায় এবং বস্তু নিরপেক্ষ (সংখ্যা প্রতীকে) পর্যায় ব্যবহার করে ধাপে ধাপে শেখালে ভাল হয়।




বাস্তব অর্ধ- বাস্তব সংখ্যা প্রতীক

হিন্দু-আরবীয় সংখ্যা পদ্ধতি দশভিত্তিক যা স্থানীয়মান ব্যবহার করে লিখতে হয়। বতর্মান বিশ্বে প্রায় সব দেশেই এই পদ্ধতিতে সংখ্যা লেখা হয়।

**জোড় সংখ্যা ও বিজোড় সংখ্যা**



২টি আম, ৪টি কলা, ৬টি আপেল ইত্যাদি সংখ্যায় প্রকাশ করার জন্য আমরা ২, ৪, ৬ ইত্যাদি ব্যবহার করি। কোনো বস্তুর সংখ্যা ২টি হলে আমরা ১ জোড়া বলি। তাই ৪টি কলা মানে হলো ২ জোড়া কলা এবং ৬টি আপেল মানে হলো ৩ জোড়া আপেল। যেহেতু ২, ৪ ও ৬ সংখ্যাগুলোর মধ্যে জোড়া রয়েছে তাই সংখ্যাগুলো জোড় সংখ্যা।অন্যভাবে বলা যায় ২ দ্বারা বিভাজ্য সকল সংখ্যাই জোড় সংখ্যা। এছাড়াও ৩টি আম, ৫টি কলা, ৭টি আপেল ইত্যাদি প্রকাশ করার জন্য আমরা ৩, ৫, ৭ ইত্যাদি ব্যবহার করি। এখানে ৩টি আম মানে হলো ১ জোড়া ও ১টি আম। অর্থাৎ ৫ সংখ্যাটি জোড় নয়, বিজোড় সংখ্যা। একইভাবে ৭ এবং ৯ সংখ্যা দুইটি বিজোড় সংখ্যা।

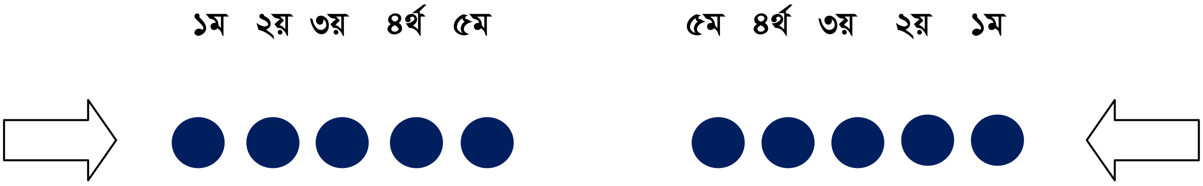
**মানসংখ্যা (Cardinal number) ও ক্রমসংখ্যা (Ordinal Number)**

মান সংখ্যা হলো পরিমাণ প্রকাশক। ১, ২, ৩, ৪, ৫ –এগুলো দ্বারা বস্তুর মান বা পরিমাণ প্রকাশ করে।

১ ২ ৩ ৪ ৫

ক্রম সংখ্যায় একটার পর একটা সংখ্যা আসবে। দৌড়ে কে প্রথম হয়েছে? তোমার কততম জন্মদিন আজ? ইত্যাদি প্রশ্নের উত্তর খুঁজতে যে সংখ্যা ব্যবহার করা হয় তাকে ক্রম সংখ্যা বলা হয়। বামদিক থেকে ডানদিকে

প্রথম, দ্বিতীয়, তৃতীয়, চতুর্থ পঞ্চম–এগুলো ক্রমবাচক সংখ্যা। ক্রম সংখ্যার মাধ্যমে বস্তুর ক্রম নির্দেশ করা হয়।

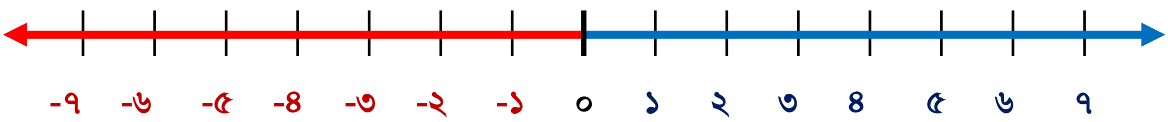



উদাহরণ ছবির সাথে সংখ্যার সম্পর্ক

৪টি খোলা বাক্স, ২টি বন্ধ বাক্স ও ১টির ভিতর আপেল। মান সংখ্যা– ৪, ২, ১। বাম দিক থেকে চতুর্থ বাক্সে আপেল আছে। ডান দিক থেকে তৃতীয় বাক্সে আপেল আছে। ক্রমসংখ্যা চতুর্থ এবং তৃতীয়।

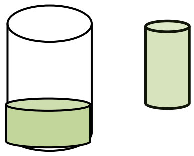
**বাস্তব সংখ্যা, পূর্ণ সংখ্যা, স্বাভাবিক সংখ্যা, মূলদ ও অমূলদ সংখ্যা**

স্বাভাবিক সংখ্যার অর্থ হলো প্রকৃতিতে (Nature) বা স্বাভাবিকভাবে (Naturally) পাওয়া যায় এমন বস্তু বা সংগ্রহসমূহের পরিমাণ, যা পরিমাণাত্মক ক্রমসংখ্যা প্রকাশ করে। ধনাত্মক সংখ্যা, ঋনাত্মক এবং ০ নিয়ে পূর্ণ সংখ্যা । পূর্ণ সংখ্যা সংখ্যারেখায় দেখানো হলো।




**মূলদ ও অমূলদ সংখ্যা**

একটি পাত্রে ৩ গ্লাস পানি ধরে। ১ গ্লাস পানি দ্বারা পাত্রের কত অংশ পূর্ণ হয়?



এ প্রশ্নের উত্তর হলো $\frac{১}{৩}$ ; এটি একটি মূলদ সংখ্যা।

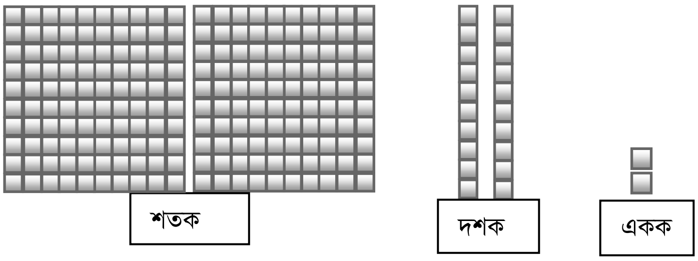
যেসব সংখ্যা পূর্ণসংখ্যায় প্রকাশ করা যায় না তা ভগ্নাংশ রূপে প্রকাশ করা যায়।

সংখ্যাকে ভগ্নাংশে রূপ দেয়া সংখ্যাই হলো মূলদ সংখ্যা। মূলদ সংখ্যা প্রকৃত পক্ষে দুইটি পূর্ণ সংখ্যার অনুপাত। দুইটি মূলদ সংখ্যার মাঝে অসংখ্য মূলদ সংখ্যা থাকে। মূলদ সংখ্যার বিস্তৃতি অসীম। যে সকল সংখ্যাকে ভগ্নাংশে রূপ দেয়া যায় না, সে সকল সংখ্যাই হলো অমূলদ সংখ্যা।

যেমন $\sqrt{২}$ =১.৪১৪২১৩৫৬......, ।

মূলদ এবং অমূলদ সংখ্যাকে একত্রে বাস্তব সংখ্যা বলে।

## সংখ্যার স্থানীয় মান ও স্বকীয়মান




উপরের চিত্রগুলোকে সংখ্যায় প্রকাশ করলে হয় ২২২। অর্থাৎ ২ শতক, ২ দশক ও ২ একক।এখানে সংখ্যাটির সর্বডানের ২ এর মান ২, মাঝের ২এর মান ২ দশ বা ২০ এবং বামের ২ এর মান ২ শতক বা ২০০। এখানে লক্ষনীয় ডান থেকে প্রতিঘর বামের জন্য ২ এর মান ১০ গুণ বৃদ্ধি পায়। তাই ডান থেকে বাম দিকে সংখ্যার বিভিন্ন অবস্থানকে যথাক্রমে একক, দশক ও শতক বলে। অর্থাৎ অঙ্ক সংখ্যার বিভিন্ন স্থানে অবস্থানের কারণে যে মান অর্জন করে তাকে ঐ অঙ্কের স্থানীয়মান বলে। অপরদিকে কোন অঙ্ক সংখ্যার একক স্থানে যে মানে থাকে তাকে ঐ অঙ্কের স্বকীয়মান বলে। প্রদত্ত উদাহরণে ৭ এর স্বকীয়মান ৭ এবং স্থানীয়মান ৭।
উদাহরণঃ ৫০৬৭ এর স্থানীয়মান

| হাজার | **শতক** | **দশক** | **একক** |
|---|---|---|---|
| ৫ | ০ | ৬ | ৭ |

৭ একক ৭
৬ দশক ৬০
০শতক ০
৫হাজার ৫০০০

অনুশীলন:

১. ৪৩৫৯ ও ৭০৩৪ সংখ্যা দুইটিতে ব্যবহৃত অঙ্কগুলোর স্থানীয়মান প্রকাশ করুন।

## বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম সংখ্যা

৩৯৮৭ ও ৪২৯১ সংখ্যা দুইটির মধ্যে কোনটি বড় তা নির্ণয় করার জন্য আমাদেরকে সংখ্যায় ব্যবহৃত অঙ্কগুলোর স্থানীয়মান হিসাব করতে হবে।
প্রথম সংখ্যাটিতে হাজারের ঘরের অঙ্কটি ৩ এবং দ্বিতীয় সংখ্যাটির হাজারের অঙ্কটি ৪। ৪, ৩ এর চেয়ে বড়। সুতরাং ৪২৯১ সংখ্যাটি ৩৯৮৭ সংখ্যাটির চেয়ে বড়।

অনুশীলন:

১. ৭৯৫৮০ ও ৬৯৮৭৯ সংখ্যা দুইটির মধ্যে কোনটি বড় এবং কেন?

অধ্যায় ৩

## প্রাথমিক চার নিয়ম

সংখ্যা সম্পর্কে ধারণা লাভের পর পর্যায়ক্রমে ‘যোগ, বিয়োগ, গুণ, ভাগসহ অন্যান্য হিসাব-নিকাশ আয়ত্ব করতে হয়। দৈনন্দিন জীবনের প্রতিটি ক্ষেত্রে গাণিতিক বিভিন্ন ধরনের হিসাব-নিকাশের জন্য  যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ প্রাথমিক গণিত বিশেষ ভূমিকা পালন করে। আশা করা যায় এই অধ্যায় অধ্যয়ন শেষে শিক্ষার্থীগণ প্রাথমিক চার নিয়ম ও প্রাথমিক স্তরে ব্যবহৃত অন্যান্য হিসাব-নিকাশ সম্পর্কে সম্যক ধারণা লাভ করবেন।

### পাঠ-১: যোগ

এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- যোগের ভিন্ন ভিন্ন অর্থ ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- বিভিন্ন পদ্ধতি অনুসরণ করে যোগ করতে পারবেন।
- যোগ সংক্রান্ত  গাণিতিক সমস্যা তৈরি ও সমাধান করতে পারবেন।

**প্রারম্ভিক কার্যাবলি:** বাস্তব জীবনে বিভিন্ন ধরণের যোগ সম্পর্কে ধারণা লাভর জন্য নিচের চিত্রের প্রতি দৃষ্টি আকর্ষণ করে উপস্থাপিত সমস্যা দুইটির গাণিতিক প্রকাশ কী হবে এবং উভয়েই কী একই রকম অর্থ প্রকাশ করে কিনা তার উত্তর চিন্তা করি।

নিচের দুটি যোগের গাণিতিক সমস্যা পড়ুন এবং চিন্তা করুন।

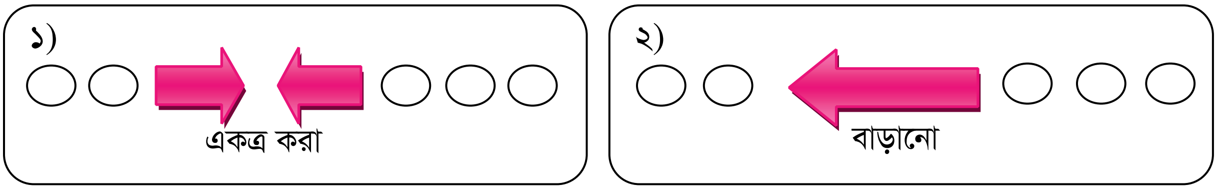
১. আপনার ২টি আপেল আছে। আপনার মায়ের ৩টি আপেল আছে। আপনাদের মোট কয়টি আপেল আছে?

২. আপনার ২টি আপেল আছে। আপনার মা আপনাকে আরও ৩টি আপেল দিলেন। এখন আপনার মোট কয়টি আপেল হলো?

প্রশ্ন

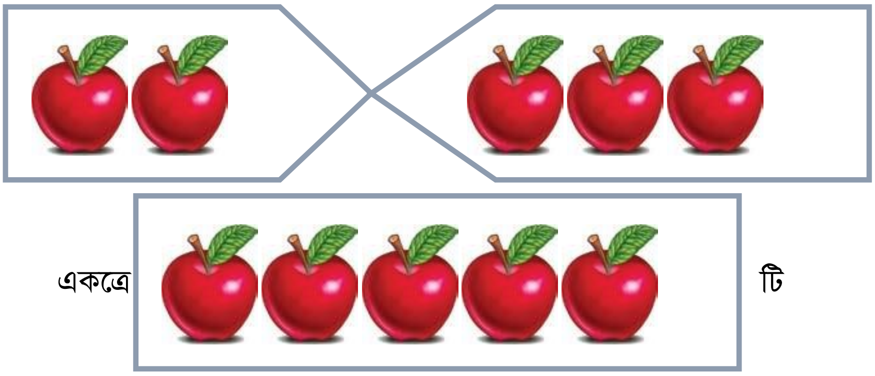
- কীভাবে সমাধান করবেন এবং উত্তর কী হবে?

- ২টি সমস্যা উপকরণ দিয়ে বোঝালে কী রকম হবে?
    - উপর্যুক্ত ২টি সমস্যার অর্থ নিচের ২টি চিত্রের মধ্যে কোনটির সাথে মিল রয়েছে?

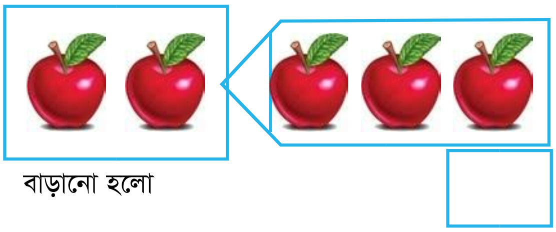



সমাধান ও উত্তর এক হলেও ‘একত্র করা’ এবং ‘বাড়ানো বা বৃদ্ধিকরণ’– এর ২টি অর্থ রয়েছে।

**একত্র করা:** একসাথে দুটি সংখ্যা একত্রে রেখে সেই ২টি সংখ্যার মোট সংখ্যা বের করা।




**বৃদ্ধিকরণ:** পূর্বে যা ছিল তা অপেক্ষা সংখ্যা বেশি হওয়া।




**উদাহরণ**

- মিনুর ৫টি রং পেন্সিল এবং তিথির ২টি রং পেন্সিল আছে। তাদের মোট কয়টি রং পেন্সিল আছে? আমেনার ৬টি খেলনা আছে। শামীমার ৭টি খেলনা আছে। দুইজনের মোট কয়টি খেলনা হলো?

- **এরকম গাণিতিক সমস্যার অর্থ হচ্ছে “একত্র করা”**।

- সজিবের ৩টাকা আছে। তার আব্বা তাকে আরও ৫ টাকা দিলেন। এখন তার কাছে কত টাকা আছে?
- একটি গাছে ৪টি পাখি বসে আছে। সেখানে আরও ৭টি পাখি এসে বসল। গাছে এখন কয়টি পাখি হলো?

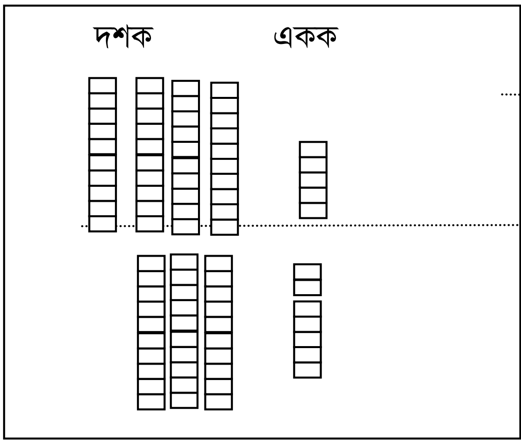
- এরকম গাণিতিক সমস্যার অর্থ হচ্ছে **“বৃদ্ধিকরণ”**।

**হাতে রেখে যোগ**

**দুই অঙ্ক বা দুইয়ের অধিক অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যার যোগঃ**

**নিচের উদাহরণটি লক্ষ করি,**

| দশক | একক |
|---|---|
| ৪<br>৩ | ৫<br>৭ |
| ৭<br>১ ← | ১২ |
| ৮ | ২ |




এককের ঘরে ৫+৭=১২ = ১ দশক ২ একক। এককের ঘরের ২ একক যোগফলের এককের ঘরে লিখা হয় এবং ১ দশক হাতে থাকে।

দশকের ঘরে ৪+৩= ৭ দশক। ৭ দশক আর হাতের ১ দশক = ৮ দশক।

**অনুশীলন-১:** উপরে প্রদত্ত উদাহরণ ও চিত্রের অনুরূপ উদাহরণ ও চিত্র ব্যবহার করে নিম্নের যোগ দুইটি করুন:

```
  ৪৭
+২৯
```

```
১৫৮
+৬৩
```

**অনুশীলন-২:** নিম্নের যোগ দুইটি ব্যবহার করে গাণিতিক বাক্যের সমস্যা তৈরি করুন।

১৭+ ১২ ও ৩৭+ ১৫

**পরামর্শ: উপরোল্লেখিত বিষয়বস্তু সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা অর্জনের জন্য উপস্থাপিত বিষয়বস্তুর পাশাপাশি প্রাথমিক স্তরের পাঠ্যপুস্তকে প্রদত্ত বিষয়বস্তু মনোযোগ সহকারে পড়ুন।**

## পাঠ-২: বিয়োগ

এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- বিয়োগের ভিন্ন ভিন্ন অর্থ ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- বিভিন্ন পদ্ধতি অনুসরণ করে বিয়োগ করতে পারবেন।
- বিয়োগ সংক্রান্ত  গাণিতিক সমস্যা তৈরি ও সমাধান করতে পারবেন।

### প্রারম্ভিক কার্যাবলি

বাস্তব জীবনের বিভিন্ন ধরণের বিয়োগ সম্পর্কে ধারণা লাভের জন্য নিচের উপস্থাপিত চিত্র ২টি লক্ষ্য করি এবং উপস্থাপিত চিত্র ২টির গাণিতিক প্রকাশ বা ধরণ কী হবে এবং গাণিতিক প্রকাশ কী একই রকম হবে, না ভিন্ন রকম হবে, তার উত্তর চিন্তা করি।

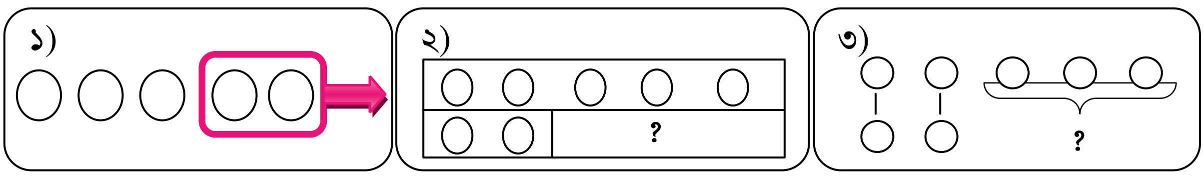
**বিয়োগের গাণিতিক সমস্যা সম্পর্কে আলোচনা:** নিচের বক্সের বিয়োগ সংক্রান্ত ৩টি গাণিতিক সমস্যা পড়ুন এবং এদের ধরন সম্পর্কে চিন্তা করুন।

- বাস্তব জীবনে বিভিন্ন ধরণের যোগ সম্পর্কে ধারণা দেওয়ার জন্য পাশের চিত্রের প্রতি দৃষ্টি আকর্ষণ করে উপস্থাপিত সমস্যা দুইটির গাণিতিক প্রকাশ কী হবে এবং উভয়েই কী একই রকম অর্থ প্রকাশ করে কিনা তার উত্তর চিন্তা করি।

১. আপনি ৫টি আপেল কিনলেন। এর মধ্যে ২টি খেয়ে ফেললেন। আপনার কাছে আর কয়টি আপেল থাকল?
২. আপনার ৫টি আপেল কেনার প্রয়োজন। ২টি কিনলেন। আপনার আর কয়টি আপেল কেনা দরকার?
৩. অমলের ৫টি আপেল আছে। কমলের ২টি আপেল আছে। ২জনের আপেলের সংখ্যার পার্থক্য কত?

প্রশ্ন

- সমস্যাগুলোর সমাধান এবং উত্তর কী হবে?
- ৩টি সমস্যা উপকরণ দিয়ে বোঝালে কী রকম হবে?
- নিচের ৩টি চিত্রের কোনটির সাথে মিল আছে?



অভিব্যক্তি ও উত্তর এক হলেও তিন চিত্রে "বাদ দেয়া", "তুলনা করা" এবং "পার্থক্য করা" –এই ৩টি অর্থ রয়েছে।

**বাদ দেয়াঃ** যখন কোন সামষ্টিক বস্তু থেকে কিছু কর্তন করা হয়, হারিয়ে যায়, ফেলে দেয়া হয়, নষ্ট হয়ে যায় তখন অবশিষ্ট যা থাকে তা বের করার প্রক্রিয়া হলো বাদ দেয়া।

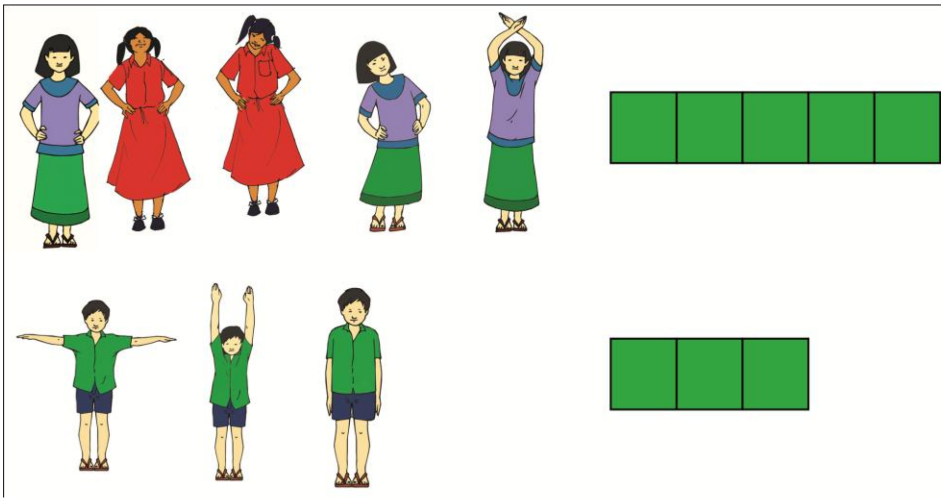
২টি খেয়ে ফেললে বাকি ☐ থাকে

**তুলনা করাঃ দুটি** বস্তুর পরিমাণ যাচাই এবং একটি বস্তুর সাথে অন্য বস্তুর তুলনা করা।

৫টি আপেল কেনা প্রয়োজন

২টি কিনলে আরও লাগবে ☐ টি

**পার্থক্য করাঃ** একটি বস্তু অন্য বস্তু অপেক্ষা কত কম বা বেশি,তা নির্ণয় করা এবং দুটি সংখ্যার বা দুটি রাশির মাঝখানের ব্যবধান বা পার্থক্য বের করার প্রক্রিয়া।



বালক থেকে বালিকা ☐ বেশি

উদাহরণ

- হামিদের ১২টি কাপ ছিল। এর মধ্যে তিনটি ভেঙে গেছে। এখন তার কয়টি কাপ আছে?
  - **এরকম গাণিতিক সমস্যার অর্থ হচ্ছে "বাদ দেয়া"।**
- একটি স্কুলে ৩২৬ জন শিক্ষার্থী আছে। এর মধ্যে ৩০০ জনের বসার সিট আছে আর কতটি সিট প্রয়োজন? - **এরকম গাণিতিক সমস্যার অর্থ হচ্ছে "তুলনা করা"।**
  **বালক থেকে বালিকা বেশি।**
- ৫ জন শিক্ষার্থীর জন্য ৩টি চেয়ার রয়েছে। শিক্ষার্থীদের থেকে কয়টি চেয়ার কম আছে?
  - **এরকম গাণিতিক সমস্যার অর্থ হচ্ছে "পার্থক্য করা"।**

- যোগ ও বিয়োগের ক্ষেত্রে আলাদা অর্থ থাকলেও একই ধরনের চিহ্ন দিয়ে প্রকাশ করার বিষয়টি প্রথম শ্রেণির শিক্ষার্থীদের জন্য কঠিন হতে পারে, যেহেতু তারা প্রথমে যোগ ও পরে বিয়োগ শেখে।

অনশীলনী ১:

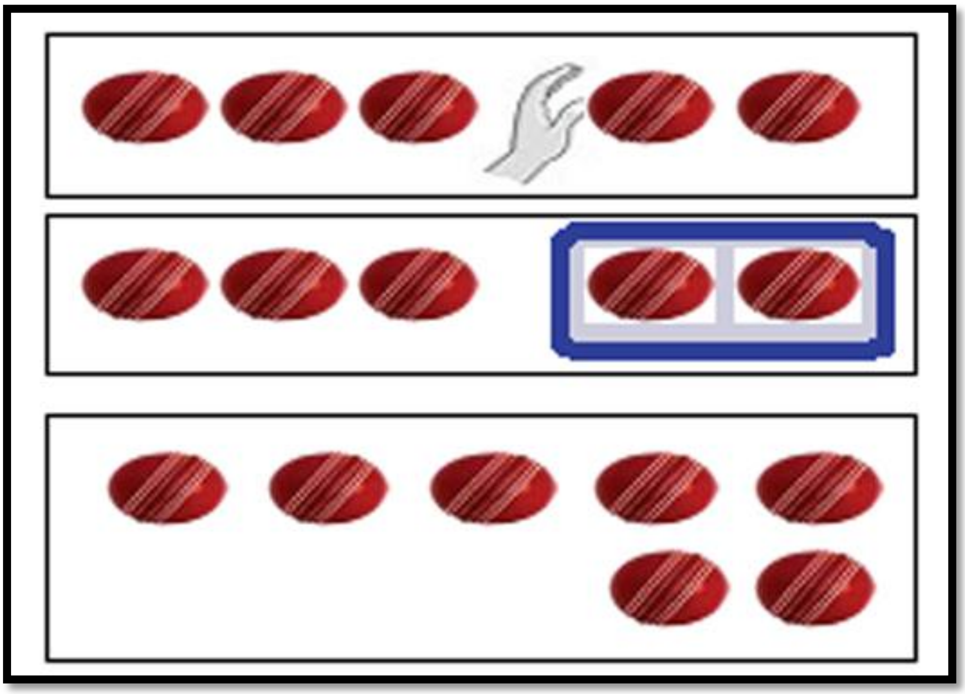
[১] প্রথম শ্রেণির শিক্ষার্থীদের জন্য ৮ - ৩= ৫ এই বিয়োগের গাণিতিক সমস্যার ৩টি অর্থ তৈরি করুন।

[২] দলের সবার সাথে প্রত্যেকের তৈরি বাক্যগুলো মিলিয়ে নিন।

অনশীলনী ২:

শিক্ষাদান পদ্ধতি অনুসরণে বিয়োগের ৩টি অর্থকে কী অনুক্রমে সাজালে ভাল হয় তা বর্ণনা করুন।

[১] "বাদ দেয়া" কীভাবে নির্দেশ করলে শিক্ষার্থীরা বুঝতে পারবে?
(উদাহরণ- ৮টি লজেন্স আছে। ৩টি খাওয়া হলো। আর কয়টি লজেন্স আছে?)
[২] "তুলনা করা" কিভাবে নির্দেশ করলে শিক্ষার্থীরা বুঝতে পারবে?
(উদাহরণ- একটি খেলার জন্য ৮জন শিশু প্রয়োজন। তাদের মধ্যে ৩ জন মেয়ে। ঐখেলার জন্য আর কতজন শিশু প্রয়োজন?)
[৩] "পার্থক্য করা" কীভাবে নির্দেশ করলে শিক্ষার্থীরা বুঝতে পারবে?
(উদাহরণ- ২টি সারির ১টিতে ৮জন এবং অপরটিতে ৩ জন বালক রয়েছে? কোন সারিতে কত কম বা বেশি রয়েছে?)
[৪] "বাদ দেয়া", "তুলনা করা" এবং "পার্থক্য করা" ধারণাগুলোর মধ্যে তফাত কী? মিল কী?



**বিয়োগের নির্দেশের অনুক্রম**

১. "বাদ দেয়া " ধারণাটি উপকরণ নাড়াচাড়া করে সরাসরি বোঝা যায়।

২. "তুলনা করা" ধারণার উত্তরও পাশাপাশি রেখে বের করা যায়।

৩. পাথর্ক্য করা” ধারণার ক্ষেত্রে একটিকে অপরটির সাথে মিল করে পার্থক্যটি বের করতে হবে।

প্রথমে “বাদ দেয়া  তারপরে “তুলনা করা” শিখিয়ে বিয়োগের ধারণা সুস্পষ্ট করার পর “পাথর্ক্য করা” শেখালে ভাল হয়।

**অনুশীলন ৩:** নিম্নের বিয়োগ দুইটি ব্যবহার করে গাণিতিক বাক্যের সমস্যা তৈরি করুন।

**১৫–১২ ও ৩৭–১৫**

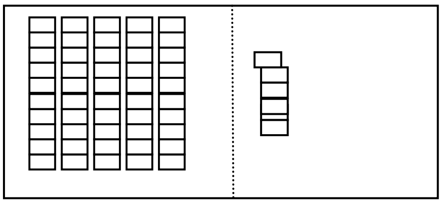
**পরামর্শ: উপরোল্লেখিত বিষয়বস্তু সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা অর্জনের জন্য উপস্থাপিত বিষয়বস্তুর পাশাপাশি প্রাথমিক স্তরের পাঠ্যপুস্তকে প্রদত্ত বিষয়বস্তু মনোযোগ সহকারে পড়ুন।**

**হাতে রেখে বিয়োগ**

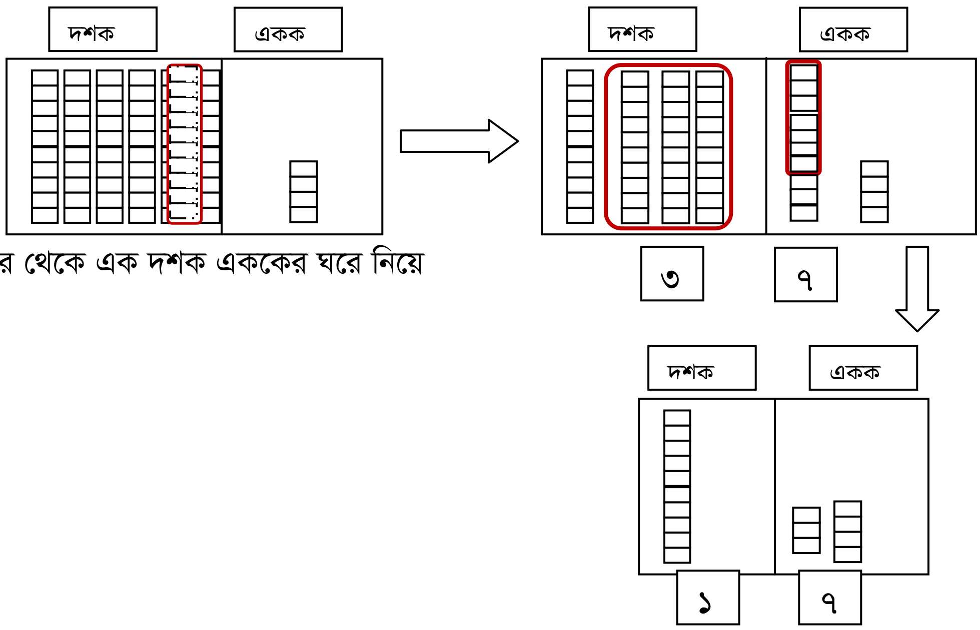
একটি বিদ্যালয়ের দ্বিতীয় শ্রেণিতে ৫৪ জন ছাত্রী ও ৩৭ জন ছাত্র রয়েছে। বিদ্যালয়ের কতজন ছাত্রী বেশি আছে?

বিয়োগটি কীভাবে করব?

```
    ৫৪
(-) ৩৭
──────
```



১. হাতে রেখে বিয়োগের ক্ষেত্রে বিয়োজ্যের এককের ঘরের সংখ্যাটি বিয়োজনের এককের ঘরের সংখ্যার চাইতে ছোট হলে তা বিয়োগ করা যায় না। এক্ষেত্রে বিয়োজ্যের দশকের ঘর থেকে একটি দশক এককের সাথে যোগ করতে হয়। উপরের বিয়োগটিতে দশকের ঘরের এক দশক এককের সাথে যোগ করলে হয় ১৪ এবং ১৪ থেকে ৭ বিয়োগ করলে ৭ হয়।আমরা বর্গাকৃতি কাগজের কার্ড ব্যবহার করে নিম্নরূপভাবে সমস্যাটির সমাধান করতে পারি।




দশকের ঘর থেকে এক দশক এককের ঘরে নিয়ে

এছাড়াও প্রদত্ত সমস্যা নিম্নরূপে সমাধান করা যায়:

| দশক | একক |
|---|---|
| ৫ | ৪ |
| ৩ | ৭ |
| | |

| দশক | একক |
|---|---|
| ৪<br>~~৫~~ | ১০<br>৪ |
| ৩ | ৭ |
| ১ | ৭ |

যেহেতু এককের ঘরের ৪ থেকে ৭ বিয়োগ করা যায় না সেজন্য দশকের ঘরের ৫ দশক থেকে এক দশক এককের ঘরে নিতে হবে এবং এককের ঘরে হবে ১৪। ১৪ একক থেকে ৭ বিয়োগ করলে হয় ৭ একক। দশকের ঘর থেকে এক একের ঘরে নেওয়াতে বাকী থাকে ৪ দশক। ৪ দশক থেকে ৩ দশক বিয়োগ করলে হয় ১ দশক।

সমস্যা: মাহির ৩৩টি এবং অপূর্বের ১৭টি গল্পের বই আছে।মাহিরের চেয়ে অপূর্বের কয়টি গল্পের বই বেশি বা কম আছে?

সমাধান:

| | দশক | একক |
|---|---|---|
| মাহির বই | ৩<br>৩-১<br>=২ | ৩<br>১০+৩<br>=১৩ |
| অপূর্বর বই | ১ | ৭ |
| মাহির বেশি আছে | ১ | ৬ |

অনুশীলন:

১. নিম্নের দুইটি বিয়োগ করুন

```
     ৫২           ৪২
(-)  ২৯      (-)  ১৮
```

২. নিম্নের বিয়োগ দুইটি দ্বারা গাণিতিক বাক্যের সমস্যা তৈরি করুন।

ক) ৪৩ -২৬          খ) ৪৭ -১৯

**পরামর্শ: উপরোল্লেখিত বিষয়বস্তু সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা অর্জনের জন্য অত্র অধ্যায়ে উপস্থাপিত বিষয়বস্তুর পাশাপাশি প্রাথমিক স্তরের পাঠ্যপুস্তকে প্রদত্ত বিষয়বস্তু মনোযোগ সহকারে পড়ুন।**

পাঠ-৩: গুণ

এ পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- গুণের অর্থ ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- গুণের সমস্যা তৈরি ও সমাধান করতে পারবেন।

**প্রারম্ভিক কার্যাবলি:** চিত্রের সমস্যার প্রতি দৃষ্টি আকর্ষণ করে সমস্যার গাণিতিক প্রকাশ বা ধরন চিন্তা করি এবং প্রদত্ত চিত্রের সমস্যা দুইটি একই রকম অর্থ প্রকাশ করে কিনা তা তার উত্তর খোজার চেষ্টা করি ।

একজন দোকানদার ৪টি থালার প্রত্যেকটিতে ৫টি করে টমেটো রেখেছেন। একত্রে কতগুলো টমেটো আছে ?

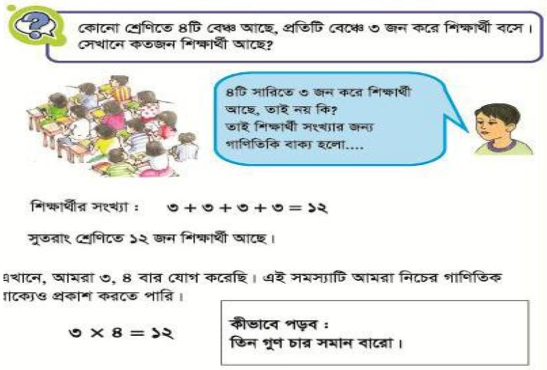
নিচের ছবি অনুযায়ী, ৩টি বা ৪টি থালায় কতগুলো টমেটো আছে বের করি।

৫ × ১ = ৫

৫ × ২ = ১০

৫ × ৩ = ☐

৫ × ৪ = ☐


কোনো শ্রেণিতে ৪টি বেঞ্চ আছে, প্রতিটি বেঞ্চে ৩ জন করে শিক্ষার্থী বসে। সেখানে কতজন শিক্ষার্থী আছে?



শিক্ষার্থীর সংখ্যা : ৩ + ৩ + ৩ + ৩ = ১২

সুতরাং শ্রেণিতে ১২ জন শিক্ষার্থী আছে।

এখানে, আমরা ৩, ৪ বার যোগ করেছি। এই সমস্যাটি আমরা নিচের গাণিতিক বাক্যেও প্রকাশ করতে পারি।

৩ × ৪ = ১২

কীভাবে পড়ব :
তিন গুণ চার সমান বারো।

**গুণের অর্থ**

১.একটি খাতার মূল্য ৪ টাকা।৩টি খাতার মূল্য কত?

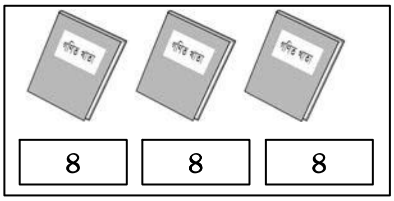
**সমাধান:**

১টি খাতার মূল্য ৪ টাকা

৩ টি ,, ,, (৪ + ৪ + ৪) ,,=১২ টাকা

অথবা, ৪ × ৩ = ১২ টাকা

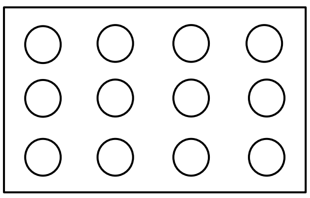
উত্তর: ১২ টাকা।




**গুণের অর্থ হচ্ছে একক পরিমাণের একাধিক সংগ্রহের পুনপৌনিক যোগ করার প্রক্রিয়া।**

একটি খাতার দাম (৪ টাকা) ×খাতার সংখ্যা (৩টি) = মোট মূল্য (১২ টাকা)।

প্রথমে চিত্রটি ভাল করে দেখে নিচের প্রশ্নগুলো চিন্তা করি



**প্রশ্ন**

- প্রতিটি লাইনে কতটি বৃত্ত আছে? লাইনের সংখ্যা কত? মোট বৃত্তের সংখ্যা কত।

  প্রতিটি লাইনে বৃত্ত আছে ৪টি। লাইনের সংখ্যা হলো ৩টি।

  ∴ মোট বৃত্তের সংখ্যা হলো (৪ × ৩)টি = ১২টি

- প্রতিটি কলামে কতটি বৃত্ত আছে? কলামের সংখ্যা কত? মোট বৃত্তের সংখ্যা কত?

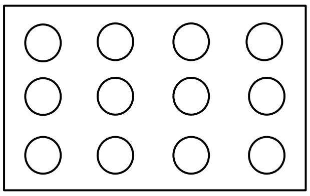
  প্রতিটি কলামে বৃত্ত আছে ৩টি। কলামের সংখ্যা ৪টি।

  ∴মোট বৃত্তের সংখ্যা (৩ × ৪)টি = ১২টি

- জোড়া জোড়া করে কতটি জোড়া আছে? জোড়া হিসেবে মোট বৃত্তের সংখ্যা কত?

প্রতি জোড়ায় বৃত্ত আছে ২টি। মোট জোড়া আছে ৬টি।

∴ মোট বৃত্ত আছে (২× ৬) =১২টি

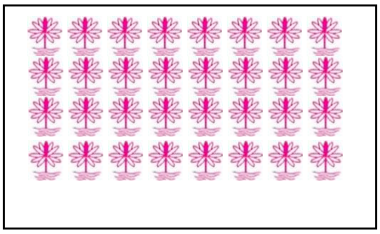


- উপরের চিত্র থেকে ছয়টি করে কতটি দল হবে? ছয়টির দল হিসেবে মোট বৃত্তের সংখ্যা কত?

  ছয়টি করে দল আছে ২টি। প্রতি দলে বৃত্ত আছে ৬টি।

  ∴ মোট বৃত্ত আছে ৬× ২ =১২টি

অনুশীলন: প্রথমে চিত্রগুলো ভালভাবে দেখুন। প্রশ্ন তৈরি করুন ও বিশ্লেষণ করুন।



**পরামর্শ: উপরোল্লেখিত বিষয়বস্তু সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা অর্জনের জন্য উপস্থাপিত বিষয়বস্তুর পাশাপাশি প্রাথমিক স্তরের পাঠ্যপুস্তকে প্রদত্ত বিষয়বস্তু মনোযোগ সহকারে পড়তে হবে।**

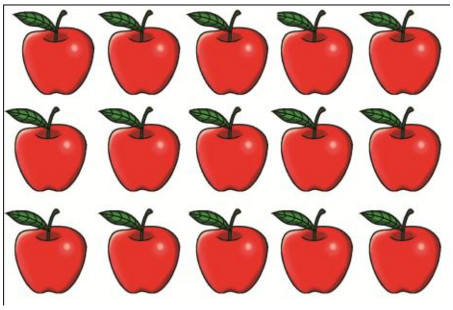
## পাঠ-৪: ভাগ

**এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ**

- ভাগের ২ রকম অর্থ ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- বিভিন্ন উপায়ে ভাগ করতে পারবেন।

**প্রারম্ভিক কার্যাবলি:** নিচের উপস্থাপিত চিত্রের প্রতি দৃষ্টি আকর্ষণ করে সমস্যা ২টির গাণিতিক প্রকাশ কী হবে এবং প্রত্যেকটিই একইরকম অর্থ প্রকাশ করে কিনা চিন্তা করি।

**মিনার ১৫টি আপেল আছে। সে ১৫টি আপেল তার তিন বন্ধুকে সমানভাবে বিতরণ করে। বন্ধুরা প্রত্যেকে কয়টি করে আপেল পায়?**



**রেজার ১৫টি আপেল আছে এবং সেগুলো বিতরণ করায় তার বন্ধুরা প্রত্যেকে তিনটি করে আপেল পায়। তার কতজন বন্ধু আপেলগুলো পায়?**

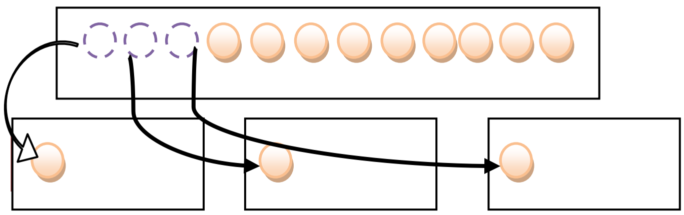
**ভাগের অর্থ**

১) ১২টি বিস্কুট সমানভাগে ৩ জনকে ভাগ করে দিলে প্রত্যেকে কয়টি করে পাবে?

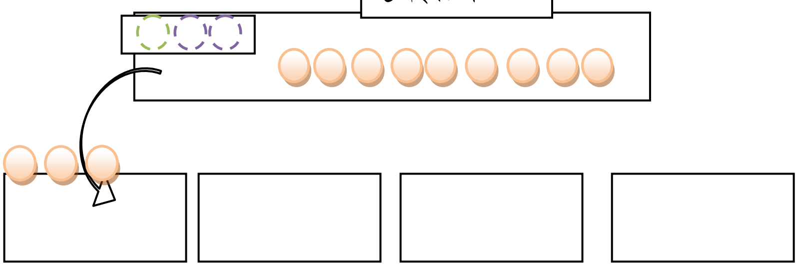
২) ১২টি বিস্কুট ৩টি করে ভাগ করে দিলে কতজনকে দেয়া যাবে?

- উপরের দুইটি গাণিতিক সমস্যার অভিব্যক্তি এবং উত্তর কী হবে?
- প্রশ্ন অনুসারে বৃত্ত দিয়ে জোট তৈরি করে চিত্র অঙ্কন করলে ১নং এবং ২নং সমস্যার চিত্র কী রকম হবে?

অভিব্যক্তি এবং উত্তর এক হলেও ভাগের ২ রকম অর্থ আছে।



১নং চিত্র



২নং চিত্র

১নং চিত্রে ১২টি বিস্কুট ৩জনের মধ্যে ভাগ করা দেখানো হয়েছে। অর্থা' ১২টি বিস্কুট ÷ ৩জন = ? বিস্কুট এখানে প্রত্যেকে কয়টি করে বিস্কুট পাবে তার পরিমাণ বের করা দেখানো হয়েছে। এটি বন্টনে ভাগ।
২নং চিত্রে ১২টি বিস্কুট ৩টি করে ভাগ করা দেখানো হয়েছে। অর্থাৎ, ১২টি বিস্কুট ÷ ৩টি বিস্কুট = ? জন এখানে ৩টি করে দিলে ১২টি বিস্কুট কত জনকে দেওয়া যাবে তা দেখানো হয়েছে। এটি পরিমাপে ভাগ।

**বন্টনে ভাগ:** যে ভাগে দলের সদস্য সংখ্যা নির্ণয় করা হয় তাকে বন্টনে ভাগ বলে। অর্থাৎ সমগ্র পরিমাণ এবং হারকে বুঝিয়ে দেয়া আছে, এককের পরিমাণ বের করার ভাগ।

উদাহরণ: ৬ জন শিক্ষার্থীর মধ্যে ২৪টি পাঠ্যবই সমানভাবে ভাগ করে দিলে প্রত্যেকে কয়টি করে পাঠ্যবই পাবে?

২৪ × ৬ = ৪

উত্তর: ৪টি

সমগ্র পরিমাণ ২৪ (টি), একক ৬ (জন) দেয়া আছে। হার পরিমাণ (কয়টি করে পাবে) বের করতে হবে।

- এ ধরনের সমস্যার অর্থ হচ্ছে"বন্টনে  ভাগ"।

**পরিমাপে ভাগ:** যে ভাগে দলের সংখ্যা নির্ণয় করা হয় তাকে পরিমাপে ভাগ বলে। অর্থাৎ, সমগ্র পরিমাণ এবং একক পরিমাণকে বুঝিয়ে দেয়া আছে, হার বের করার ভাগ।

**উদাহরণ:** প্রত্যেক শিক্ষার্থীকে ৬টি করে পাঠ্যবই দিলে ২৪টি পাঠ্যবই কয়জনে পাবে?

২৪ ÷ ৬ = ৪

উত্তর: ৪ জন

সমগ্র পরিমাণ ২৪ (টি), একক পরিমাণ ৬(টি) বুঝিয়ে দেয়া আছে। একক (কয়জন পাবে) বের করতে হবে।

- এ ধরনের সমস্যার অর্থ হচ্ছে "পরিমাপে ভাগ"।

একক পরিমাণ বের করতে হলে "বন্টনে ভাগ" হবে এবং হার বের করতে হলে "পরিমাণে ভাগ" হবে।

অনুশীলনী ১:

নিচের ভাগের সমস্যাগুলো পড়ে অর্থ অনুসারে ২ ভাগে বিন্যস্ত করুন।

(ক) ৮টি আম ২ জনের মধ্যে সমানভাবে ভাগ করে দেয়া হলো। প্রতি জনে কয়টি করে আম পেল?
(খ) একটি পাত্রে ৬টি করে ডিম রাখা যায়। ৪৮টি ডিমের জন্য কয়টি পাত্র লাগবে?
(গ) ৪ জনকে ২৪টি লজেন্স সমানভাবে ভাগ করে দেয়া হলো। প্রত্যেকে কয়টি করে লজেন্স পেল?
(ঘ) ৮ জন ছাত্র নিয়ে একটি দল গঠন করা হলে ৭২জন ছাত্র নিয়ে কতটি দল গঠন করা যাবে?
(ঙ) একটি বেঞ্চে ৫ জন ছাত্র বসতে পারে। ৪৫ জন ছাত্রের জন্য কয়টি বেঞ্চ লাগবে?
(চ) ৮টি ডিমের দাম ২৪ টাকা। ১টি ডিমের দাম কত?

**অনুশীলনী ২:**

নিম্নলিখিত কাজ করে ভাগের ২ রকম অর্থ  সম্বন্ধে চিন্তা করি।

[১] ২৪÷৪ বাক্যটির জন্য ভাগের আলাদা অর্থ অনুসারে গাণিতিক সমস্যা তৈরি করুন।

[২] তৈরিকৃত গাণিতিক সমস্যায় যা বের করতে হবে তাকে গুণের অভিব্যক্তি দিয়ে প্রকাশ করলে প্রত্যেক অভিব্যক্তি কী হবে?

(উদাহরণ: ৯টি লজেন্স ৩ জনকে সমানভাগে ভাগ করলে একজন কয়টি পাবে?..... কত× ৩ = ৯)

অনুশীলনী-৩:

নিম্নপ্রদত্ত বিষয় নিয়ে দলের অন্য সদস্যদের সাথে আলোচনা করুন।

[১] ৪ এর সাথে ৩ এর গুণ (৪×৩) এবং ৪ এর ধারাবাহিক বৃদ্ধিকে (৪ + ৪ + ৪) সমান বলা যাবে কি?

[২] ৪×৩ এর অর্থ কী? বিভিন্ন সংখ্যা দিয়ে একই ফল বা গুণ ও ধারাবাহিক বৃদ্ধির সম্পর্ক আলোচনা করুন। সিদ্ধান্ত নেয়া যাবে কি না চিন্তা করুন।

গুণের নামতার ছক

গুণের নামতা দ্বারা বিভিন্ন মজার কাজ করা যেতে পারে।

১) যোগফল ১০০ হয় এমন ৪টি সংখ্যা খুঁজে বের করুন। এই চারটি সংখ্যাকে দাগ কাটলে বিভিন্ন চতুর্ভুজ হয়।

২) ১ থেকে ৮১ পর্যন্ত কয়টি সংখ্যা আছে তা অনুমান করে গণনা করে দেখুন। সংখ্যা যা ১ বার, ২বার, ৩বার, ৪বার আছে তা বিন্যস্ত করে রং করে দেখুন।

| | ১ | ২ | ৩ | ৪ | ৫ | ৬ | ৭ | ৮ | ৯ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ১ | ১ | ২ | ৩ | ৪ | ৫ | ৬ | ৭ | ৮ | ৯ |
| ২ | ২ | ৪ | ৬ | ৮ | ১০ | ১২ | ১৪ | ১৬ | ১৮ |
| ৩ | ৩ | ৬ | ৯ | ১২ | ১৫ | ১৮ | ২১ | ২৪ | ২৭ |
| ৪ | ৪ | ৮ | ১২ | ১৬ | ২০ | ২৪ | ২৮ | ৩২ | ৩৬ |
| ৫ | ৫ | ১০ | ১৫ | ২০ | ২৫ | ৩০ | ৩৫ | ৪০ | ৪৫ |
| ৬ | ৬ | ১২ | ১৮ | ২৪ | ৩০ | ৩৬ | ৪২ | ৪৮ | ৫৪ |
| ৭ | ৭ | ১৪ | ২১ | ২৮ | ৩৫ | ৪২ | ৪৯ | ৫৬ | ৬৩ |
| ৮ | ৮ | ১৬ | ২৪ | ৩২ | ৪০ | ৪৮ | ৫৬ | ৬৪ | ৭২ |
| ৯ | ৯ | ১৮ | ২৭ | ৩৬ | ৪৫ | ৫৪ | ৬৩ | ৭২ | ৮১ |

**ভাগ করার বিভিন্ন উপায়**

ভাগ কর: ৬০৩÷৩ এই ভাগটি প্রচলিত পদ্ধতিতে শিক্ষার্থীদের নিম্নরূপে শিখানো হয়

```
৩ ) ৬০৩ (২০১
    ৬
    ০
    ০
     ৩
     ৩
     ০
```

```
৩ ) ৬০৩ (২১
   ৬
    ৩
    ৩
    ০
```

১ নং　　　　　২ নং

এক্ষেত্রে অনেক সময় শিক্ষার্থীরা ২নং ভাগটির মত করে সমাধান করে থাকে। শূণ্যের ভাগের ক্ষেত্রে তাদের সমস্যা হয়। এভাবে ভাগ করার পদ্ধতিটি আমাদের দেশসহ প্রতিবেশি কিছু দেশে সনাতন পদ্ধতি হিসেবে ব্যবহৃত হয়ে আসছে।ভাগ করার আরও একটি পদ্ধতি এখানে দেখানো হলো যা উন্নত দেশসহ পৃথিবীর অধিকাংশ দেশে ব্যবহার করা হয়।

| | | | |
|---|---|---|---|
| | ২ | ০ | ১ |
| ৩ | ৬ | ০ | ৩ |
| | ৬ | | |
| | | ০ | |
| | | ০ | |
| | | | ৩ |
| | | | ৩ |
| | | | ০ |

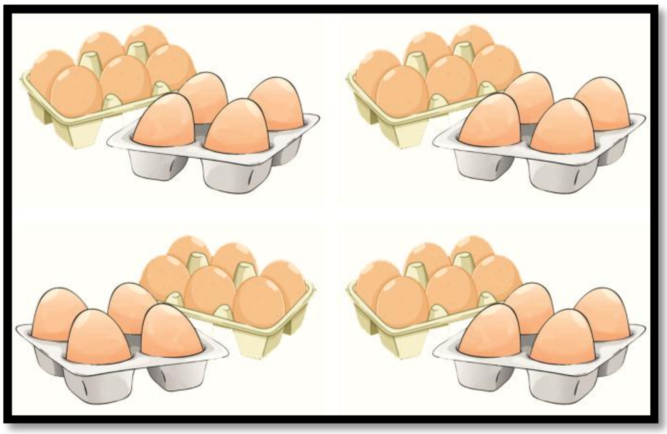
**পরামর্শ: উপরোল্লেখিত বিষয়বস্তু সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা অর্জনের জন্য উপস্থাপিত বিষয়বস্তুর পাশাপাশি প্রাথমিক স্তরের পাঠ্যপুস্তকে প্রদত্ত বিষয়বস্তু মনোযোগ সহকারে পড়ুন।**

**পাঠ-৫: মৌলিক চার নিয়ম সংক্রান্ত সমস্যাবলি**

**এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ**

- মৌলিক চার নিয়ম (যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ) সংক্রান্ত গাণিতিক সমস্যা সমাধান করতে পারবেন।

**প্রারম্ভিক কার্যাবলি:** চিত্রের সমস্যার প্রতি দৃষ্টি আকর্ষণ করে উভয় সমস্যার গাণিতিক প্রকাশ বা ধরণ কী হবে এবং প্রত্যেকটিই কি একই রকম অর্থ প্রকাশ করে? উত্তরদানের মাধ্যমে সংশ্লিষ্ট বিষয়বস্তুর অবতারণা করা যেতে পারে।



**গত মাসে রাজুর কাছে ৯৫৩ টাকা ছিল। প্রতিবার সে ১৪টি করে ডিম কিনল। একটি ডিমের দাম ৬ টাকা। সে ৪ বার ডিম কিনেছিল। গত মাসের শেষে রাজুর কত টাকা অবশিষ্ট ছি?**

**নিচের সমস্যা ২টি** গাণিতিক বাক্যে প্রকাশ করলে কী হবে? এবং প্রত্যেক সমস্যা কী অনুক্রমে সমাধান করবেন?

১) একজন ভদ্রলোক পরিবারসহ শিশুপার্কে গেলেন। তাঁর পরিবারে ৫ জন বয়স্ক এবং ৩ জন শিশু আছে। বয়স্কদের প্রবেশমূল্য ২৫ টাকা এবং শিশুর প্রবেশমূল্য ১৩ টাকা হলে মোট প্রবেশমূল্য বাবদ কত টাকা খরচ হলো?

২) টাংগাইল পিটিআইয়ে ৫০ জন ছাত্র আছে। ছাত্রীর সংখ্যা ছাত্রের সংখ্যার ৩ গুণ। পিটিআইয়ে মোট কতজন শিক্ষার্থী আছে?

**উদাহরণ ১**

আপনারা রেস্টুরেন্টে খেতে গেলেন। ২ প্লেট ২০ টাকা দরের সাদা ভাত, ২৫ টাকা দরের সবজি ভাজি ২টি, ১ প্লেট ৭০ টাকা দরের মাছ এবং ৮০ টাকা দরের ১ প্লেট মুরগির মাংস খেলেন। দোকানিকে ৩০০ টাকা দিলে কত টাকা ফেরত পাবেন?

এর সমাধান

৩০০ - {(২ × ২০) + (২×২৫) + ৭০ + ৮০} = ৩০০ - (৪০ + ৫০ + ৭০ + ৮০)

= ৩০০ - ২৪০

= ৬০

উত্তর: ৬০ টাকা

- যে সমস্যায় প্রাথমিক চার নিয়ম এবং বন্ধনী থাকে তাকে আমরা প্রথমে বন্ধনীর মধ্যে সাজিয়ে গুণ/ভাগ এবং শেষে যোগ/বিয়োগ অনুক্রমে হিসাব করি।

**উদাহরণ ২**

১০৭ + ৯১ ÷ ১৩ - {৭৭ - (৮৫ ÷ ৫ ×৩ + ২১)} - ১০৫ =?

BODMAS হলো গণনা/সরলীকরণ অনুক্রমের একটি নিয়ম। এ ধারণায় প্রথমে বন্ধনীসূচক, ভাগ, গুণ, যোগ, বিয়োগ অনুক্রম অনুসারে গণনা করতে হবে।

এখন BODMAS সম্বন্ধে চিন্তা করে দেখুন ।

B··· Bracket ( বন্ধনী )

O··· Of (এর) ভাগ)

D Division (

M··· Multiplication ( গুণ)

A··· Addition ( যোগ)

S··· Subtraction ( বিয়োগ)

কী অনুক্রমে গণনা করবেন?

**উদাহরণ ৩**

| | | |
|---|---|---|
| ১) ২ × (৩ + ৪) - ৫ | ২) ১৫ - ৫ + ৩ | ৩) ৭ - ৫ + ২ |
| = ২× ৭ - ৫ | = ১৫ - ৮ | = ৭ - ৭ |
| = ১৪ - ৫ | = ৭ | = ০ |
| = ৯ | | |

এই গণনাগুলো কি সঠিক? ভুল থাকলে কোথায়?

প্রাথমিক শিক্ষার্থীদের ঋণাত্মক সংখ্যার ধারণা নেই বলে BODMAS অনুসারে গণনা করলে এরকম ভুল হতে পারে। এক্ষেত্রে সবগুলো যোগ একসঙ্গে করে নিতে হবে। তাহলে ভুল হবে না।

এরূপ, গাণিতিক চার নিয়মের উপযুক্ত পদ্ধতি হলো:

১) প্রথমে বন্ধনী

২) দ্বিতীয় ধাপে আগে ভাগ, পরে গুণ

৩) তৃতীয় ধাপে আগে যোগ, পরে বিয়োগ

অনুশীলনী ১

নিচের সমস্যাগুলো উপযুক্ত অনুক্রমে সমাধান করন:

ক) ১০ - {২ ×(৭ - ৬ ÷ ৩) + ৫} ÷ ৩

খ) ১০৬ - ৭২ ÷ {(৪৪ - ৩৮) ×৯ - ৪৫}

গ) ১৫৩ ÷ ৩ - {১৫ + (৮৬ - ১৬ ×৩) ÷ ২}

ঘ) ১৪ ×৪ + ৬ × ৮ + ৩৪ - ৩৯÷ {৭৫ - ৫ × (২১ - ৯) - ২}

**পরামর্শ: উপরোল্লেখিত বিষয়বস্তু সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা অর্জনের জন্য উপস্থাপিত বিষয়বস্তুর পাশাপাশি প্রাথমিক স্তরের পাঠ্যপুস্তকে প্রদত্ত বিষয়বস্তু মনোযোগ সহকারে পড়ুন ও অনুশীলন করুন।**

**পাঠ ৬: ঐকিক নিয়ম**

**শিখনফল ঃ এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-**

- ঐকিক নিয়ম কী তা বলতে পারবেন।
- ঐকিক নিয়মে সমস্যার সমাধান করতে পারবেন।

**ঐকিক নিয়ম**

ঐকিক এমন একটি নিয়ম যার সাহায্যে বিভিন্ন হিসাব নিকাশ করা সহজতর হয়। এই নিয়মে নিচের সমস্যাটি সমাধানের চেষ্টা করা যাক।

**সমস্যাঃ** ৫টি পেনসিলের মূল্য ২৫ টাকা হলে, ৮টি পেনসিলের মূল্য কত ?

এখানে, ৫টি পেনসিলের মূল্য দেওয়া আছে। এ তথ্য থেকে ৮ টি পেন্সিলের মূল্য নির্ণয় করা সহজ নয়। কারণ, ৫টি পেন্সিলের মূল্যের সাথে ৮টি পেন্সিলের মূল্যের সরাসরি কোন সম্পর্ক নেই। এরূপ অবস্থায় প্রথমে **১**টি পেন্সিলের মূল্য নির্ণয় করে তা থেকে ৮টি পেন্সিলের মূল্য নির্ণয় করা সহজ হয়।

সমাধানঃ ৫টি পেন্সিলের মূল্য ২৫ টাকা

১টি " " $\frac{২৫}{৫}$ টাকা

৮টি " " $\frac{২৫ \times ৮}{৫}$

$= ৪০$ টাকা

দেখা গেল, একটি পেন্সিলের মূল্য নির্ণয় করা হলে তার সাথে ৮ দিয়ে গুণ করে ৮ টি পেন্সিলের মূল্য পাওয়া যায়। এভাবে কোন কিছুর একক পরিমানের মূল্য, ওজন বা অন্য বৈশিষ্ট্য নির্ণয় করার পর তার সাথে তুলনা করে কাঙ্খিত পরিমানের মূল্য, ওজন বা বৈশিষ্ট্য নির্ণয় করার নিয়মই হলো ঐকিক নিয়ম। বিভিন্ন সমস্যা সমাধানে ঐকিক নিয়ম একটি গুরুত্বপূর্ণ কৌশল হিসেবে প্রয়োগ হয়।

**ঐকিক নিয়মে সমস্যা সমাধান প্রক্রিয়া ঃ**

ঐকিক নিয়মে সমস্যার সমাধানে সাধারণত গুণ ও ভাগ প্রক্রিয়ার সাহায্য নেওয়া হয়। ঐকিক নিয়মে সমস্যা সমাধানের বিবেচ্য বিষয়াবলি :

১। কী শর্ত দেওয়া আছে?

২। কী নির্ণয় করতে হবে?

৩। দেওয়া শর্ত থেকে কীভাবে গাণিতিক বাক্য তৈরি হবে?

৪। প্রদত্ত পরিমাণ থেকে একক পরিমাণে গেলে পরিমাণ বাড়ে না কমে?

৫। একক পরিমাণ থেকে নির্দিষ্ট পরিমাণে গেলে পরিমাণ বাড়ে না কমে?

৬। পরিমাণ বাড়লে গুণ করতে হবে এবং কমলে ভাগ করতে হবে।

ঐকিক নিয়মে সমস্যা সমাধানে বাক্যে সাজানোর সময় লক্ষ রাখতে হবে যা বের করতে বলা হয় তা যেন বাক্যের ডানদিকে শেষ প্রান্তে থাকে। যেমন :

উদাহরণ ঃ ক) ৮টি কলমের মূল্য ৪০ টাকা হলে, ১২টি কলমের মূল্য কত?

খ) ৮টি কলমের মূল্য ৪০ টাকা হলে, ৪৫ টাকায় কয়টি কলম পাওয়া যাবে?

| | সমাধান | (ক) নং | (খ) নং |
|---|---|---|---|
| ১। | কী শর্ত দেওয়া আছে? | ৮টি কলমের মূল্য ৪০ টাকা | ৮টি কলমের মূল্য ৪০ টাকা |
| ২। | কী বের করতে হবে? | ১২টির মূল্য বের করতে হবে | খাতার পরিমাণ বের করতে হবে |
| ৩। | দেওয়া শর্ত থেকে যা বের করতে হবে সে অনুযায়ী বাক্য বিন্যাস | ৮টি কলমের মূল্য ৪০ টাকা | ৪০ টাকায় কলমের পাওয়া যায় ৮টি |
| ৪। | একক পরিমাণ নির্ণয় (কমলে ভাগ) | ১টি কলমের মূল্য $\frac{৪০}{৮}$ টাকা | ১ টাকায় কলম পাওয়া যায় $\frac{৮}{৪০}$ |
| ৫। | নির্দিষ্ট পরিমাণ নির্ণয় (বাড়লে গুণ) | ১২টি কলমের মূল্য $\frac{৪০}{৮} \times ১২$ টাকা = ৬০ টাকা | ৪৫ টাকায় কলম পাওয়া যায় $\frac{৮}{৪০} \times ৪৫$টি = ৯টি |

**উদাহরণ ১** ঃ ৮ টি কলার মূল্য ৪০ টাকা হলে ১৫টি কলার মূল্য কত ?

**সমাধানঃ** ৮টি কলার মূল্য ৪০ টাকা

১টি কলার মূল্য $\frac{৪০}{৮}$

১৫টি কলার মূল্য $\frac{৪০ \times ১৫}{৮} = ৭৫$ টাকা

এখানে নতুন করে বাক্য বিন্যাসের প্রয়োজন হয়নি। কারণ প্রশ্নের প্রথম বাক্যে নির্ণেয় উত্তর (মূল্য) সংখ্যাটি বাক্যের শেষ প্রান্তে স্বাভাবিক ভাবেই আছে।

**উদাহরণ ২ঃ** ১২টি পেন্সিলের মূল্য ৬০টাকা হলে ৭৫ টাকায় কতটি পেন্সিল পাওয়া যাবে ?

**সমাধানঃ** এখানে কতটি পেন্সিল পাওয়া যাবে তা বের করতে হবে। কিন্তু প্রশ্নের প্রথম বাক্যে পেন্সিলের সংখ্যাটি শেষ প্রান্তে না হয়ে প্রথম দিকে বসেছে। কাজেই সমাধানের সময় বাক্যটি বিন্যাস করে পেন্সিলের সংখ্যাটি নিম্নরূপে সাজালে সমস্যাটির সমাধান করা যাবে।

৬০ টাকায় পাওয়া যায় ১২টি পেন্সিল

১ টাকায় পাওয়া যায় $\frac{১২}{৬০}$ টি পেন্সিল

৭৫ টাকায় পাওয়া যায় $\frac{১২ \times ৭৫}{৬০} =$ ১৫টি পেন্সিল

নির্দিষ্ট পরিমান থেকে এককে আসলে অনেক সময় পরিমান কমে, তখন ভাগ করতে হয়। আবার, নির্দিষ্ট পরিমান থেকে এককে আসলে অনেক সময় পরিমান বাড়ে, তখন গুণ করতে হয়। শিক্ষক ঐকিক নিয়ম শিক্ষাদানের সময় বিভিন্ন উদাহরণের সমন্বয়ে শিক্ষার্থীদের এ কথাটি বোঝাবেন।

**ঐকিক নিয়মে সমস্যা সমাধান ঃ**

**[উদাহরণ-১** ঃ ৮টি চেয়ারের মূল্য ১৮০০ টাকা হলে, ২৭০০ টাকায় কয়টি চেয়ার পাওয়া যায়?

**সমাধান** ঃ ১৮০০ টকায় পাওয়া যায় ৮ টি চেয়ার

১ টাকায় পাওয়া যায় $\frac{৮}{১৮০০}$ টি চেয়ার

২৭০০ টাকায় পাওয়া যায় $\frac{৮ \times ২৭০০}{১৮০০}$ টি চেয়ার

= ১২ টি চেয়ার

**উদাহরণ-২** ঃ ১৫ জন লোক একটি পুকুর ১৮ দিনে খনন করতে পারে। ১০ জন লোক পুকুরটি কত দিনে খনন করতে পারবে?

**সমাধানঃ** ১৫ জন লোকে পুকুরটি খনন করে ১৮ দিনে

১ জন লোকে পুকুরটি খনন করে ১৫× ১৮ দিনে

১০ জন লোকে পুকুরটি খন $\frac{১৫\times}{১৮}$ দিনে

= ২৭ দিনে।

**উদাহরণ-৩** ঃ একটি কাজ করতে ২০০ জন লোকের ৩০ দিন লাগে ঐ কাজ ১০ দিনে করতে চাইলে অতিরিক্ত কতজন লোক নিয়োগ করতে হবে?

**সমাধান** ঃ ৩০ দিনে একটি কাজ করে ২০০ জন লোকে

১ দিনে একটি কাজ করে (২০০০× ৩০) জন লোক

১০ দিনে একটি কাজ করে $\frac{(২০০০\times ৩০)}{১০}$ জন লোক

= ৬০০ জন

অতিরিক্ত লোক নিয়োগ করতে হবে (৬০০-২০০) জন বা ৪০০ জন।

**উদাহরণ ৪** ঃ ৩০০ লিচুর দাম ৪৫০টাকা হলে, ২ ডজন লিচুর দাম কত?

**সমাধানঃ** ১ডজন =১২টি

২ ডজন= ১২ × ২=২৪ টি

৩০০টি লিচুর দাম ৪৫০ টাকা

১টি লিচুর দাম $\frac{৪৫০}{৩০০}$ টাকা

২৪ টি লিচুর দাম $\frac{৪৫০ \times ২৪}{৩০০}$ টাকা

= ৩৬ টাকা

**উদাহরণ-৫** ঃ একটি সেনানিবাসে ৪০০ জন সৈন্যের ৭৫ দিনের খাবার আছে। ১৫ দিন পর সেখানে আরও ২০০ জন সৈন্য যোগ দিল। অবশিষ্ট খাদ্যে তাদের আর কত দিন চলবে?

**সমাধানঃ** ১৫ দিন পরে ( ৭৫-১৫) = ৬০ দিন।

অবশিষ্ট খাদ্যে ৪০০ জন সৈন্যের চলে ৬০ দিন

অবশিষ্ট খাদ্যে ১ জন সৈন্যের চলে ৬০×৪০০ দিন

অবশিষ্ট খাদ্যে ৬০০ জন সৈন্যের চলে $\frac{৬০\times৪০০}{৬০০}$ দিন

= ৪০ দিন।

অনুশীলন ঃ

১. ৫টি কলমের মূল্য ৭৫ টাকা হলে ১২ টি কলমের মূল্য কত?

২. ১০টি পেনসিলের মূল্য ৭০টাকা হলে ১০৫ টাকায় কতটি পেনসিল পাওয়া যাবে ?

৩. যদি ১৫ জন শ্রমিক ৬ দিনে ২২৫০ টাকা উপার্জন করেন, তবে ৯ জন শ্রমিক কত দিনে ৩১৫০ টাকা উপার্জন করতে পারবেন?

৪. একটি কাজ করতে ৩০০ জন লোকের ২০ দিন লাগে ঐ কাজ ১৫ দিনে করতে চাইলে অতিরিক্ত কতজন লোক নিয়োগ করতে হবে ?

৫. একটি সেনানিবাসে ২০০ জন সৈন্যের ৭৫ দিনের খাবার আছে। ১০ দিন পর সেখানে আরও ১০০ জন সৈন্য যোগ দিল। অবশিষ্ট খাদ্যে তাদের আর কত দিন চলবে?

## অধ্যায় ৪

## মুদ্রা ও নোট

দৈনন্দিন জীবনের প্রতিটি ক্ষেত্রে গাণিতিক বিভিন্ন ধরনের হিসাব-নিকাশের জন্য যোগ, বিয়োগ,গুণ ভাগসহ প্রাথমিক গণিত বিশেষ ভূমিকা পালন করে। বাস্তব জীবনে দৈনন্দিন হিসাব নিকাশের জন্য মুদ্রা ও নোট পরিচিতি একটি অত্যাবশ্যকীয় বিষয়। প্রাথমিক বিদ্যালয়ের শিক্ষার্থীদের জন্য মুদ্রা ও নোট পরিচিতি জানা প্রাত্যহিক লেনদেনের একটি গুরুত্বপূর্ণ অংশ। আশা করা যায় এই অধ্যায় অধ্যয়ন শেষে শিক্ষার্থীগণ মুদ্রা ও নোট ব্যবহার সম্পর্কে সম্যক ধারণা লাভ করবেন।

**পাঠ-১: বাংলাদেশি মুদ্রা ও নোট পরিচিতি**

**এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-**

- টাকা পয়সা সংক্রান্ত সমস্যা সমাধান করতে পারবে।

**প্রারম্ভিক কার্যাবলি**

দৈনন্দিন জীবনে আমরা টাকা পয়সা সংক্রান্ত কী ধরণের সমস্যা সমাধান করি তার উত্তর খুঁজতে শুরুতেই বিভিন্ন ধরনের বাস্তব উদাহরণ চিন্তা করাসহ পাশে উপস্থাপিত সমস্যাগুলো ব্যবহার করা ।

**১. দুইটি খাতার মূল্য ৬০ টাকা এবং একটি কলমের মূল্য ৪৫ টাকা ৬০ পয়সা। বিজয় দোকানদারকে এই জিনিসগুলোর জন্য ৫০০ টাকার একটি নোট দেয়। দোকানদার বিজয়কে কত টাকা ফেরত দেবেন?**

**২. বেলাল ৮০ টাকা ৭৫ পয়সার চাউল এবং ৩৫ টাকা ৫০ পয়সার সবজি কিনে। সে মোট কত খরচ করে?**

**৩. মিতুর ১১৫ টাকা ৫০ পয়সা ছিল। তার বাবা তাকে ৭৫ টাকা ২৫ পয়সা দিলেন। তার কত টাকা হলো?**

**৪. রিয়ার ১০০ টাকা নিয়ে দোকানে গেল। সে ৬৯ পয়সা দিয়ে একটি বই কিনল। তার কাছে কত টাকা থাকল?**

**৫. রতন ৩৫ টাকা ৭৫ পয়সা দিয়ে একটি চানাচুরের প্যাকেট কিনল। সে দোকানদারকে ৫০ টাকার একটি নোট দিল। দোকানদার রতনকে কত টাকা ফেরত দিল?**

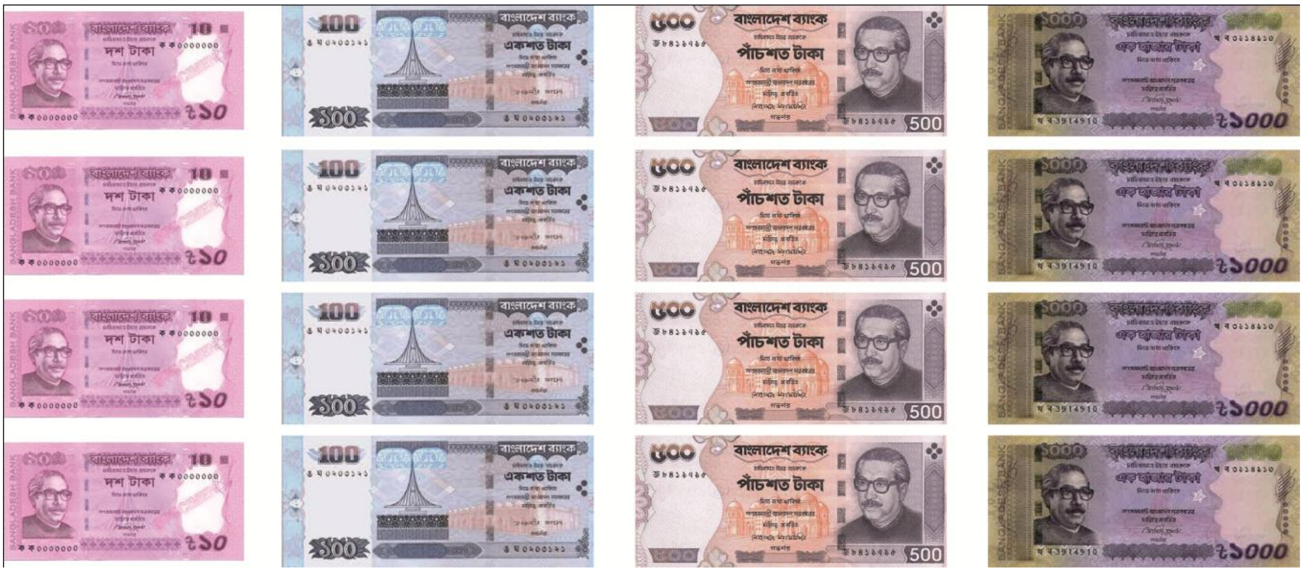
প্রাথমিক গণিত পাঠ্যপুস্তকে উপস্থাপিত নিম্নের গাণিতিক সমস্যাটির সমাধান চিন্তা করি এবং সমাধান করি।

**মিনার ২৫০ টাকা ২৫ পয়সা আছে। সে ১২০ টাকা ৭৫ পয়সা দামের একটি গ্লাস কিনবে, সে কত টাকা ফেরত পাবে?**

২৫০ টাকা ২৫ পয়সা
(-) ১২০ টাকা ৭৫ পয়সা
.......টাকা.......পয়সা

কীভাবে হিসাব করব চিন্তা করি। নিজের হিসাব সহপাঠীর সাথে বিনিময় করি।

নিচের প্রদর্শিত চিত্রে মুদ্রা ও টাকা দিয়ে নিচের কোন কোন বস্তু কেনা যাবে চিন্তা করি এবং উত্তর নিয়ে সহপাঠীর সাথে মত বিনিময় করি।



১। একটি টেবিল ও একটি চেয়ার।

২। একটি জ্যামিতি বক্স ও এক ডজন পেন্সিল।

৩। ৩ প্যাকেট চিপস্ ও ৫টি চকলেট।

টাকা পয়সার হিসাব সংকান্ত ৫টি সমস্যা তৈরি করুন এবং সহপাঠীদের সাথে বিনিময় করুন। সমস্যাগুলো শিক্ষার্থীদের যোগ্যতা অর্জনের জন্য কতটুকু উপযোগী তা যোগ্যতার সাথে মিল করে যাচাই করুন।

**পরামর্শ: উপরোল্লেখিত বিষয়বস্তু সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা অর্জনের জন্য উপস্থাপিত বিষয়বস্তুর পাশাপাশি প্রাথমিক স্তরের পাঠ্যপুস্তকে প্রদত্ত বিষয়বস্তু মনোযোগ সহকারে পড়তে হবে এবং অনুশীলন করতে হবে।**

## অধ্যায় ৫

## গড়

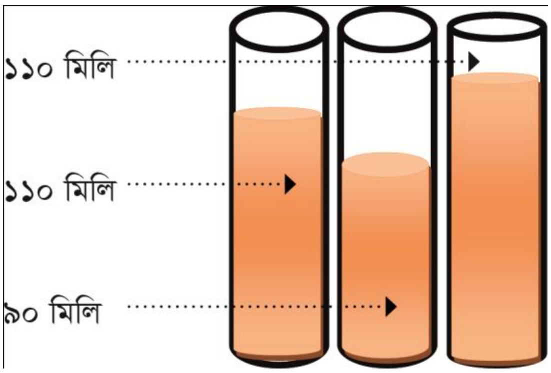
সংখ্যা সম্পর্কে ধারণালাভের পর পর্যায়ক্রমে ‘যোগ, বিয়োগ, গুন, ভাগসহ অন্যান্য হিসাব-নিকাশ আয়ত্ব করতে হয়। প্রতিনিয়ত  আমাদের প্রত্যাহিক জীবনে বিভিন্ন ধরণের তথ্য-উপাত্ত সংগ্রহ করে তার হিসাব নিকাশ করার জন্য গড় ব্যবহার করতে হয়। তাই গড়ের ব্যবহার জানা ও তা ব্যবহার করতে পারা প্রত্যেকের জন্য অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ। আশা করা যায় এই অধ্যায় অধ্যয়ন শেষে শিক্ষার্থীগণ গড় সম্পর্কে সম্যক ধারণা লাভ করবেন।

**পাঠ-১:** গড়ের ধারণা ও ব্যবহার

**এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-**

- গড়ের ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- গড় সংক্রান্ত সমস্যার সমাধান করতে পারবেন।

**প্রারম্ভিক কার্যাবলি:** নিচের চিত্রের অনুরূপ তিনটি পাত্রে কমলার জুস রাখা আছে। তিনটি পাত্রের জুস সমান করতে চাইলে আমদেরকে কী করতে হবে?




যদি আমরা তিনটি পাত্রের জুস একটি পাত্রে রাখি,

তাহলে হবে ৯০ + ১০০ +১১০ = ৩০০ মিলি

সুতরাং একটি পাত্রে জুসের পরিমাণ হবে, ৩০০ ÷ ৩ = ১০০ মিলি

কতগুলো রাশি দেওয়া থাকলে রাশিগুলোর যোগফলকে রাশিগুলোর সংখ্যা দ্বারা ভাগ করলে যে ফল পাওয়া যায় তাকে রাশিগুলোর গড় বলে।

| |
|---|
| অর্থাৎ, গড় = রাশিগুলোর যোগফল ÷ রাশির সংখ্যা |

অনুশীলন ১

১. গড় নির্ণয় করুন:

ক) ৩, ৫, ৮, ৪, ২, ৫, ২

খ) ১৭, ১৬, ২০, ১৯ ১৫, ২৭

অনুশীলন ২.

লিরা প্রতি সপ্তাহে শনিবার থেকে বৃহস্পতিবার পর্যন্ত প্রতিদিন কত ঘন্টা পড়াশুনা করবে তার একটি তালিকা তৈরি করেছে। সে গড়ে প্রতিদিন কত ঘন্টা করে পড়াশুনা করবে?

| বার | শনিবার | রবিবার | সোমবার | মঙ্গলবার | বুধবার | বৃহস্পতিবার |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ঘন্টা | ২.৫ | ২.৫ | ২ | ২ | ২.৫ | ৩.৫ |

৩. ১ ডজন আপেলের মধ্যে থেকে ৪টির ওজন মেপে যথাক্রমে ১৩০ গ্রাম, ১৩৩ গ্রাম, ১২৭ গ্রাম ও ১২০ গ্রাম পাওয়া গেল।

ক) আপেল ৪টির গড় ওজন কত?

খ) গড় ওজনের ভিত্তিতে ১ডজন আপেলের ওজন কত?

**অনুশীলন ২**

১. গড় নির্ণয় করুন:

ক) ৩৮, ৩৪, ৩২, ৪১, ৩০, ৩৫, ৩৩, ৩৭          খ) ৭৫৬, ৭৫৮, ৭৪৬, ৭৫৪, ৭৬০, ৭৫৫

২. রফিক ও রুনার বাংলা, ইংরেজি, গণিত, বিজ্ঞান এবং বাংলাদেশ ও বিশ্বপরিচয় বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হলো। প্রত্যেকের গড় নম্বর নির্ণয় কর এবং দুইজনের মধ্যে কে বেশি নম্বর পেয়েছে?

| | বাংলা | গণিত | ইংরেজি | বিজ্ঞান | বাংলাদেশ ও বিশ্বপরিচয় |
|---|---|---|---|---|---|
| রফিক | ৭৮ | ৯৬ | ৬৮ | ৮৮ | ৭৮ |
| রুনা | ৮২ | ৮৪ | ৮০ | ৮২ | ৮২ |

৩.গাণিতিক সমস্যা তৈরি করুন:

ক) ৪১, ৩০, ৩৫, ৩৩, ৩৭, ৩৪          খ) ৩৮, ৩৪, ৩২, ৪১, ৩০, ৬, ০

**পরামর্শ: উপরোল্লেখিত বিষয়বস্তু সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা অর্জনের জন্য উপস্থাপিত বিষয়বস্তুর পাশাপাশি প্রাথমিক স্তরের পাঠ্যপুস্তকে প্রদত্ত বিষয়বস্তু মনোযোগ সহকারে পড়ুন এবং অনুশীলন করুন।**

## অধ্যায় ৬

## লসাগু ও গসাগু

দৈনন্দিন জীবনের হিসাব নিকাশের ক্ষেত্রে কিছু  বা টাকা পয়সা সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন কতজনের মধ্যে ভাগ করে দেওয়া যাবে এবং প্রত্যেকে কত সংখ্যক করে পাবে তা বের করার জন্য লসাগু ও গসাগু সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা লাভ করা অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ। প্রাথমিক স্তরের শিক্ষার্থীদের লসাগু ও গসাগু সংক্রান্ত হিসাব নিকাশে দক্ষ করে গড়ে তোলার পূর্ব শর্ত হিসেবে শিক্ষক শিক্ষার্থীদের এ বিষয়ে সুস্পষ্ট ধারণা লাভ করা প্রয়োজন। আশা করা যায় এই অধ্যায় অধ্যয়ন শেষে শিক্ষার্থীগণ লসাগু ও গসাগু সম্পর্কে সম্যক ধারণা লাভ করবেন।

### পাঠ-১: ল.সা.গু

এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- কোনো সংখ্যার গুণিতক নির্ণয়ের সুস্পষ্ট ধারণা ব্যক্ত করতে পারবেন।
- লসাগু নির্ণয়ের সুস্পষ্ট ধারণা ব্যক্ত করতে পারবেন।
- বিভিন্ন পদ্ধতিতে দুই বা ততোধিক সংখ্যার লসাগু নির্ণয় করতে পারবেন।

**প্রারম্ভিক কার্যাবলি:** নিচের উপস্থাপিত চিত্র ও সমস্যার প্রতি দৃষ্টি আকর্ষণ করে বিস্কুটের বক্স ও উচ্চতার সম্পর্ক কীভাবে বের করা যায় চিন্তা করে এবং উত্তরদানের মাধ্যমে লসাগু ও গসাগু সংক্রান্ত বিষয়বস্তুর অবতারনা করা।

দোকানে বিস্কুট ও চকলেটের বক্সগুলো আলাদাভাবে স্তুপ করে রাখা আছে।

যে বক্সগুলোর ভেতরে বিস্কুট রাখা আছে তার প্রতিটির উচ্চতা ৩ সেন্টিমিটার। বক্সের সংখ্যা ও স্তুপ করে রাখার ফলে তাদের উচ্চতার মধ্যকার সম্পর্ক নির্ণয় করা যাক।

| বক্সের সংখ্যা | ১ | ২ | ৩ | ৪ | ৫ | ৬ | ৭ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| উচ্চতা (সেমি) | ৩ | ৬ | ৯ | ১২ | | | |

প্রথমেই চিত্রের বিস্কুটের বক্স ও এর উচ্চতার সম্পর্ক বের করি।

বিস্কুটের বক্সের উচ্চতা ২ সেমি হলে বক্সের সংখ্যা ও স্তুপ করে রাখার ফলে বক্সগুলোর উচ্চতার মধ্যে সম্পর্ক হবে;

| বক্সের সংখ্যা | ১ | ২ | ৩ | ৪ | ৫ | ৬ | ৭ | ৮ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| উচ্চতা | ২ | ৪ | ৬ | ৮ | ১০ | ১২ | | | |

২ কে কোন সংখ্যা দ্বারা গুণ করার মাধ্যমে ২, ৪, ৬, ৮ ও ১০ সংখ্যাগুলো গঠিত হয়েছে। গঠিত সংখ্যাগুলোকে ২ এর গুণিতক বলে। অর্থাৎ কোন সংখ্যাকে যে কোন সংখ্যা দ্বারা গুণ করে প্রথম সংখ্যাটির গুণিতক পাওয়া যায়। গুণিতকের সংখ্যা অসংখ্য অথবা বলা যায় শেষ নেই।

যেমন,২ এর গুণিতক ২, ৪, ৬, ৮, ১০, ১২, ১৪, ১৬, ১৮, ২০, ২২, ২৪, ... ইত্যাদি।

উদাহরণ:নিচের সংখ্যাগুলোর  গুণিতক কী কী ?

৩ এর গুণিতক ৩, ৬, ৯, ১২, ১৫, ১৮, ২১, ২৪, ...

৬ এর গুণিতক ৬,১২, ১৮, ২৪, ৩০, ৩৬, ...

অনুশীলন-১: নিচের সংখ্যাগুলোর  গুণিতক কী কী ?

ক) ৪ এর গুণিতক

খ) ৮ এর গুণিতক

গ) ৯ এর গুণিতক

লসাগু হলো লঘিষ্ট সাধারণ গুণিতক।

লসাগু নির্ণয় করার জন্য আমাদের কী করতে হবে?

- লসাগু নির্ণয় করার জন্য আমাদেরকে প্রথমে দুই বা ততোধিক সংখ্যার গুণিতক বের করতে হবে এবং পরে সংখ্যাগুলোর গুণিতকগুলোর মধ্যে সাধারণ গুণিতক শনাক্ত করতে হবে। সংখ্যাগুলোর শনাক্তকৃত সাধারণ গুণিতকগলোর মধ্যে সবচাইতে ছোট সাধারণ গুণিতকটিই হবে লসাগু।

উদাহরণ

৪ এর গুণিতক = ৪, ৮, ১২, ১৬, ২০, ২৪, ২৮, ৩২, ৩৬, ৪০, ৪৪...ইত্যাদি।

৬ এর গুণিতক = ৬, ১২, ১৮, ২৪, ৩০, ৩৬, ৪২, ৪৮, ৫৪, ৬০ ...ইত্যাদি।

**সাধারণ গুণিতক:** প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর যতগুলো গুণিতক হয় তাদের মধ্যে যে যে গুণিতক প্রত্যেক সংখ্যার গুণিতকের মধ্যে থাকে তাদের বলা হয় ঐ সংখ্যাগুলোর সাধারণ গুণিতক।

উদাহরণ

৪ এর গুণিতক = ৪, ৮, [১২], ১৬, ২০, [২৪], ২৮, ৩২, [৩৬], ৪০, ৪৪... ইত্যাদি।

৬ এর গুণিতক = ৬, [১২], ১৮, [২৪], ৩০, [৩৬], ৪২, ৪৮, ৫৪, ৬০, ৬৬ ... ইত্যাদি।

৪ ও ৬ এর সাধারণ গুণিতক = ১২, ২৪, ৩৬...ইত্যাদি।

**লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক (ল.সা.গু.):** একাধিক সংখ্যার অসংখ্য সাধারণ গুণিতকগুলোর মধ্যে সবচেয়ে ছোট সাধারণ গুণিতকই হলো লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক, সংক্ষেপে যাকে আমরা লসাগু বলি।

উদাহরণ

৮ ও ১২ এর লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক =?

৮ এর সাধারণ গুণিতক = ৮, ১৬, [২৪], ৩২, ৪০, [৪৮], ৫৬, ৬৪, [৭২] ... ... ...

১২ এর সাধারণ গুণিতক = ১২, [২৪], ৩৬, [৪৮], ৬০, [৭২], ৮৪ ... ... ...

৮ ও ১২ এর সাধারণ গুণিতক ২৪, ৪৮, ৭২ ... ... ...

৮ ও ১২ এর লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক ২৪

লসাগু নির্ণয় করার উপরোক্ত পদ্ধতিকে পর্যবেক্ষণ পদ্ধতি বলা হয়।

এছাড়াও আমরা দুই বা ততোধিক সংখ্যার মৌলিক উৎপাদক নির্ণয় করে লসাগু নির্ণয় করতে পারি যাকে মৌলিক উৎপাদক নির্ণয় পদ্ধতি বলা হয়।

উদাহরণ: ১৬ ও ২৪ এর লসাগু নির্ণয় করুন।

সমাধান : ১৬ = ২×২×২×২

২৪= ২×২×২×৩

নির্ণেয় ল.সা.গু.= ২×২×২×২×৩ = ৪৮

অনুশীলন: ২. মৌলিক উৎপাদক নির্ণয় করে ৪৫ ও ৬০ এর লসাগু নির্ণয় করুন।

৩. লসাগু নির্ণয় করুন করুন।

৪ ও ৯ ৪ ও ৬ ৫ ও ১০ ৫ ও ৭ ১০ ও ১৫

**উপরের উদাহরণগুলো পর্যবেক্ষণ করলে আমরা পাই-**

**১:** দু'টি সংখ্যার মধ্যে কোনটি যদি মৌলিক না হয় এবং একটি অন্যটির গুণিতক না হয় তবে লসাগু হবে তৃতীয় একটি সংখ্যা।

উদাহরণ ৪ ও ৬ (ল.সা.গু = ১২) ১০ ও ১৫ (ল.সা.গু. = ৩০)

**২:** একটি সংখ্যা অন্যটির গুণিতক হলে বড়টি তাদের ল. সা. গু. হবে।

উদাহরণ: ৫ ও ১০ (লসাগু = ১০)

**৩:** সংখ্যা দুইটি মৌলিক হলে তাদের লসাগু হবে সংখ্যাগুলোর গুণফল

উদাহরণ: ৫ ও ৭ (ল.সা.গু. = ৩৫)

**অনুশীলন ৪**

১. একই বাসস্ট্যান্ড থেকে 'ক' বাস প্রতি ৩০ মিনিট এবং 'খ' বাস প্রতি ৪৫ মিনিট অন্তর অন্তর ছাড়ে। এই দু'ধরণের বাস একই সাথে রওনা হলে পরবর্তীতে কত সময় পরে এই দু'ধরণের বাস পুনরায় একসাথে রওনা দেবে?
২. একটি টাইলসের দৈর্ঘ্য ৭ ইঞ্চি ও প্রস্থ ৫ ইঞ্চি। এ টাইলস দ্বারা একটি বর্গ তৈরি করলে বর্গের ক্ষুদ্রতম বাহুটি কত ইঞ্চি হবে?
৩. ২টি ঘণ্টার মধ্যে একটি প্রতি ১০ সেকেন্ড পর এবং আরেকটি প্রতি ৩০ সেকেন্ড পরে বাজে। ঘণ্টা দুটি একই সময়ে বাজালে পরবতী কত সেকেন্ড পরে পুনরায় একসাথে বাজবে?

**অনুশীলন ৫: লসাগু নির্ণয় করুন।**

ক) ২৪ ও ৪৬ খ) ৩১ ও ৭৫ গ) ৫৫ ও ৯৮ ঘ) ৬১ ও ৭৭ ঙ) ২৪ ও ৭২

**পরামর্শ: উপরোল্লেখিত বিষয়বস্তু সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা অর্জনের জন্য উপস্থাপিত বিষয়বস্তুর পাশাপাশি প্রাথমিক স্তরের পাঠ্যপুস্তকে প্রদত্ত বিষয়বস্তু মনোযোগ সহকারে পড়ুন।**

**পাঠ ২: গসাগু**

এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- কোনো সংখ্যার গুণনিয়ক নির্ণয়ের সুস্পষ্ট ধারণা ব্যক্ত করতে পারবেন।
- গসাগু নির্ণয়ের সুস্পষ্ট ধারণা ব্যক্ত করতে পারবেন।
- বিভিন্ন পদ্ধতিতে দুই বা ততোধিক সংখ্যার গসাগু নির্ণয় করতে পারবেন।
- বিভিন্ন পদ্ধতিতে দুই বা ততোধিক সংখ্যার গসাগু নির্ণয়ের সুবিধা ও অসুবিধা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

**প্রারম্ভিক কার্যাবলি:** বিভিন্ন ধরনের বাস্তব উদাহরণ চিন্তা করাসহ পাশে উপস্থাপিত চিত্র ব্যবহার করে সংশ্লিষ্ট বিষয়বস্তুর অবতারণা করা যেতে পারে। চিত্রের সমস্যার প্রতি দৃষ্টি আকর্ষন করে কীভাবে ৩টি প্লেটে চকলেটগুলো সমানভাবে ভাগ করা চিন্তা করি এবং উত্তরদানের চেষ্টা করি।

**উপস্থাপিত সমস্যাটি নিম্নের ছকে সমাধান চেষ্টা করি;**

| প্লেটের সংখ্যা | ১ | ২ | ৩ | ৪ | ৫ | ৬ | ৭ | ৮ | ৯ | ১০ | ১১ | ১২ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| হাতে না রেখে:√ | √ | √ | √ | √ | | √ | | | | | | √ |
| হাতে না রেখে:× | | | | | × | | × | × | × | × | × | |

**আমরা ১, ২, ৩, ৪, ৬ ও ১২টি প্লেটে অবশিষ্ট না রেখে চকলেটগুলো রাখতে পারি।**

১২ সংখ্যাটি ১, ২, ৩, ৪, ৬ ও ১২ দ্বারা নি'শেষে বিভাজ্য। ১, ২, ৩, ৪, ৬ ও ১২ হলো ১২ সংখ্যাটির গুণনীয়ক।অর্থা' একটি সংখ্যা দ্বারা অপর একটি সংখ্যা নিঃশেষে বিভাজ্য হলে প্রথম সংখ্যাটিকে দ্বিতীয় সংখ্যার গুণনীয়ক বলে।

উদাহরণ: ৪ এর গুণনীয়ক- ১, ২, ৪ কারণ ১, ২ ও ৪ দ্বারা ৪ নিঃশেষে বিভাজ্য হয়।

১৬ এর গুণনীয়ক- ১, ২, ৪, ৮, ১৬।

৩৬ এর গুণনীয়ক- ১, ২, ৩, ৪, ৬, ৯, ১২, ১৮, ৩৬।

**অনুশীলন ১:** সংখ্যাগুলোর গুণনীয়ক নির্ণয় করুন :

১৬এর গুণনীয়ক = ?

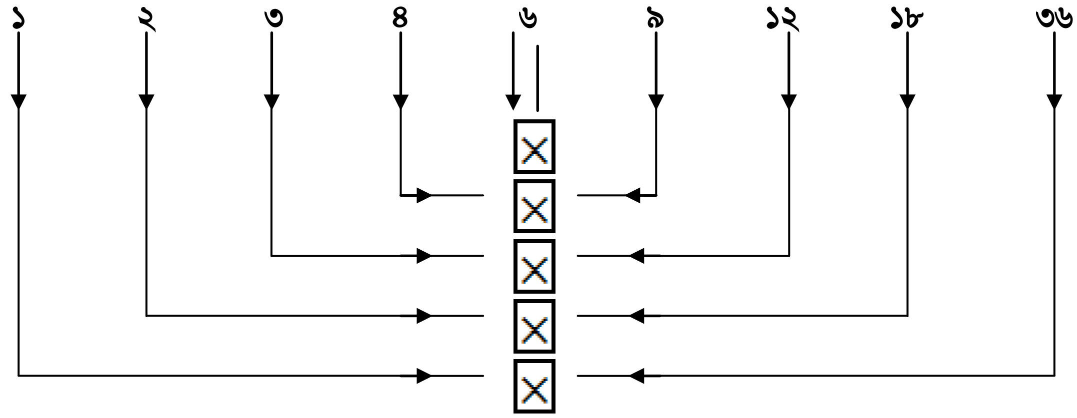
১৭এর গুণনীয়ক = ?

৩৬ এর গুণনীয়ক = ?

৫৩এর গুণনীয়ক = ?

৯৬এর গুণনীয়ক = ?

**উদাহরণ:৩৬ এর** গুণনীয়ক নির্ণয়




ক) উভয় প্রান্ত গুণ করে ৩৬ হয়

খ) বামদিক থেকে দ্বিতীয় এবং ডানদিক থেকে দ্বিতীয় প্রান্ত গুণ করেও ৩৬ হয়

গ) একইভাবে বাকি মধ্যবর্তী অন্য সংখ্যাগুলোর প্রত্যেকটিকে গুণ করে ৩৬ হয়

ঘ)মধ্যবর্তী সংখ্যাটিকে একই সংখ্যা দ্বারা গুণ করলে ৩৬ (যেমন, ৬×৬=৩৬) হয়

- এই পদ্ধতি ব্যবহার করে অন্যান্য সংখ্যাগুলোরও গুণনীয়ক বের করুন।

**সাধারণ গুণনীয়ক:** কোন সংখ্যা ২ বা ততোধিক সংখ্যার গুণনীয়ক হলে ঐ সংখ্যাকে প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর সাধারণ গুণনীয়ক বলে।

উদাহরণ ১৬ এর গুণনীয়ক-২,৪, ৮, ১৬

৩৬ এর গুণনীয়ক-২, ৩,৪,৬, ৯, ১২, ১৮, ৩৬

১৬ এবং ৩৬ এর সাধারণ গুণনীয়ক- ২ ও ৪

**গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক (গ. সা. গু.):** একাধিক সংখ্যার গুণনীয়কের মধ্যে সবচেয়ে বড় (গরিষ্ঠ) সাধারণ গুণনীয়কই হলো গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক সংক্ষেপ গসাগু।

উদাহরণ: ১৬ এবং ৩৬ এবং গসাগু ৪

**অনুশীলন ২**

নিচের সমস্যাগুলো সমাধান করুন।

ক) ১৬ ও ৩৬ এর সাধারণ গুণনীয়ক এবং গ.সা.গু. কত?

খ) ৩৬ ও ৯৬ এর সাধারণ গুণনীয়ক এবং গ.সা.গু. কত?

গ) ১৭ ও ৫৩ এর সাধারণ গুণনীয়ক এবং গ.সা.গু. কত?

**গ.সা.গু নির্ণয়ের ৩টি পদ্ধতি**

**পর্যবেক্ষণ পদ্ধতি**

এ পদ্ধতিতে প্রথমে সংখ্যাগুলোর গুণনীয়ক বের করে নিতে হবে। অতঃপর পর্যবেক্ষরণর মাধ্যমে গুণনীয়কগুলোর মধ্যে সাধারণ গুণনীয়কগুলো চিহ্নিত করতে হবে। এ সাধারণ গুণনীয়কের বৃহত্তম বা গরিষ্ঠটি হবে নির্ণেয় গসাগু।

**উদাহরণ**

১৬ এর গুণনীয়ক = ১, ২,৪, ৮, ১৬

৩৬ এর গুণনীয়ক = ১, ২, ৪, ৬, ৯, ১২, ১৮, ৩৬ পর্যবেক্ষণ করে দেখুন, দুইটি সংখ্যারাশিতেই ১,২,৪ প্রত্যেকটি গুণনীয়ক উপস্থিত অর্থাৎ এগুলো দুটি সংখ্যার সাধারণ গুণনীয়ক। লক্ষ করুন, এগুলোর মধ্যে কোনটি বড় বা গরিষ্ঠ। অতএব, এক্ষেত্রে গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক, সংক্ষেপে গসাগু = ৪।

**উৎপাদক পদ্ধতি**

এ পদ্ধতিতে প্রথমে সংখ্যাগুলোর মৌলিক উৎপাদক বের করে নিতে হবে। অতঃপর সংখ্যাগুলোর সাধারণ মৌলিক উৎপাদকগুলো চিহ্নিত করতে হবে। ঐ উৎপাদক বা উৎপাদকগুলোর গুণফলই হবে নির্ণেয় গসাগু।

উদাহরণ

১৬ = ৪×৪ =২×২×২×২

৩৬ = ৪×৯ = ২×২×৩×৩

সাধারণ সংখ্যাগুলো ২×২ = ৪।

অতএব গ.সা.গু. ৪।

**ইউক্লিডীয় পদ্ধতি**

এ পদ্ধতিকে প্রচলিত ভাগ পদ্ধতিও বলা হয়। এ পদ্ধতিতে যদি দইু টি সংখ্যার গ.সা.গু. বের করতে হয়। তাহলে প্রথমে বড় সংখ্যাটিকে ছোট সংখ্যা দ্বারা ভাগ করে ভাগশেষ বের করতে হবে। অতঃপর ভাগশেষকে ভাজক ধরে পূর্বোক্ত ভাজককে ভাজ্য ধরে ভাগ করে নতুন ভাগশেষ পাওয়া যাবে। নিঃশেষে বিভাজ্য না হওয়া পর্যন্ত এ প্রক্রিয়া চালিয়ে যেতে হবে। নিঃশেষে বিভাজ্যের শেষ ধাপের ভাজকই হবে সংখ্যা দুইটির গ.সা.গু.।

উদাহরণ

১৬ ) ৩৬ (২<br>
      <u>৩২</u><br>
      ৪) ১৬ (৪<br>
            <u>১৬</u><br>
            ০

সর্বশেষ ভাজক “৪” দ্বারা ভাগ করে ভাগশেষ ০ হয়েছে। সুতরাং, গসাগু হলো ৪।

**অনুশীলন ৪:** প্রত্যেকটি পদ্ধতি অনুসরণ করে নিচের প্রশ্নগুলোর সমাধান করুন:

ক) ২৮ ও ৪২ এর গ.সা.গু.কত?

খ) ৬০ ও ১০০ এর গ.সা.গু. কত?

গ) ১২, ১৮ ও ৩০ এর গ.সা.গু. কত?

উপরে অনুসৃত ৩টি পদ্ধতির সুবিধা-অসুবিধা কী কী তা পর্যালোচনা করুন এবং নিচে লিখনু।

পর্যবেক্ষণ পদ্ধতি

- 
- 

উৎপাদক পদ্ধতি

- 
- 

ইউক্লিডীয় পদ্ধতি

- 
- 

**লক্ষ করুন: মৌলিক সংখ্যা:** ১ এর চেয়ে বড় পূর্ণসংখ্যা যার ১ এবং ঐ সংখ্যাটি ছাড়া আর কোন গুণনীয়ক নেই।

**যৌগিক সংখ্যা:** ১ এর চেয়ে বড় সংখ্যা,যার ১ এবং ঐ সংখ্যাটি ছাড়া কমপক্ষে আরও ১টি গুণনীয়ক আছে।

**অনুশীলন ৫:** নিচের সংখ্যাগুলো মৌলিক না যৌগিক?

১২৩, ২০৩, ৩২২, ৪২৪, ৫১২, ৫২৯, ৭৫৩, ৭৮৭, ১৭০ পর্যবেক্ষণ দ্বারা বিভাজ্যতা (মৌলিক গুণনীয়ক) নির্ণয়

**২ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা: একক স্থানের অঙ্কটি জোড় সংখ্যা হবে।**

**উদাহরণ ১২, ৫৪, ১০০**

**৩ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা: সংখ্যার অঙ্কগুলোর সমষ্টি ৩ দ্বারা বিভাজ্য**

**উদাহরণ**

**১৫: ১ + ৫= ৬**

**৭২: ৭ + ২= ৯**

**৪৮০: ৪ + ৮ + ০ = ১২**

**৪ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা: একক ও দশক স্থানের অঙ্কটি ৪ দ্বারা বিভাজ্য হবে।**

**উদাহরণ**

**৫২ = ৪× ১৩**

**৩৮৪: ৮৪ = ৪×২১**

**৭৩৬: ৩৬ = ৪×৯**

**৫ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা: একক স্থানের অঙ্কটি ০ বা ৫ হবে।**

**উদাহরণ ৫০, ১২৫, ৫০৫, ১০০**

**পরামর্শ: উপরোল্লেখিত বিষয়বস্তু সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা অর্জনের জন্য উপস্থাপিত বিষয়বস্তুর পাশাপাশি প্রাথমিক স্তরের পাঠ্যপুস্তকে প্রদত্ত বিষয়বস্তু মনোযোগ সহকারে পড়ুন।**

## অধ্যায়-৭

## গাণিতিক প্রতীক

সংখ্যা হলো গণিতের প্রাণ। প্রাথমিক চার নিয়মের স্বাভাবিক কাজকর্ম সম্পাদন করার জন্য গাণিতিক প্রতীক বা বাক্য ব্যবহার অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ। গাণিতিক স্বাক্ষরতা অর্জনের পূর্বশর্ত হলো গাণিতিক প্রতীক, বাক্য সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা থাকা। আশা করা যায় এই অধ্যায় শেষে শিক্ষার্থীগণ গাণিতিক প্রতীক, বাক্য সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা লাভ করবেন।

### পাঠ-১: গাণিতিক প্রতীক, বাক্য

এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- গাণিতিক প্রতীকগুলো চিনে ব্যবহার করতে পারবেন।
- গাণিতিক বাক্যগুলোর বৈশিষ্ট ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

**প্রারম্ভিক কার্যাবলি (Starter Activity):** নিম্নের গাণিতিক বাক্যগুলো লক্ষ করি এবং উত্তর চিন্তা করি। **প্রশ্নোত্তর** মাধ্যমে সংশ্লিষ্ট বিষয়বস্তুর অবতারণা করা । বাক্যগুলোতে বিভিন্ন ধরনের গাণিতিক প্রতীক ব্যহার করা হয়েছে ।

;

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| ২+৩ | ৯-৬ =৩ | ৮ - ৭ = ১ | ৩০ ÷ ৫ + ৮ | ৪ ×৭ < ৩০ |
| ৪ × ৭ < ৩০ | ৮ × ৭ ≠ ৫৫ | ৩৫ ≥ ৪৭ | ৩২ ÷ ৮ ≤ ২× ৪ | |

### গাণিতিক প্রতীক

যে প্রতীকগুলো সংখ্যা লেখার জন্য ব্যবহার করা হয় সেগুলোকে বলা হয় সংখ্যা প্রতীক।

**সংখ্যা প্রতীকগুলো হলো, ০, ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭, ৮, ৯**

যে প্রতীকগুলো চারটি প্রক্রিয়ার জন্য ব্যবহার করা হয় সেগুলোকে বলা হয় প্রক্রিয়া প্রতীক।

**প্রক্রিয়া প্রতীকগুলো হলো, +, -, ×, ÷**

যে প্রতীকগুলো সংখ্যার মধ্যকার পারস্পরিক সম্পর্ক বোঝাতে ব্যবহার করা হয় সেগুলোকে বলা হয় সম্পর্ক প্রতীক।

**সম্পর্ক প্রতীকগুলো হলো, =, >, <, ≠, ≥, ≤**

সংখ্যা প্রতীক এবং প্রক্রিয়া প্রতীকগুলোর ব্যবহার আমাদের কাছে সুস্পষ্ট।

**সম্পর্ক প্রতীকগুলোর প্রত্যেকটিকে কীভাবে ব্যবহার করা হয়?**

| | | |
|---|---|---|
| = সমান | $>$ বৃহত্তর | $<$ ক্ষুদ্রতর |
| $\neq$ সমান নয় | $\geq$ বৃহত্তর নয় | $\leq$ ক্ষুদ্রতর নয় |

অনুশীলন-১: খালি ঘরে সম্পর্ক প্রতীক বসাই:

ক) ৫ × ৭      ৩৫

খ) ২৮ + ১৯ ☐ ৩৭

গ) ৮ + ৩ × ৪ ☐ (৮ + ৩) × ৪

ঘ) ৫৩ - ১৮ + ১৩ ☐ ৫৭ -(৮ × ৩)

গাণিতিক বাক্য: গাণিতিক বাক্যে সংখ্যা প্রতীক, প্রক্রিয়া প্রতীক এবং সম্পর্ক প্রতীক ব্যবহার করা হয়। গাণিতিক বাক্য ভুল বা সঠিক হতে পারে।

অনুশীলন-২: নিচের গাণিতিক বাক্যগুলোর মধ্যে কোনটি সঠিক ও কোনটি ভুল?

ক) ২৭ + ১৬ = ৪৩

খ) ২৪ ÷ ৪ = ৮

গ) ৮ × ৫ = ৪ × ৯

ঘ) ৭ × ৯ $<$ ৮ × ৭

**খোলা বাক্য**

নিচের বাক্যটি লক্ষ্য করি। বাক্যটি কীরূপ?

☐ + ১২ = ২৯

বাক্যটি সঠিক না ভুল বলা যাচ্ছে না। এটি সঠিক হতে পারে আবার ভুলও হতে পারে। এটি খোলা বাক্য। অর্থাৎ যে সকল গাণিতিক বাক্য সঠিক না ভুল নিশ্চিত করে বলা যায় না তাদেরকে খোলা বাক্য বলে। বাক্যটি সঠিক না ভুল তা বলার জন্য বাক্যটিতে কী সংখ্যা ব্যবহার করা হবে তার উপর নির্ভর করতে হয়।

অনুশীলন-৩: খালিঘর সম্বলিত গাণিতিক বাক্য তৈরি করুন।

ক) রেখার কাছে ২৪টি এবং রাজুর কাছে কিছু রঙ্গিন পেন্সিল আছে। তাদের দুইজনের মোট ৩৭টি পেন্সিল থাকলে রাজুর কয়টি পেন্সিল আছে?

খ) ৩৯টি লজেন্স কত জনের মধ্যে সমানভাবে ভাগ করে দিলে প্রত্যেকে ১৩টি করে পাবে?

গ) কোন সংখ্যার সাথে ১৭ যোগ করলে যোগফল ৪৫ হয়?

**পরামর্শ: উপরোল্লেখিত বিষয়বস্তু সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা অর্জনের জন্য উপস্থাপিত বিষয়বস্তুর পাশাপাশি প্রাথমিক স্তরের পাঠ্যপুস্তকে প্রদত্ত বিষয়বস্তু মনোযোগ সহকারে পড়ুন।**

## অধ্যায় ৮

## সাধারণ ভগ্নাংশ

সংখ্যা সম্পর্কে ধারণা লাভের পর পর্যায়ক্রমে  যোগ, বিয়োগ, গুণ, ভাগসহ অন্যান্য হিসাব-নিকাশ আয়ত্ব করতে হয়। এছাড়াও দৈনন্দিন জীবনের প্রতিটি ক্ষেত্রে ভগ্নাংশ ব্যবহারের প্রয়োজনীয়তা রয়েছে। এ অধ্যায়ে ভগ্নাংশ এবং ভগ্নাংশ সংক্রান্ত বিভিন্ন ধরনের হিসাব নিকাশ সম্পর্কিত ধারণা সম্পর্কে আলোচনা করা হয়েছে। আশা করা যায় এই অধ্যায় অধ্যয়ন শেষে শিক্ষার্থীগণ ভগ্নাংশ এবং ভগ্নাংশ সম্পর্কিত বিভিন্ন সমস্যা সমাধান সম্পর্কে সম্যক ধারণালাভে সক্ষম হবেন।

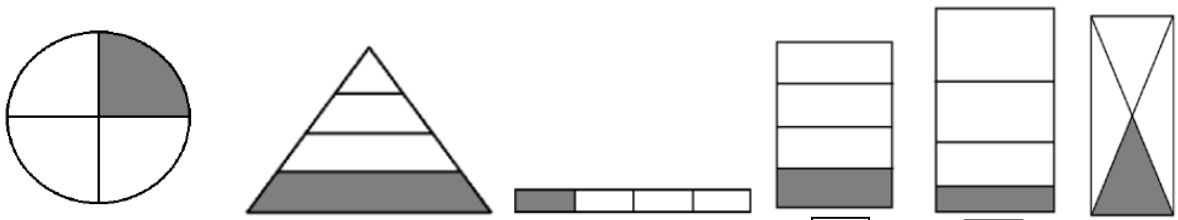
### পাঠ-১: সাধারণ ভগ্নাংশের ধারণা

এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- ভগ্নাংশের ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- বিভিন্নপ্রকার ভগ্নাংশের শ্রেণিকরণ করতে পারবেন।

**ভগ্নাংশের ধারনা :** দুটি পূর্ণ সংখ্যা ২,৩ । মোট ৩ কিলোমিটার রাস্তার ২ কিলোমিটার অতিক্রম করার অর্থ সম্পূর্ণ পথের ৩ ভাগের ২ অংশ অতিক্রম করা।  । অর্থাৎ অতিক্রান্ত পথের পরিমাণ কিলোমিটার।

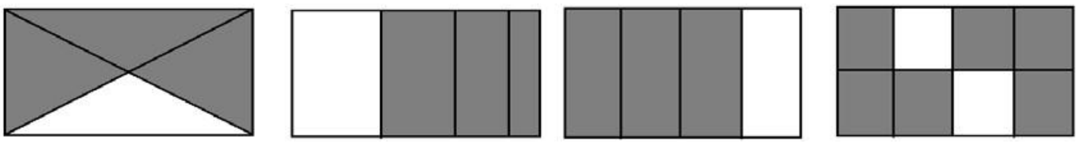
অনুশীলন-১ প্রশ্ন ১: নিচের চিত্রগুলোর কিছু অংশ রং করা। এগুলোর মধ্যে কোনগুলোর রং করা অংশের পরিমাণ $\frac{১}{৪}$ ?



অ ই ঈ উ ঊ ঋ

**উত্তর:** অ, ঈ, উ, ঋ

**প্রশ্ন ২:** নিচের রং করা চিত্রগুলোর মধ্যে $\frac{৩}{৪}$ অংশ কোনগুলো?



এ ঐ ও ক

**উত্তর: এ, ও, ক**

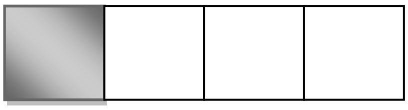
$\frac{১}{৪}$ কে এক-চতুর্থাংশ বা চার ভাগের এক ভাগ বা চার এর এক এভাবে পড়া হয়।

$\frac{৩}{৪}$ কে তিন-চতুর্থাংশ বা চার ভাগের তিন ভাগ বা চার এর তিন, এভাবে পড়া যায়। ভগ্নাংশের নিচের সংখ্যাটিকে হর এবং উপরেরটিকে লব বলে।

## প্রকৃত ভগ্নাংশ, অপ্রকৃত ভগ্নাংশ ও মিশ্র ভগ্নাংশ কী?

**প্রকৃত ভগ্নাংশ:** যে ভগ্নাংশে হর লবের থেকে বড় তাকে প্রকৃত ভগ্নাংশ বলা হয়।

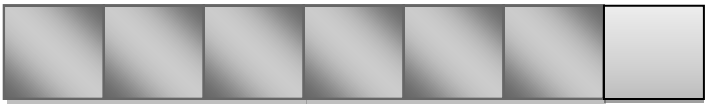
| ১ এর চেয়ে ছোট ভগ্নাংশ (লব < হর) |
|---|
| ক্ষুদ্রতর → □<br>বৃহত্তর → □ |
| $\frac{৩}{৪}, \frac{১}{২}, \frac{২}{৩}, \frac{৬}{৭}$ ইত্যাদি |
| প্রকৃত ভগ্নাংশ |



$\frac{১}{৪}$

অপ্রকৃত ভগ্নাংশ: যে ভগ্নাংশের লব হরের সমান বা বড় তাকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশ বলা হয়।

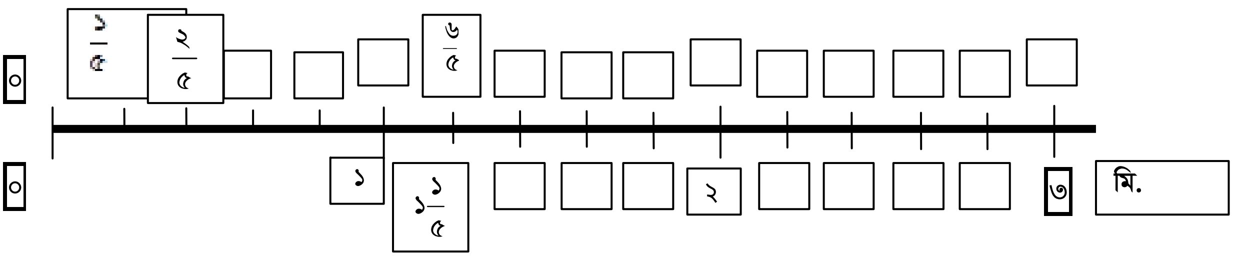
| ১ এর সমান ভগ্নাংশ (লব = হর) | ১ এর চেয়ে বড় ভগ্নাংশ (লব > হর) |
|---|---|
| সমান □ □ | বৃহত্তর → □<br>ক্ষুদ্রতর → □ |
| $\frac{৪}{৪}, \frac{২}{২}, \frac{৩}{৩}, \frac{৭}{৭}$ ইত্যাদি | $\frac{৫}{৪}, \frac{৩}{২}, \frac{৭}{৩}, \frac{১০}{৭}$ ইত্যাদি |
| অপ্রকৃত ভগ্নাংশ | |



$\frac{৭}{৭}$

**মিশ্র ভগ্নাংশ:** পূর্ণ সংখ্যার সাথে প্রকৃত ভগ্নাংশ যুক্ত হয়ে যে ভগ্নাংশ তৈরি হয় তাকে মিশ্র ভগ্নাংশ বলে। অপ্রকৃত ভগ্নাংশকে মিশ্র ভগ্নাংশে রূপান্তর করা যায়।

প্রশ্ন: নিচের সংখ্যা রেখায় ০, ১, ২, ৩ এর মধ্যে ভগ্নাংশ সংখ্যা দেখানো হয়েছে। খালি ঘরে সঠিক সংখ্যা বসান।




### মিশ্র ভগ্নাংশকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশে রূপান্তর

$৩\frac{১}{৫}$ একটি মিশ্র ভগ্নাংশ

$$৩\frac{১}{৫} = \frac{৩ \times ৫ + ১}{৫}$$

$$= \frac{১৬}{৫}$$

এটি একটি অপ্রকৃত ভগ্নাংশের রূপ।

অপ্রকৃত ভগ্নাংশ= $\frac{\text{হর} \times \text{পূর্ণ অংশ} + \text{লব}}{\text{লব}}$

অপ্রকৃত ভগ্নাংশকে মিশ্র ভগ্নাংশে রূপান্তর

ভাগ প্রক্রিয়ায় অপ্রকৃত ভগ্নাংশতে মিশ্র ভগ্নাংশে রূপান্তর করা যায়।

$\frac{১৩}{৪}$ একটি অপ্রকৃত ভগ্নাংশ

৪) ১৩ (৩

১২

১

এটি একটি মিশ্র ভগ্নাংশ, $৩\frac{১}{৪}$

= পূর্ণ অংশ $\frac{\text{ভাগশেষ}}{\text{ভাজক}}$

অনুশীলন:

১. $\frac{১২}{৫}$ ভগ্নাংশকে মিশ্র ভগ্নাংশে রূপান্তর করুন।

২. $৪\frac{৩}{৫}$ ভগ্নাংশটিকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশে রূপান্তর করুন।

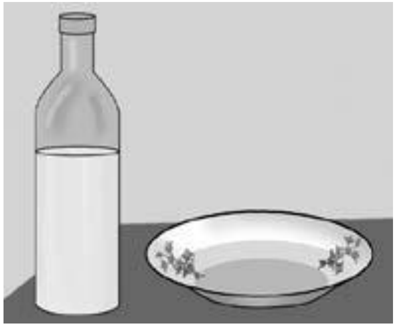
**আনুপাতিক ভগ্নাংশ ও পরিমাণগত ভগ্নাংশ কী?**

অনুপাতে প্রকাশ করা ভগ্নাংশকে আনুপাতিক ভগ্নাংশ বলে এবং পরিমাণ প্রকাশ করে যে ভগ্নাংশ তাকে পরিমাণগত ভগ্নাংশ বলে।

উদাহরণ:

**প্রশ্ন-ক.**একটি বোতলের ভেতরে ২লিটার পানি আছে। দুই ভাগের এক ভাগ পানি বের করে ফেললে বোতলের ভেতরে কত লিটার পানি থাকবে?

**প্রশ্ন-খ.** একটি বোতলের ভেতরে ৩লিটার পানি আছে। ২ লিটার পানি একটি গামলায় ঢেলে ফেললে বোতলের ভেতরে গামলার ভেতরের পানির কত অংশ হবে?

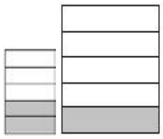


এখানে প্রশ্ন ক হচ্ছে কত অংশ পানি বের করা হয়েছে?
এবং প্রশ্ন খ হচ্ছে দুটো পাত্রে পানির অনুপাত কত?
প্রশ্ন খ হচ্ছে পরিমাণগত ভগ্নাংশ, পক্ষান্তরে প্রশ্ন ক হচ্ছে আনুপাতিক ভগ্নাংশ ।

**উদাহরণ**

গ্লাসের মধ্যে ৫ ভাগের ১ ভাগ পানি আছে। বালতির মধ্যে ৫ ভাগের ২ ভাগ পানি আছে।
রহিম বলে যে ৫ ভাগের ২, ৫ ভাগের ১ করে মোট ৫ ভাগের ৩ হবে।
রহিমের ধারণায় কী ভুল রয়েছে? কেন?

**সমাধান**

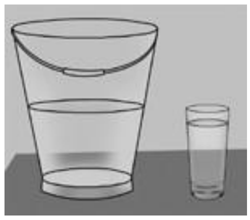


এ প্রশ্নটি আনুপাতিক ভগ্নাংশের প্রশ্ন।

যদি পাত্রগুলোর আকার ভিন্ন হয় তাহলে ৫ ভাগের ১ ভাগ অথবা ৫ ভাগের ৩ ভাগ এর পরিমাণও ভিন্ন হবে। এক্ষেত্রে এদুটিকে এভাবে সোজাসুজি যোগ করে ভগ্নাংশের মান সমান করা যাবে না।

**অনুশীলন ১**

গ্লাসের মধ্যে ৫ ভাগের ২ ভাগ পানি আছে। বালতির মধ্যে ৫ ভাগের ১ ভাগ পানি আছে। একসাথে মিল করলে কত লিটার পানি হবে? উপরের প্রশ্ন আনুপাতিক না পরিমাণগত ভগ্মাংশ? প্রশ্নের উত্তর দেয়া সম্ভব কি? প্রশ্নের উত্তরের জন্য এটি সংশোধন করুন।



**অনুশীলন ২**

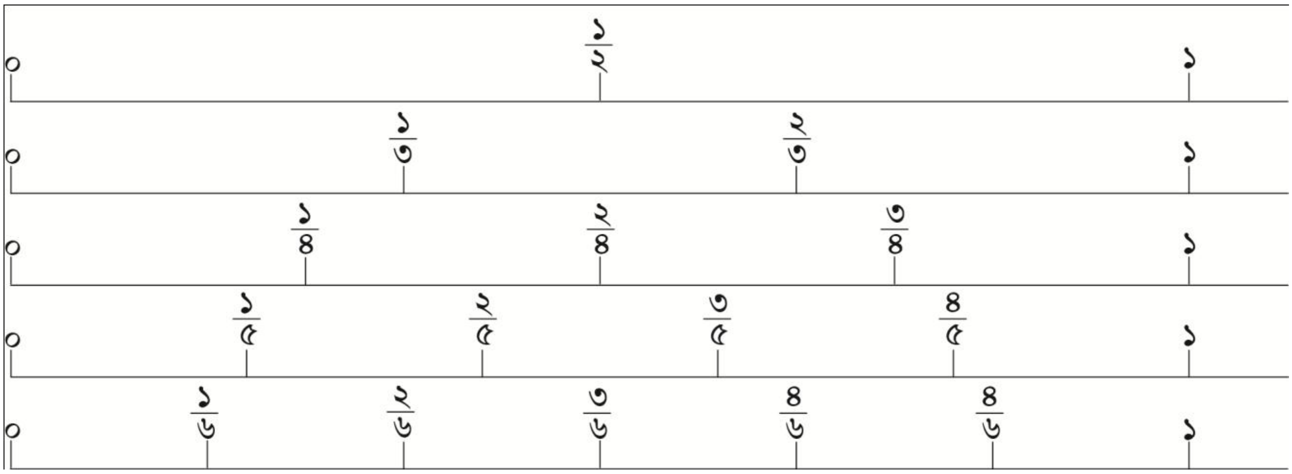
৫ ভাগের ১ ভাগ এবং ৫ ভাগের ২ ভাগ মিলে ৫ ভাগের ৩ ভাগ হয়। রহিমের উত্তরের যুক্তি নিম্নরূপ-

৫টা আপেলের মধ্যে ১টাকে ৫ ভাগের ১বোঝায়। ৩ ভাগের ১ বলতে ৩টা আপেলের মধ্যে ১টাকে ৩ ভাগের ১ বোঝায়। দুইটিকে যোগ করে ৫টি আপেলের মধ্যে ২টি হচ্ছে ৫ ভাগের ২।
আপেলের সংখ্যায় হিসাব আর গ্লাস বা বালতির হিসাব এক হবে কি? গ্লাসের এবং বালতির সাইজ এক কি? তাহলে প্রশ্নটি ত্রুটিমুক্ত করতে নতুন প্রশ্ন করুন।

**সমতুল ভগ্নাংশ**

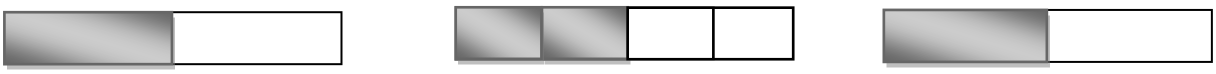
যে সব ভগ্নংশের লঘিষ্ঠ আকার অথবা প্রকৃত মান একই বা সমান সে সব ভগ্মংশকে **সমতুল ভগ্মাংশ** বলা হয়।

**প্রশ্ন:** নিচের ভগ্নাংশগুলোর মধ্যে $\frac{১}{২}$ এর সমতুল ভগ্নাংশ কোনটি? এবং $\frac{১}{৩}$ এর সমতুল ভগ্নাংশ কোনটি?

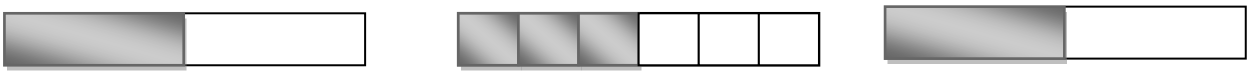



কোন ভগ্নাংশের লব এবং হরকে একই সংখ্যা দিয়ে গুণ করে সমতুল ভগ্নাংশ গঠন করা যায়। কোন ভগ্নাংশের লব এবং হরকে একই সংখ্যা দ্বারা ভাগ করে সমতুল ভগ্নাংশ গঠন করা যায়। নিচের চিত্রের ন্যায় এগুলোকে প্রকাশ করা যায়।

$\frac{১}{২} = \frac{১ \times ২}{২ \times ২} = \frac{২}{৪}$ $\quad \frac{২}{৪} = \frac{২ \div ২}{৪ \div ২} = \frac{১}{২}$



$\frac{১}{২} = \frac{১ \times ৩}{২ \times ৩} = \frac{৩}{৬} =$ $\quad \frac{৩}{৬} = \frac{৩ \div ৩}{৬ \div ৩} = \frac{১}{২}$



**পরামর্শ: উপরোল্লেখিত বিষয়বস্তু সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা অর্জনের জন্য উপস্থাপিত বিষয়বস্তুর পাশাপাশি প্রাথমিক স্তরের পাঠ্যপুস্তকে প্রদত্ত বিষয়বস্তু মনোযোগ সহকারে পড়ুন।**

## পাঠ-২: সাধারণ ভগ্নাংশের যোগ ও বিয়োগ

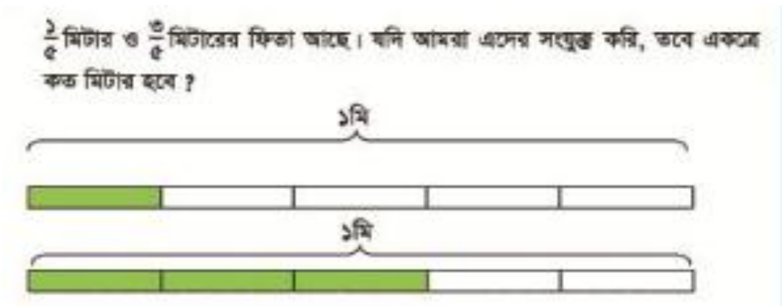
**এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-**

- চিত্র/ডায়াগ্রাম ব্যবহার করে ভগ্নাংশের যোগ করতে পারবেন।
- চিত্র/ডায়াগ্রাম ব্যবহার করে ভগ্নাংশের বিয়োগ করতে পারবেন।

প্রাথমিক পর্যায়ের শিক্ষার্থীদের ভগ্নাংশের যোগ ও বিয়োগের সুস্পষ্ট ধারণা লাভে সহায়তা করার জন্য ডিপিএড শিক্ষার্থীদের নিজেদের এ বিষয়ে সুস্পষ্ট ধারণালাভ করা অপরিহার্য। তাই এই পাঠে উপকরণ/চিত্র ব্যবহার করে বিভিন্ন ধরণের ভগ্নাংশের যোগ ও বিয়োগের ধারণা লাভ করার সুযোগ রাখা হয়েছে।

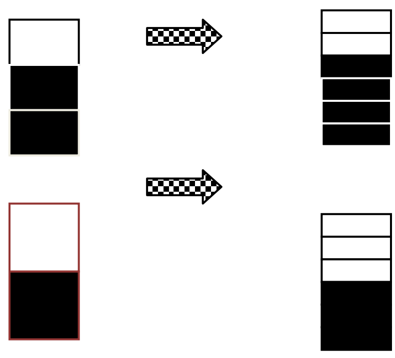
### ভগ্নাংশের যোগ

**প্রারম্ভিক কার্যাবলি :** চিত্রের সমস্যার প্রতি দৃষ্টি আকর্ষণ করা এবং চিন্তা করা এবং দৈনন্দিন জীবনের সাথে সম্পর্কযুক্ত করে সংশ্লিষ্ট বিষয়বস্তুর অবতারণা করা যেতে পারে।




**প্রশ্ন ২:** দুটি পানির বোতলের একটিতে $\frac{২}{৩}$ লিটার ও অপরটিতে $\frac{১}{২}$ লিটার পানি আছে। মোট কত লিটার পানি আছে?

সমাধান: দুটি বোতলের একটিতে $\frac{২}{৩}$ লিটার ও অপরটিতে $\frac{১}{২}$ লিটার পানি দেখানো হল:



**ভগ্নাংশে** রূপান্তর করণ:

$$\frac{১}{৩} = \frac{১\times\square}{৩\times\square} = \frac{\square}{৬}$$

$$\frac{১}{২} = \frac{১\times\square}{২\times\square} = \frac{\square}{৬}$$

$\square \quad \square$

$\frac{১}{৩} + \frac{১}{২} = \frac{\ }{৬} + \frac{\ }{৬}$ উত্তর: $\frac{\square}{৬}$ লিটার।

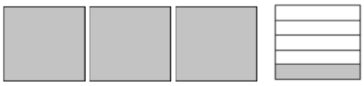
**এ থেকে বুঝা যায় একাধিক ভগ্নাংশের ভিন্ন ভিন্ন হর থাকলে সমতুল ভগ্নাংশে রূপান্তর করে যোগ করতে হয়।**

**প্রশ্ন ১:** দুটি ৫ লিটার পানির পাত্রের একটিতে $৩\frac{১}{৫}$ লিটার এবং অপরটিতে $২\frac{৩}{৫}$ লিটার পানি আছে। দু'টি পাত্রে একত্রে কত লিটার পানি আছে?

সমাধান

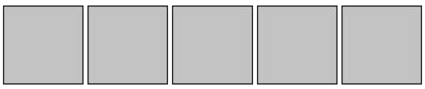
১) ১ লিটারের ৫ ভাগের ১ কেমন হবে?
একটি বক্স আঁকুন। ধরা যাক তা ১ লিটার। একে সমান ৫ ভাগ করুন। একটি ঘর রং করুন।

১) ৩ টি পূর্ণ আর ৫ ভাগের ১ এর ধারণা দেয়ার জন্য চিত্র ব্যবহার করুন।

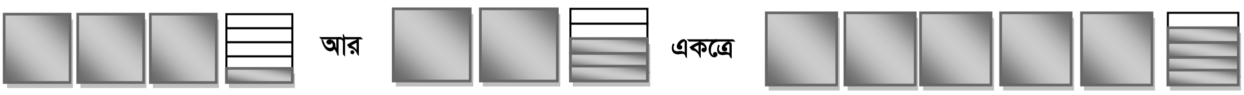


২টি পূর্ণ আর ৫ ভাগের ৩ এর ধারণা দেয়ার জন্য চিত্র ব্যবহার করুন।

৩টি ও ২টি পূর্ণ মিলে ৫টি হবে



$\frac{১}{৫}$ অংশ ১টি ও ৩টি মিলে ৪টি হবে।অর্থাৎ $\frac{১}{৫} \times ৪ = \frac{৪}{৫}$



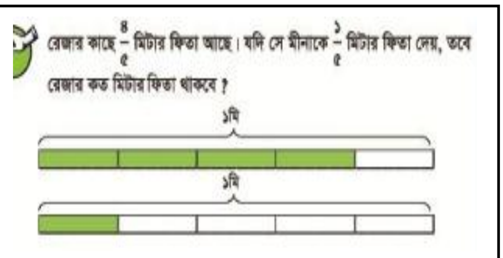

$৩\frac{১}{৫} + ২\frac{১}{৫} = ৩+২ + \frac{৩}{৫} + \frac{১}{৫} = ৫ + (\frac{৩+১}{৫}) = ৫\frac{৪}{৫}$

**অনুশীলন**

**১.** $২\frac{৩}{৫} + \frac{৩}{৫}$ **২.** $৪\frac{২}{৪} + \frac{১}{৪}$ **=কত?**

**ভগ্নাংশের বিয়োগ**

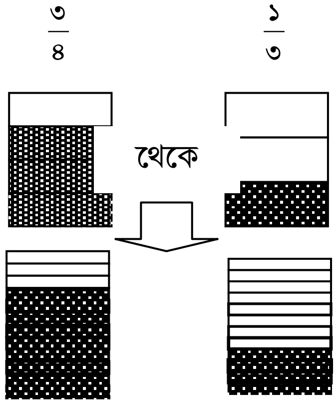
**প্রারম্ভিক কার্যাবলি (Starter Activity):**ভগ্নাংশের বিয়োগ সংক্রান্ত সমস্যার প্রতি দৃষ্টি আকর্ষণ করে পাশের চিত্রের মাধ্যমে বিষয়বস্তুর অবতারণা করা ।



প্রশ্ন-১ রহিম বাজার থেকে $\frac{৩}{৪}$ লিটার দুধ ক্রয় করে তা থেকে $\frac{১}{৩}$ লিটার পান করল। তার কাছে আর কত লিটার দুধ রইল?

**সমাধান:**

**চিত্র ব্যবহার করে বিয়োগ:**




বিয়োগটি হলো, $\frac{৩}{৪} - \frac{১}{৩}$

হিসাব করি, $\frac{৩ \times ৩}{৪ \times ৩} - \frac{১ \times ৪}{৩ \times ৪}$

$= \frac{৯}{১২} - \frac{৪}{১২}$

$= \frac{৫}{১২}$

**অনুশীলন-১**

**১.** $৩\frac{২}{৫} - \frac{৩}{৫}$ ২. $\frac{২}{৩} - \frac{১}{২}$ ৩. $৪\frac{২}{৩} - ২\frac{১}{৪}$ ৩. $৩\frac{৩}{৫} - ২\frac{২}{৫}$

**অনুশীলন-২**

নিম্নের ভগ্নাংশ ২টি দিয়ে গাণিতিক গল্প তৈরি করি;

$\frac{২}{৩} + \frac{১}{২}$ ও $\frac{২}{৩} - \frac{১}{২}$

**পরামর্শ: উপরোল্লেখিত বিষয়বস্তু সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা অর্জনের জন্য উপস্থাপিত বিষয়বস্তুর পাশাপাশি প্রাথমিক স্তরের পাঠ্যপুস্তকে প্রদত্ত বিষয়বস্তু মনোযোগ সহকারে পড়তে হবে।**

পাঠ-৩: সাধারণ **ভগ্নাংশের গুণ**

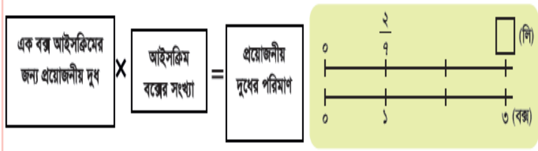
এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ চিত্র/ডায়াগ্রাম ব্যবহার করে-

- পূর্ণ সংখ্যা দ্বারা পূর্ণ সংখ্যার গুণ করতে পারবেন।
- ভগ্নাংশকে পূর্ণ সংখ্যা দ্বারা গুণ করতে পারবেন।
- ভগ্নাংশকে ভগ্নাংশ দ্বারা গুণ করতে পারবেন।

**প্রারম্ভিক কার্যাবলি (Starter Activity):** ভগ্নাংশের গুণ সংক্রান্ত সমস্যা সমাধানের জন্য পাশের চিত্রের সমস্যার প্রতি দৃষ্টি আকর্ষণ করে কীভাবে ভগ্নাংশকে পূর্ণ সংখ্যা দ্বারা গুণ করা যায় তা চিন্তা করা।

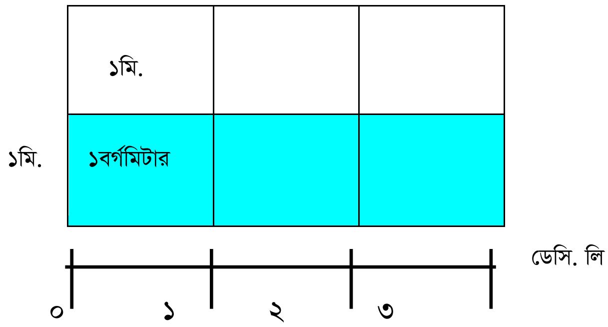
**এক বক্স আইসক্রিম তৈরিতে $\frac{২}{৭}$ লিটার দুধ প্রয়োজন হয়। এরকম ৩ বক্স আইসক্রিম তৈরি করতে কত লিটার দুধ প্রয়োজন ?**

মোট পরিমাণ বের করার জন্য আমরা নিচের বাক্যটি ব্যবহার করতে পারি।




পূণর্কে পূর্ণ সংখ্যা দ্বারা গুণ :

১ ডেসিলিটার রং দিয়ে যদি একটি দেয়ালের ১ বর্গমিটার রং করা যায় তবে ৩ ডেসিলিটার রং দিয়ে দেয়ালটির কত বর্গমিটার রং করা যাবে?




১ ডেসি. লি. দ্বারা রং করা যায় ১ বর্গ. মি.

∴ ৩ ডেসি. লি ,, ,, ,, ,, ১×৩ ,, ,,

= ৩ ,, ,,

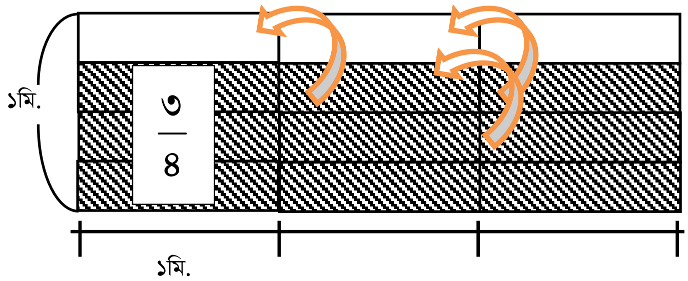
ভগ্নাংশকে পূর্ণ সংখ্যা দ্বারা গুণ:

যদি ১ ডেসিলিটার রং দ্বারা একটি বোর্ডের $\frac{৩}{৪}$ বর্গমিটার রং যায় তবে ৩ ডেসিলিটার রং দ্বারা বোর্ডটির কত বর্গমিটার রং করা যাবে?

সমস্যাটির গাণিতিক বাক্য কী হবে?

গাণিতিক বাক্য হলো, $\frac{৩}{৪} \times ৩$

সমস্যাটি চিত্র/ ডায়াগ্রামের মাধ্যমে প্রকাশ করি



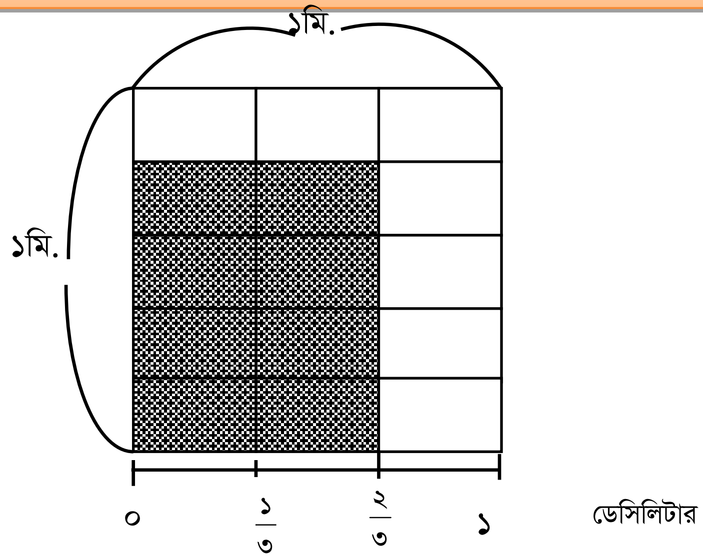

$\frac{৩}{৪} \times ৩ = \frac{৯}{৪}$

চিন্তা করি আর কীভাবে চিত্র/ ডায়াগ্রাম এঁকে ভগ্নাংশের সাথে পূর্ণ সংখ্যার গুণ করা যায়?

অনুশীলন: চিত্র/ডায়াগ্রাম এঁকে গুণফল নির্ণয় করুন; $\frac{২}{৩} \times ৪$

এবার চিত্র/ডায়াগ্রাম এঁকে ভগ্নাংশের সাথে ভগ্নাংশের গুণফল নির্ণয় করি;

অনুশীলন: ১ ডেসিলিটার রং দ্বারা একটি বোর্ডের $\frac{৪}{৫}$ বর্গমিটার রং করা যায়। $\frac{২}{৩}$ ডেসিলিটার রং দ্বারা বোর্ডটির কত বর্গমিটার রং করা




গাণিতিক বাক্য: $\frac{৪}{৫} \times \frac{২}{৩}$

সমাধান:

১ ডেসিলিটার রং দ্বারা একটি বোর্ডের $\frac{৪}{৫}$ বর্গমিটার রং করা যায়

$\therefore \frac{২}{৩}$ ডেসিলিটার রং দ্বারা রং করা বোর্ডটির $\frac{৪}{৫} \times \frac{২}{৩}$ বর্গমিটার $= \frac{৮}{১৫}$ বর্গমিটার

**অনুশীলন: চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ করুন:**

$\frac{৪}{৫} \times \frac{৩}{৪}$

১ ডেসিলিটার রং দিয়ে বোর্ডের $\frac{৩}{৫}$ বর্গমিটার রং করা যায়। $\frac{৩}{৪}$ ডেসিলিটার রং দিয়ে বোর্ডের কত বর্গমিটার রং করা যাবে?

**সমাধান:**

১ ডেসিলিটার রং দিয়ে বোর্ডের $\frac{\square}{\square}$ বর্গমিটার রং করা যায়

$\frac{৩}{৪}$ ডেসিলিটার রং দিয়ে বোর্ডের $\frac{\square}{\square}$ বর্গমিটার রং করা যায় ?

**মিশ্র ভগ্নাংশ × পূর্ণসংখ্যা এবং মিশ্র ভগ্নাংশ × মিশ্র ভগ্নাংশ**

**উদাহরণ ১:** $২\frac{১}{৩} \times ৪$

**সমাধান**

$$২\frac{১}{৩} \times ৪ = \frac{৭}{২} \times ৪ = \frac{২৮}{৯} = ৯\frac{১}{৩}$$

**উদাহরণ ২:** $২\frac{১}{৩} \times ৩\frac{৩}{৪}$

**সমাধান**

$$২\frac{১}{৩} \times ৩\frac{৩}{৪} = \frac{৭}{৩} \times \frac{১৫}{৪} = \frac{১০৫}{১২} = ৮\frac{৯}{১২} = ৮\frac{৩}{৪}$$

**অনুশীলন**

১. $২\frac{১}{৩} \times ৫ =$ কত?

২. $৩\frac{৩}{৪} \times ২\frac{৫}{৬} =$কত?

**পরামর্শ: উপরোল্লেখিত বিষয়বস্তু সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা অর্জনের জন্য উপস্থাপিত বিষয়বস্তুর পাশাপাশি প্রাথমিক স্তরের পঞ্চম শ্রেণির গণিত পাঠ্যপুস্তকে প্রদত্ত ভগ্নাংশের গুণ সংক্রান্ত প্রদত্ত বিষয়বস্তু মনোযোগ সহকারে পড়ুন।**

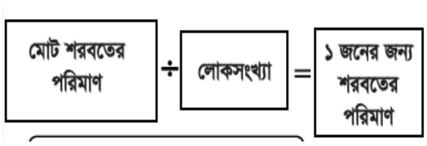
## পাঠ-৪: সাধারণ **ভগ্নাংশের ভাগ**

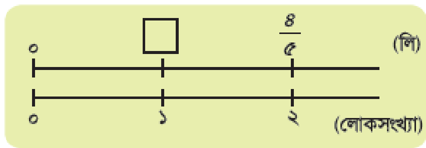
এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ চিত্র/ডায়াগ্রাম ব্যবহার করে-

- পূর্ণসংখ্যাকে পূর্ণসংখ্যা দ্বারা ভাগ করতে পারবেন।
- ভগ্নাংশকে পূর্ণসংখ্যা দ্বারা ভাগ করতে পারবেন।
- ভগ্নাংশকে ভগ্নাংশ দ্বারা ভাগ করতে পারবেন।

**প্রারম্ভিক কার্যাবলি:** দৈনন্দিন জীবনের সংশ্লিষ্ট সমস্যা সমাধানের কথা চিন্তা করা এবং পাশের চিত্রের সমস্যার প্রতি দৃষ্টি আকর্ষণ করা যে ভগ্নাংশকে পূর্ণ সংখ্যা দ্বারা ভাগ করা যায় তা চিন্তা করা।

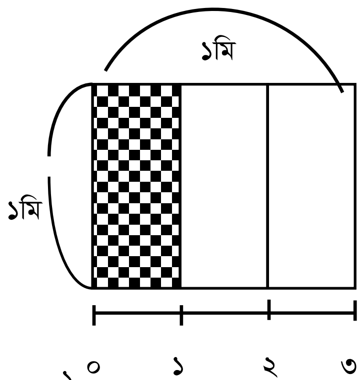
$\frac{৪}{৫}$ লিটার শরবত ২ জনকে সমানভাবে ভাগ করে দিলে প্রত্যেকে কত লিটার শরবত পাবে?




পূর্ণসংখ্যাকে পূর্ণসংখ্যা দ্বারা ভাগ:

যদি ৩ ডেসিলিটার রং দিয়ে ১ টি বোর্ডের ১ বর্গমিটার রং করা যায় তবে ১ ডেসিলিটার রং দিয়ে বোর্ডটির কত বর্গমিটার রং করা যাবে?



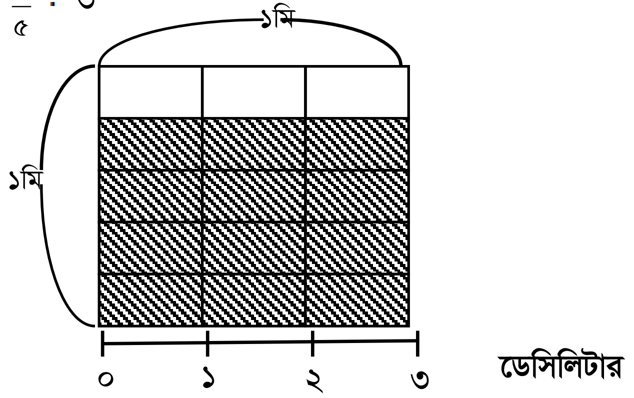

**গাণিতিক বাক্য** $১ \div ৩ = \frac{১}{৩}$

ভগ্নাংশকে পূর্ণসংখ্যা দ্বারা ভাগ:

নিচের সমস্যাটি লক্ষ করি:

যদি ৩ ডেসিলিটার রং দিয়ে বোর্ডের $\frac{৪}{৫}$ বর্গমিটার রং করা যায় তবে ১ ডেসিলিটার রং বোর্ডে কত বর্গমিটার রং করা যাবে?

গাণিতিক বাক্য $\frac{৪}{৫} \div ৩$




৩ ডেসিলিটার রং দিয়ে বোর্ডের $\frac{৪}{৫}$ বর্গমিটার রং করা যায়।

১ ডেসিলিটার রং দিয়ে বোর্ডের $\frac{৪}{৫}$ বর্গমিটারের ৩ ভাগের ১ ভাগ রং করা যাবে।

**এক্ষেত্রে চিত্রের ১টি ঘর** $\frac{১}{৫ \times ৩}$ বর্গমিটার। তাই রং করা জায়গা হবে $\frac{১}{৫ \times ৩}$, ৪ বার

অর্থা' $\frac{৪}{৫} \div ৩ = \frac{১ \times ৪}{৫ \times ৩} = \frac{৪}{১৫}$

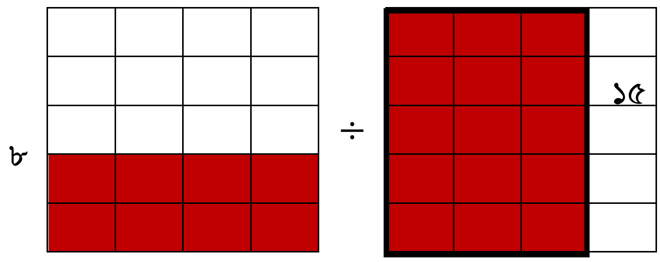
অনুশীলন-১:

$\frac{১}{৩} \div ৪$ এই ভাগটি দ্বারা গাণিতিক গল্প তৈরি করুন ও চিত্র ব্যবহার করে সমাধান করুন।

এবার চিত্র/ডায়াগ্রাম ব্যবহার করে ভগ্নাংশকে কীভাবে ভগ্নাংশ দিয়ে ভাগ করা যায় চিন্তা করি।

প্রশ্ন: $\frac{৩}{৪}$ ডেসিলিটার রং দ্বারা ১টি বোর্ডের $\frac{২}{৫}$ বর্গমিটার রং করা যায়। ১ ডেসিলিটার রং দ্বারা বোর্ডটির কত বর্গমিটার রং করা যাবে?

সমস্যাটি জ্যামিতিক চিত্রের মাধ্যমে কীভাবে সমাধান করা যায় চিন্তা করি এবং সমাধানের চিত্র অংকন করি;



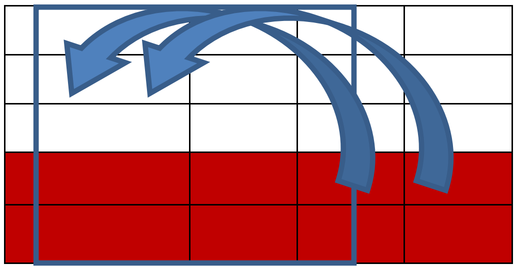

$\frac{২}{৫} \div \frac{৩}{৪} = \frac{২}{৫} \times \frac{৪}{৩} = \frac{৮}{১৫}$

এছাড়াও সমস্যাটির চিত্র অংকনের ক্ষেত্রে ভিন্নরকম কৌশল চিন্তা করি

$\frac{৩}{৪}$ ডেসিলিটার রং দ্বারা ১টি বোর্ডের $\frac{২}{৫}$ বর্গমিটার রং করা যায়

∴ ১ ,, ,, ,, বোর্ডটির $\frac{২}{৫} \div \frac{৩}{৪}$ বর্গমিটার রং করা যাবে

১ মি




$\frac{২}{৫} \div \frac{৩}{৪} = \frac{২}{৫} \times \frac{৪}{৩} = \frac{৮}{১৫}$

(এ সংক্রান্ত ধারণা সুস্পষ্ট করার জন্য পঞ্চম শ্রেণির গণিত পাঠ্যপুস্তকের ৫৯ পৃষ্ঠা পড়ুন।)

অনুশীলন

নিচের ভগ্নাংশের ভাগগুলোর দ্বারা গল্প তৈরি করুন এবং চিত্র/ডায়াগ্রাম এঁকে সমাধান করুন।

ক) $\frac{৪}{৩} \div \frac{১}{৩} =$ কত?

খ) $\frac{৪}{৩} \div \frac{৫}{২} =$ কত?

গ) $\frac{১}{২} \div \frac{১}{২} =$ কত?

**পরামর্শ: উপরোল্লেখিত বিষয়বস্তু সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা অর্জনের জন্য উপস্থাপিত বিষয়বস্তুর পাশাপাশি প্রাথমিক স্তরের পঞ্চম শ্রেণির গণিত পাঠ্যপুস্তকে প্রদত্ত ভগ্নাংশের ভাগ সংক্রান্ত বিষয়বস্তু অত্যন্ত মনোযোগ সহকারে পড়ুন ।**

## অধ্যায় ৯

## দশমিক ভগ্নাংশ (Decimal Fraction)

আমাদের চারিদেকে বিভিন্ন ক্ষেত্রে দশমিক ভগ্নাংশের ব্যবহার হয়ে থাকে। জমি কেনা-বেচা থেকে বিভিন্ন দৈনন্দিন দ্রব্য কিনতে পরিমাণ বা মূল্য পরিশোধ, প্রতিটি ক্ষেত্রেই দশমিক ভগ্নাংশের ব্যবহার রয়েছে।এছাড়াও তাপমাত্রা, মানুষের উচ্চতা এবং ওজন প্রকাশের ক্ষেত্রেও দশমিক ভগ্নাংশের ব্যবহার হয়ে থাকে (৯৮.৪ ডিগ্রি, ১৩৪.৫ সে.মি., ৫৪.৩ কেজি ইত্যাদি)। এভাবে সারাবিশ্বে দশভিত্তিক মেট্রিক পদ্ধতিতে হিসাব নিকাশ চালু রয়েছে। তাছাড়া আমরা গাণিতিকভাবে যে পদ্ধতি ব্যবহার করি তাও দশভিত্তিক এবং এগুলোকে সংখ্যারেখায় সাজালে পূর্ণ সংখ্যা ও দশমিক ভগ্নাংশ মান নির্দেশ করা যায়।

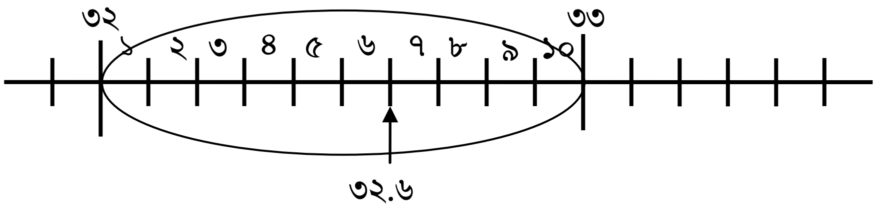
### পাঠ-১: দশমিক ভগ্নাংশের ধারণা

**এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-**

- দশমিক ভগ্নাংশের ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- দশমিক ভগ্নাংশের স্থানীয় মান নির্ণয় করতেপারবেন।

### দশমিক ভগ্নাংশ

৩২.৬ সংখ্যাটির মধ্যে ৬ এর মান কত? বা "৬" কী প্রকাশ করছে?



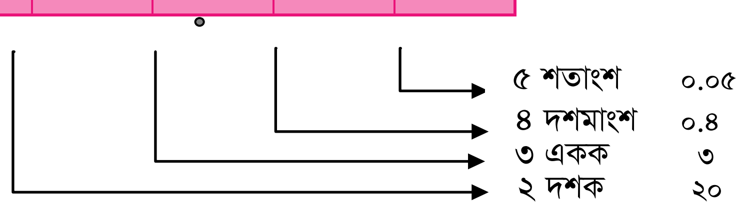

উপরের সংখ্যারেখায় ৩২ থেকে ৩৩ এর মধ্যে ১০টি ভাগ করা হয়েছে। এটি হলো ১০টি ভাগের ৬টি অংশ। এটিকে "দশমিক ছয়" "০.৬" হিসেবে লেখা যায়। প্রকৃতপক্ষে, দশমিক ভগ্নাংশ হলো সাধারণ ভগ্নাংশের একটি বিশেষ রূপ। এ কারণে যে সকল ভগ্নাংশের হর ১০ বা ১০ এর ঘাত বা সূচক (যেমন, ১০ বা $১০^{১}$, ১০০ বা $১০^{২}$, ১০০০ বা $১০^{৩}$ ইত্যাদি) সংখ্যা থাকে সেগুলোকে সংক্ষেপে দশমিক বিন্দু (.) ব্যবহার করে প্রকাশ করা যায় এবং এগুলোকে দশমিক ভগ্নাংশ বলা হয়।

### দশমিক ভগ্নাংশের স্থানীয় মান

পূর্ণ সংখ্যার স্থানীয় মান একক, দশক, শতক ইত্যাদি নামে পরিচিত। দশমিক ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে বাম দিক থেকে ডান দিকের স্থানগুলোকে দশমাংশ, শতাংশ, সহস্রাংশ ইত্যাদি বলা হয়ে থাকে এবং একক স্থানের ডানে একটি বিন্দু (.) বসিয়ে র্পূণ সংখ্যা এবং দশমিকাংশ পৃথকভাবে চেনা যায়। এ বিন্দুটিকে বলা হয় দশমিক বিন্দু। দশমিক ভগ্নাংশের দশমাংশ, শতাংশ, সহস্রাংশ ইত্যাদি স্থানগুলোর মান যথাক্রমে ০.১, ০.০১, ০.০০১ ইত্যাদি লিখে প্রকাশ করা হয়।

**উদাহরণ: ২৩.৪৫ এর অঙ্কগুলোর স্থানীয় মান**

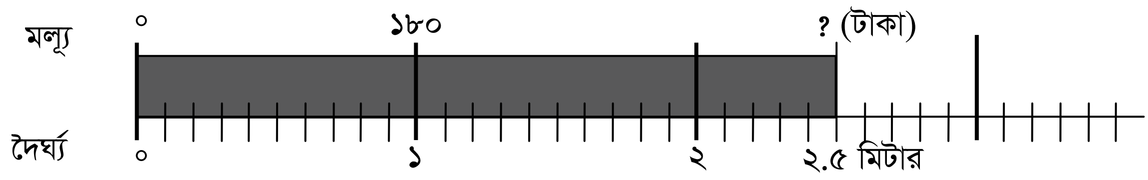
| শতক | দশক | একক | দশমাংশ | শতাংশ | সহস্রাংশ |
|---|---|---|---|---|---|
| | ২ | ৩ | ৪ | ৫ | |



দশমিক ভগ্নাংশের গুণ এবং ভাগের অর্থ কী তা দশমিক ভগ্নাংশের ধারণার আলোকে উদাহরণের মাধ্যমে প্রকাশ করি ।

**উদাহরণ ১**

১ মিটার কাপড়ের মূল্য ১৮০ টাকা। ২.৫ মিটার কাপড়ের মূল্য কত?




**সমাধান**

১ মিটার কাপড়ের মূল্য ১৮০ টাকা

২.৫ মিটার কাপড়ের মূল্য ১৮০×২.৫ টাকা= ৪৫০ টাকা

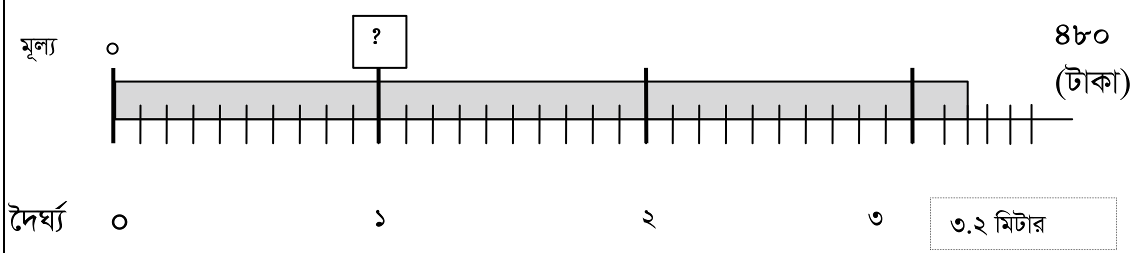
৪৫০ টাকা ২.৫ মিটার কাপড়ের মূল্য ৪৫০ টাকা প্রকাশ করে। অর্থাৎ, এখানে ক্রয়কতৃ সম্পূর্ণ কাপড়ের মূল্য প্রকাশ করেছে।

**অনুশীলনী-১**

১৮০×৩.৪ গুণটি দ্বারা একটি গাণিতিক সমস্যা তৈরি করুন।

**উদাহরণ ২**

৩.২ মিটার ফিতার মূল্য ৪৮০ টাকা। ১ মিটার ফিতার মূল্য কত?




**সমাধান**

৩.২ মিটার ফিতার মূল্য ৪৮০ টাকা

১ মিটার ফিতা (৪৮০÷৩.২) টাকা

= ১৫০ টাকা

১৫০ টাকা ১ মিটার ফিতার মূল্য ১৫ টাকা প্রকাশ করে। এভাবে ভাগের উত্তর [হার] প্রকাশ করে ÷ এর উত্তরের আরও একটি অর্থ আছে। শীটে শিক্ষার্থীরা পরবর্তী উদাহরণের সমস্যা সমাধান করে সেটি বের করবে।

**উদাহরণ ৩**

করিমের কাছে ৪৮০ টাকা আছে। সে এ টাকা দিয়ে ৩.২ টাকা দরের কয়টি মিষ্টি কিনতে পারবে?

**গমাধান:**

করিমের আছে ৪৮০ টাকা

৩.২ টাকা দরের (৪৮০÷৩.২)টি মিষ্টি কিনতে পারবে।

৩.২ টাকায় কেনা যায় ১টি মিষ্টি

৪০০ টাকায় কেনা যায় ৪৮০÷৩.২টি মিষ্টি

= ১৫০টি

১৫০টি কিনতে পারবে।

এটির ভাগফল এবং উদাহরণ ২ এর উত্তর একই কিন্তু উত্তরের অর্থ ভিন্ন। কারণ এ সমস্যাটির মধ্যে একক পরিমাণ দেয়া আছে এখানে একক পরিমাণের সংখ্যা বের করা হয়েছে।

**অনুশীলন- ২**

৪২০÷২.৮ অভিব্যক্তি নিয়ে গাণিতিক সমস্যা তৈরি করে নিজ নিজ খাতায় পাশের জনে সাথে মত বিনিময় করে সমাধান করতে বলুন ।

**অনুশীলন- ৩**

নিচের সমস্যাগুলো সমাধান করে উত্তরগুলো কী প্রকাশ করছে সে নিয়ে চিন্তা করতে বলুন।

১) একটি মিষ্টির ওজন ২৩.৪ গ্রাম। এরূপ ২৫৮টি মিষ্টির ওজন কত গ্রাম?

২) ১টি ব্যাগে ৯.৭৭ কেজি লবণ আছে। এরূপ ১২টি ব্যাগে কত কেজি লবণ আছে?

৩) একটি প্যাকেটে ২.৩৪ লিটার দুধ আছে। এ দুধ ৬ জনের মধ্যে ভাগ করে দিলে প্রতি জনে কত পরিমাণ দুধ পাবে?

৪) ২.৯৮ কেজি বিস্কুট প্রতিজনকে ০.০৮ কেজি করে ভাগ করে দিলে মোট কতজনকে বিস্কুট দেয়া যাবে?

**পাঠ-২: দশমিক ভগ্নাংশে রূপান্তর**

**এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-**

- সাধারণ ভগ্নাংশকে দশমিক ভগ্নাংশে ভগ্নাংশে রূপান্তর করতে পারবেন।
- ভগ্নাংশটিতে আবৃত দশমিক ভগ্নাংশ দ্বারা প্রকাশ করতে পারবেন।

শিক্ষার্থীরা পূর্বে আলোচিত পদ্ধতি ব্যবহার না করে বিকল্প পদ্ধতিতে সাধারণ ভগ্নাংশকে দশমিক ভগ্নাংশে রূপান্তর করতে পারবে এবং ভগ্নাংশটিতে আসন্ন মান বা আবৃত দশমিক ভগ্নাংশ দ্বারা প্রকাশ করা শিখবে। যখন সাধারণ ভগ্নাংশকে দশমিক ভগ্নাংশে রূপান্তর করা হয় তখন হরকে ১০ বা ১০ এর ঘাতে রূপান্তর করা হয়।

**উদাহরণ**

$$\frac{১}{২} = \frac{১ \times ৫}{২ \times ৫} = \frac{৫}{১০} = ০.৫ \quad \frac{১}{৪} = \frac{১ \times ২৫}{৪ \times ২৫} = \frac{২৫}{১০০} = ০.২৫$$

কিন্তু যেমন $\frac{১}{৩}$ এর হরকে ১০ বা ১০০ এর ঘাতে রূপান্তর করা যায় না। এ পাঠে শিক্ষার্থীরা উদাহরণ ব্যবহারের মাধ্যমে জানবে, যদি হরকে ১০ বা ১০০ এর ঘাতে রূপান্তর করা না যায় তাহলে কীভাবে এ ধরনের হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশকে দশমিক ভগ্নাংশে রূপান্তর করতে হয়।

উদাহরণ

$\frac{১}{৩}$ কে কীভাবে দশমিক ভগ্নাংশে রূপান্তর করা যায়?

**সমাধান**

$\frac{১}{৩}$ এর অর্থ হচ্ছে ১ –এর সমান ৩টি ভাগের ১ অংশ।

এটিকে গাণিতিকভাবে প্রকাশ করলে লেখা যায় <u>১ ÷ ৩</u>।

এখন ১ ÷ ৩ গণনা করলে ১ ÷ ৩ = ০.৩৩৩৩৩...(অসীম পযর্ন্ত) হয়। অর্থাৎ ৩ দিয়ে ১ ভাগ করলে ভাগ কখনো শেষ হয় না। অন্যভাবে বলা যায় ৩ দিয়ে ১ অবিভাজ্য।

**অনুশীলন-১**

যে ভগ্নাংশের হরকে ১০ বা ১০০ এ রূপান্তর করা যায় না সে ধরনের সাধারণ ভগ্নাংশ বের করে শিক্ষার্থীদের নিজ নিজ খাতায় লিখতে বলুন। (লবে ১ না থাকলেও চলবে।)

যখন দশমিক ভগ্নাংশের ভাগফল অবিভাজ্য হয় তখন এটিকে অন্যভাবে প্রকাশ করা যায়। শিক্ষার্থীদের $\frac{১}{৩}$ এবং $\frac{১}{১১}$ এর ভাগফল মিলিয়ে দেখতে এবং চিন্তা করতে বলনু ।

$\frac{১}{৩}$ = ১÷৩=০.৩৩৩৩...  $\frac{১}{১১}$ =১÷১১= .০৯০৯০৯...

**প্রশ্ন**

১)এ সংখ্যাগুলোতে লক্ষ করার মত কী আছে?

২)এ ধরনের দশমিক ভগ্নাংশ সংখ্যার নাম কী?

০.৩৩৩৩৩৩ এবং ০.০৯০৯০৯... এধরনের সংখ্যাকে আবৃত দশমিক ভগ্নাংশ বলা হয়।

**অনুশীলন ২**

নিচের সাধারণ ভগ্নাংশকে দশমিক ভগ্নাংশে রূপান্তর করুন।

ক) $\frac{২}{৩}$, খ) $\frac{৫}{৯}$, গ) $\frac{৪}{৩৩}$, ঘ) $\frac{১}{৯}$, ঙ) $\frac{১}{৭}$

সাধারণ ভগ্নাংশকে দশমিক ভগ্নাংশে রূপান্তর করার সময় নিম্নলিখিত পদ্ধতিতে সংক্ষেপে করা যায়।

১) হরকে ১০ বা ১০০ এ রূপান্তর করা।

২) যদি ১) এর অনুসারে না হয় তবে লবকে হর দিয়ে ভাগ করা।

৩) যদি ২) এর ফলাফল অবিভাজ্য হয় তাহলে আসন্ন মান বসিয়ে প্রায় সঠিক পরিমাণ প্রকাশ করা।

৪) ২) এর ফলাফল আবৃত ভগ্নাংশে প্রকাশ করা।

এ নিয়মে যেকোন সাধারণ ভগ্নাংশকে দশমিক ভগ্নাংশে রূপান্তর করা যায়। যে ভগ্নাংশের হরকে ১০ বা ১০০ এ রূপান্তর করা যায় সেই সাধারণ ভগ্নাংশের লবকে হর দিয়ে ভাগ করে দশমিক ভগ্নাংশে রূপান্তর করা যায়।

যেমন, $\frac{১}{২} = ১ \div ২ = ০.৫$ $\frac{১}{৪} = ১ \div ৪ = ০.২৫$

**অনুশীলন ৪**

নিচের সাধারণ ভগ্নাংশগুলোকে ভাগ ব্যবহার করে দশমিক ভগ্নাংশে রূপান্তর করুন।

ক) $\frac{২}{৩}$, খ) $\frac{১}{২৫}$, গ) $\frac{৭}{২৫}$, ঘ) $\frac{১}{৮}$, চ) $\frac{১০}{৮}$,

**পাঠ-৩: দশমিক ভগ্নাংশের সমস্যা**

**চতুর্থ ও পঞ্চম শ্রেণির প্রাথমিক গণিত পাঠ্যপুস্তকে উপস্থাপিত দশমিক ভগ্নাংশ সম্পর্কিত কী কী গাণিতিক সমস্যা রয়েছে তার তালিকা তৈরি করুন। তালিকার সমস্যাগুলো একক/জোড়ায়/দলে আলোচনা করে সমাধান করুন। এ সংক্রান্ত কোনো সমস্যা থাকলে তা শ্রেণিতে প্রশিক্ষকের সামনে উপস্থাপন করুন এবং আলোচনায় অংশগ্রহণ করে সমাধান করুন। এছাড়াও অনুরুপ প্রশ্ন সম্পর্কিত সমস্যা তৈরি ও সমাধান করুন।**

# অধ্যায় ১০
## জ্যামিতি

জ্যামিতির প্রাথমিক ধারণাগুলো বিমূর্ত। চিত্র এঁকে আমরা এদের প্রতিরূপকে বোঝার চেষ্টা করি। ডিপিএড শিক্ষার্থীকে জ্যামিতিক জ্ঞান ও চিন্তন দক্ষতা অর্জনে সহায়তার জন্য এই অধ্যায়ের এক একটি পাঠে বিন্দু, রেখা, তল, লম্ব, সমান্তরাল রেখা, ত্রিভুজ, চতুর্ভুজ ও বৃত্ত সম্পর্কিত বিভিন্ন প্রাথমিক ধারণা সংগঠন করা হয়েছে যা জানা তাঁর জন্য খুবই গুরুত্বপূর্ণ।

এই অধ্যায় অধ্যয়ন শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীরা জ্যামিতির বিভিন্ন প্রাথমিক ধারণা যেমন- বিন্দু, রেখা, তল, লম্ব, সমান্তরাল রেখা, ত্রিভুজ, চতুর্ভুজ ও বৃত্ত সম্পর্কে সম্যক ধারণালাভে সক্ষম হবেন।

### পাঠ ১: জ্যামিতিক আকৃতি

এই পাঠশেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- বিভিন্ন ধরণের জ্যামিতি আকৃতি সম্পর্কিত ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

| | |
|---|---|
| **প্রারম্ভিক কর্ম(Starter Activity):** উপর্যুক্ত শিখনফল অর্জনের লক্ষ্যে শুরুতেই নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর চিন্তা করি;<br>চিত্র-ক এর জিনিসগুলোর মধ্যে-<br>➢ কোন কোনটির আকৃতি একই রকম? অর্থাৎ, কোন কোন জিনিস একই দলের?<br>➢ আকৃতিগুলোর ধরন কী রকম? | |

এই প্রশ্নগুলোর উত্তর খুঁজতে ঘনবস্তুর আকৃতি সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা থাকা প্রয়োজন। তাই এখন এই বিষয়ে আলোচনা করা যাক।

**আকৃতি অনুসারে বিভিন্ন ধরণের ঘনবস্তু**

আমাদের চারপাশের পরিবেশে বিভিন্ন জিনিস রয়েছে। যেমন: বই, ফুটবল, আইসক্রিম, মোমবাতি-আরো কত কিছু। এই নিরেট বস্তুগুলোকেই ঘনবস্তু বলা হয়। আকৃতি অনুসারে ঘনবস্তু বিভিন্ন ধরণের হয়। যেমন:

**গোলক**

যে জিনিস বা বস্তু যেকোনো দিক থেকে দেখতে গোল তাকে গোলক বলা হয়। যেমন: ফুটবল, তরমুজ, মার্বেল, গ্লোব, উলের গোলা, আপেল ইত্যাদি।

**ঘনক**

যে বস্তুকে উপর, পাশ বা নিচ - যেকোন দিক থেকে দেখলে চর্তুভুজের আকৃতি দেখতে পাওয়া যায়- তাকে ঘনক বলা হয়। যেমন: ইট, বই, বাক্স, লুডুর ঘুঁটি ইত্যাদি।

**কোণক**

যে বস্তুকে পাশ থেকে দেখলে- উপর দিকে সরু ত্রিভুজের আকৃতি ও নিচ থেকে দেখলে গোল আকৃতি দেখতে পাওয়া যায়- তাকে কোণক বলা হয়। যেমন: আইসক্রিম, লাটিম ইত্যাদি।

**বেলন**

যে বস্তুকে পাশ থেকে দেখলে চর্তুভুজের আকৃতি এবং উপর ও নিচ থেকে দেখলে গোল আকৃতি দেখতে পাওয়া যায়- তাকে বেলন বলা হয়। যেমন: গ্লাস, মোমবাতি ইত্যাদি।

**অনুশীলন ১:** আকৃতি অনুসারে বিভিন্ন ধরনের ঘনবস্তুর কিছু উদাহরণ নিচের ছকে দেয়া হলো। ফাঁকা স্থানে কি উদাহরণ দেয়া যেতে পারে- চিন্তা করে লিখুন।

| **ঘনক** | **গোলক** | **কোণক** | **বেলন** |
|---|---|---|---|
| বই | উলের গোলা | চুঙ্গি | গ্লাস |
| ইট | মার্বেল | লাটিম | মোমবাতি |
| বাক্স | গ্লোব | আইসক্রিম | .......... |
| লুডুর ঘুঁটি | আপেল | ........... | .......... |

**অনুশীলন ২:**

উপরের ছবিগুলোতে-

- কোনটি কীসের চিত্র?
- এগুলোর কোনটি কী ধরনের ঘনবস্তুর চিত্র? কেন ?
- এগুলোর প্রতিটি উপর থেকে দেখতে কেমন, পাশ থেকে দেখতে কেমন?

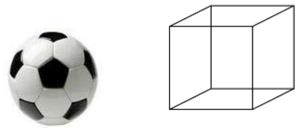
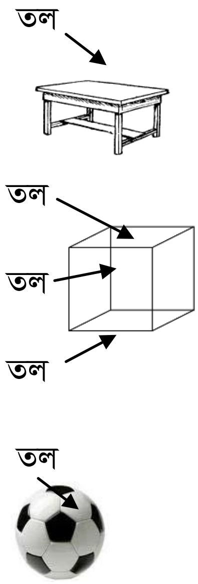
সহপাঠী ডিপিএড শিক্ষার্থীর সাথে কর্মপত্রের সমস্যাগুলো নিয়ে আলোচনা করুন ও স্বাধীনভাবে আপনার মতামত প্রকাশ করুন। এভাবে নিজেকে  মূল্যায়ন করুন ও প্রয়োজনীয় সহায়তা লাভে সচেষ্ট থাকুন।

**পরামর্শ: উপরোল্লেখিত বিষয়বস্তু সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা অর্জনের জন্য এই অধ্যায়ে উপস্থাপিত বিষয়বস্তুর পাশাপাশি প্রাথমিক স্তরের পাঠ্যপুস্তকে প্রদত্ত বিষয়বস্তু মনোযোগ সহকারে পড়তে হবে।**

**পাঠ ২: বিন্দু, রেখা, তল**

**এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ**

- বিন্দু, রেখা ও তলের ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

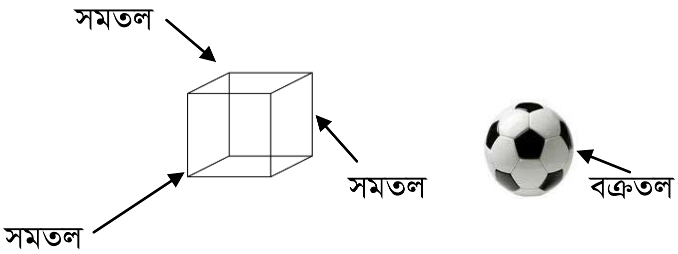
| | |
|---|---|
| **প্রারম্ভিক কার্যাবলি:** উপর্যুক্ত শিখনফল অর্জনের লক্ষে শুরুতেই নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর চিন্তা করি;<br>চিত্র-১ এ-<br>➢ কোনটি ঘনক? কোনটি গোলক?<br>➢ বাক্সটির বাইরের অংশগুলোকে আমরা কী নামে চিনি?<br>➢ বলের বাইরের অংশে কী আছে? এটি এর কী?<br><br>চিত্র-২ এ<br>➢ এই দুটি বস্তুর বাইরের আবরণ বা তলের মধ্যে কি কোন পার্থক্য আছে?<br>➢ বাক্স ও বলের তল দুটির মধ্যে পার্থক্য থাকলে কী ধরনের পার্থক্য আছে? | <br>**চিত্র-১**<br><br><br>**চিত্র-২** |

এই প্রশ্নগুলোর উত্তর খুঁজতে বিন্দু, রেখা ও তলের সুস্পষ্ট ধারণা থাকা প্রয়োজন। তাই শুরুতেই তল নিয়ে কিছু আলোচনা করা যাক।

**তল (Plane): সমতল ও বক্রতল**

প্রত্যেকটি মসৃণ বস্তুর বাইরে একটি আবরণ আছে। যেমন, টেবিলের উপরিভাগ, বাক্সের চারধার এবং উপর ও নিচ, ফুটবলের বাইরের আবরণ ইত্যাদি। বস্তুর উপর, নিচ, পাশ বা বাইরের আবরণকে তল বলে। তলের প্রকারভেদ সম্পর্কে ডিপিএড শিক্ষার্থীদের স্পষ্ট ধারণা থাকা প্রয়োজন।

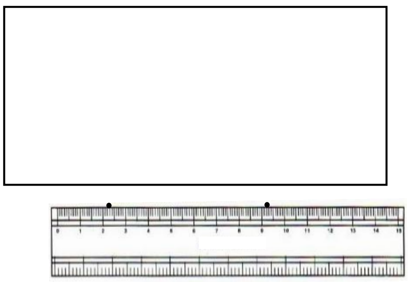
তল দুই রকমের হতে পারে-সমতল ও বক্রতল । 'সম'শব্দটির অর্থ সমান এবং 'বক্র' শব্দটির অর্থ বাঁকা। বাক্সের চারপাশ, উপর ও নিচ-এই ৬টি তলের প্রতিটি তলই সোজা (Flat) বা সমান- তাই এর তল হল সমতল। কিন্তু ফুটবলের তল হলো বাঁকা (**চিত্র ৩**)-তাই এর তল হল বক্রতল।




**চিত্র ৩**

## বিন্দু (Point) ও রেখা (Line)

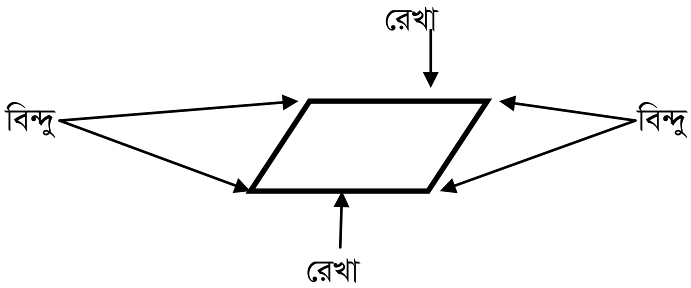
বিন্দু এতই ক্ষুদ্র যে, একে আঁকা সম্ভব নয়। এটি জ্যামিতির একটি বিমূর্ত ধারণা। তবে বাস্তব অভিজ্ঞতা ও জ্ঞানের মাধ্যমে আমাদের এ ধারণাটি উপলব্ধি করতে হবে। সাধারণত পেন্সিলের অগ্রভাগের সুক্ষ্ণ ফোঁটার সাহায্যে আমরা এর প্রতিরূপ প্রকাশ করি। ছোট দুটি ফোঁটা এঁকে (চিত্র-৪) আমরা পেনসিল ও রুলারের সাহায্যে এই ফোঁটা দুটির মধ্য দিয়ে একটি সোজা রেখা আঁকতে পারি (চিত্র-৫)।



**চিত্র-৪**

**চিত্র-৫**

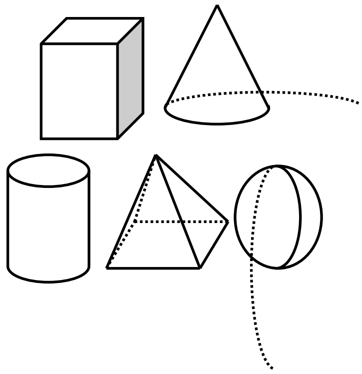
বস্তুর সাহায্যে রেখা ও বিন্দুর ধারণা সুস্পষ্ট করতে আমরা একটি কাগজের সাহায্য নিতে পারি। কাগজটির কিনারা বা ধার বা পাশ হচ্ছে একটি রেখা এবং কাগজটির দুটি ধার বা পাশ যেখানে মিলেছে তা হচ্ছে একটি বিন্দু (**চিত্র-৬**)।




**চিত্র-৬**

**অনুশীলন:** চিত্র-৭ এর সমতল ও বক্রতলবিশিষ্ট বস্তুগুলো একে একে লক্ষ্য করি। এরপর নিচের প্রশ্নটিগুলোর উত্তর চিন্তা করি;

- এর বাইরের আবরণ বা পিঠ বা পৃষ্ঠকে আমরা কী বলি?
- এটি সমতল না বক্রতল? এর কয়টি তল আছে?



চিত্র-৭

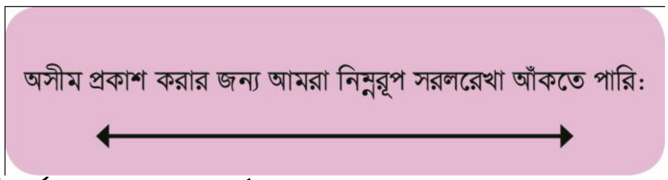
- বাক্সটির দুটিতল কোথায় মিলেছে দেখাই। এটিকে আমরা কী বলতে পারি?
- বাক্সটিতে দুটিরেখা কোথায় মিলেছে দেখাই। এটিকে আমরা কী বলতে পারি?
- আর কোন কোন বস্তুতে আমি এভাবে রেখা ও বিন্দু দেখাতে পারবো?

এই প্রশ্নগুলোর উত্তর খুঁজতে রেখার ধারণা সুস্পষ্ট থাকা প্রয়োজন। তাই শুরুতেই রেখা ও রেখাংশ নিয়ে কিছু আলোচনা করা যাক।

## রেখা (Line) ও রেখাংশ (Line Segment)

দুইটি বিন্দু এঁকে বিন্দু দুইটির পাশে রুলার বসিয়ে বিন্দু দুইটির মাঝখানে অনেকগুলো ছোট ছোট বিন্দু পাশাপাশি বসালে এটি একটি রেখায় পরিণত হবে।

রেখার বিভিন্ন বৈশিষ্ট্য রয়েছে। যেমন- রেখাকে দুইদিকে যতদূর ইচ্ছা বাড়ানো যায়- তাই এটা অসীম, এর দৈর্ঘ্য আছে, কিন্তু প্রস্থ ও উচ্চতা নেই- অর্থাৎ, এর পুরত্ব নেই (চিত্র-৪)।




**দৈর্ঘ্য আছে ✓**

**প্রস্থ ও উচ্চতা নেই ✗**

**দুইদিকে যতদূর ইচ্ছা বাড়ানো যায়-তাই অসীম ✓**

চিত্র-৮

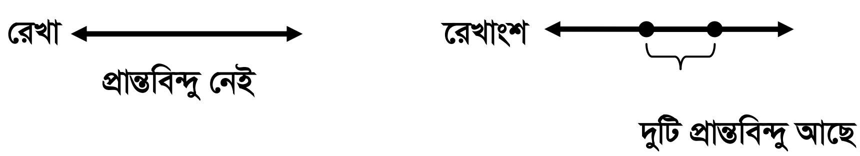
রেখার যে কোন একটি অংশ হলো রেখাংশ (চিত্র ৯)।

**রেখা**

চিত্র ৯

রেখা অসীম- তাই এর শেষ বা প্রান্ত নেই। কিন্তু রেখাংশ রেখার একটি অংশ বলে একে দুইদিকে যতদূর ইচ্ছা বাড়ানো যায়না। তাই রেখাংশ অসীম নয়- এটি সসীম। রেখাংশর দুটি প্রান্ত আছে। ছবি এঁকে দেখান।

বিন্দুর সাথে রেখা ও রেখাংশের সম্পর্কটি ছবি এঁকে চিত্র-১০ এ উপস্থাপন করা হয়েছে:




চিত্র ১০

এখানে উল্লেখ্য যে, চিত্র-৬ এ আসলে আমরা প্রথমে একটি রেখাংশই এঁকেছি- পরে একে দুইদিকে যতদূর ইচ্ছা বাড়িয়ে রেখা পেয়েছি। এভাবে রেখা থেকে যেমন রেখাংশ পাওয়া যায়- তেমনি রেখাংশ থেকে সে যার অংশ সেই রেখাটিও পাওয়া যায়।

এরপর রেখাংশ ও রশ্মি নিয়ে কিছু আলোচনা করা যাক।

**রেখাংশ (Line Segment) ও রশ্মি (Ray)**

যদি রেখার একদিকে একটি প্রান্ত বিন্দু থাকে এবং অন্য দিক অসীম হয়, তবে এটি রেখা বা রেখাংশ- কোনটিই নয়, একে বলা হয় রশ্মি (চিত্র-৭)।

**রশ্মি**

চিত্র **১১**

**অনুশীলন:** ছবি এঁকে রেখা, রেখাংশ ও রশ্মি দেখান। এদের মধ্যে কী পার্থক্য রয়েছে?

**পরামর্শ: উপরোল্লেখিত বিষয়বস্তু সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা অর্জনের জন্য এই অধ্যায়ে উপস্থাপিত বিষয়বস্তুর পাশাপাশি প্রাথমিক স্তরের পাঠ্যপুস্তকে প্রদত্ত বিষয়বস্তু মনোযোগ সহকারে পড়ুন।**

---------------------------------------------------------------------------------------

**পাঠ ৩: লম্ব ও সমান্তরাল রেখা**

**এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ**

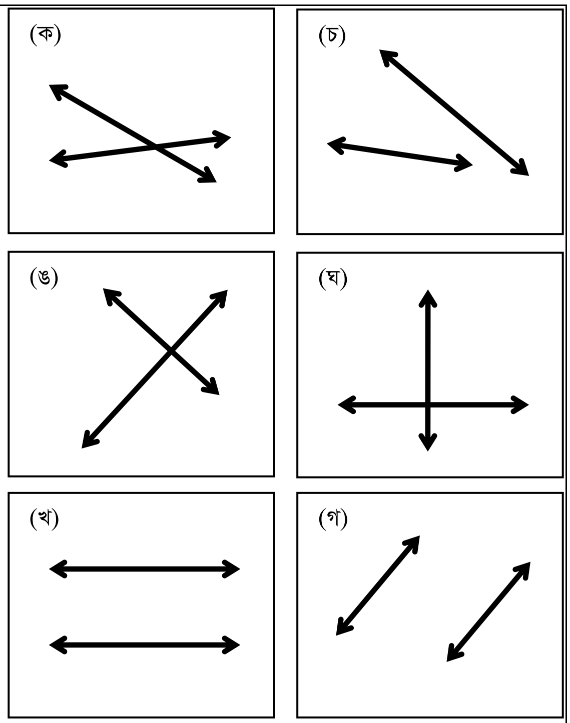
- লম্ব, লম্ব দূরত্ব ও সমান্তরাল রেখার ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

**লম্বরেখা ও সমান্তরাল রেখা**

ডিপিএড শিক্ষার্থীর মধ্যে লম্বরেখা ও সমান্তরাল রেখার স্পষ্ট ধারণা গঠন অত্যাবশ্যক। এই লক্ষ্যে শুরুতেই নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর চিন্তা করি;

**প্রারম্ভিক কার্যাবলি(Starter Activity):**

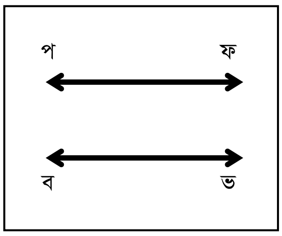
- ডান পাশের ৬টি ছবি (ক)-(চ)-এ আমরা ছবিগুলোর মধ্যে কী মিল ও অমিল খুঁজে পাই?
- যদি আমরা (খ), (গ) এবং (চ) নং চিত্রের রেখা দুইটি দুই পাশে বাড়িয়ে দেই, তাহলে কী হবে? তারা কি পরস্পরকে ছেদ করবে নাকি করবে না?
- চিত্র (ক), (ঘ), (ঙ) এবং (চ)-এ দুইটি রেখা পরস্পর ছেদ করেছে। এই রেখাগুলো কীভাবে পরস্পরকে ছেদ করেছে?




এই প্রশ্নগুলোর উত্তর খুঁজতে এখন এ নিয়ে কিছু আলোচনা করা যাক।

**সমান্তরাল রেখা**

দুটি রেখা যদি সবসময় সমান দুরত্বে অবস্থান করে তবে তাদেরকে সমান্তরাল রেখা বলা হয় (চিত্র-৮)।

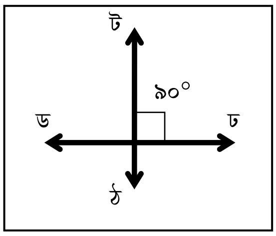



সমান্তরাল রেখা

চিত্র-১২

**লম্বরেখা**

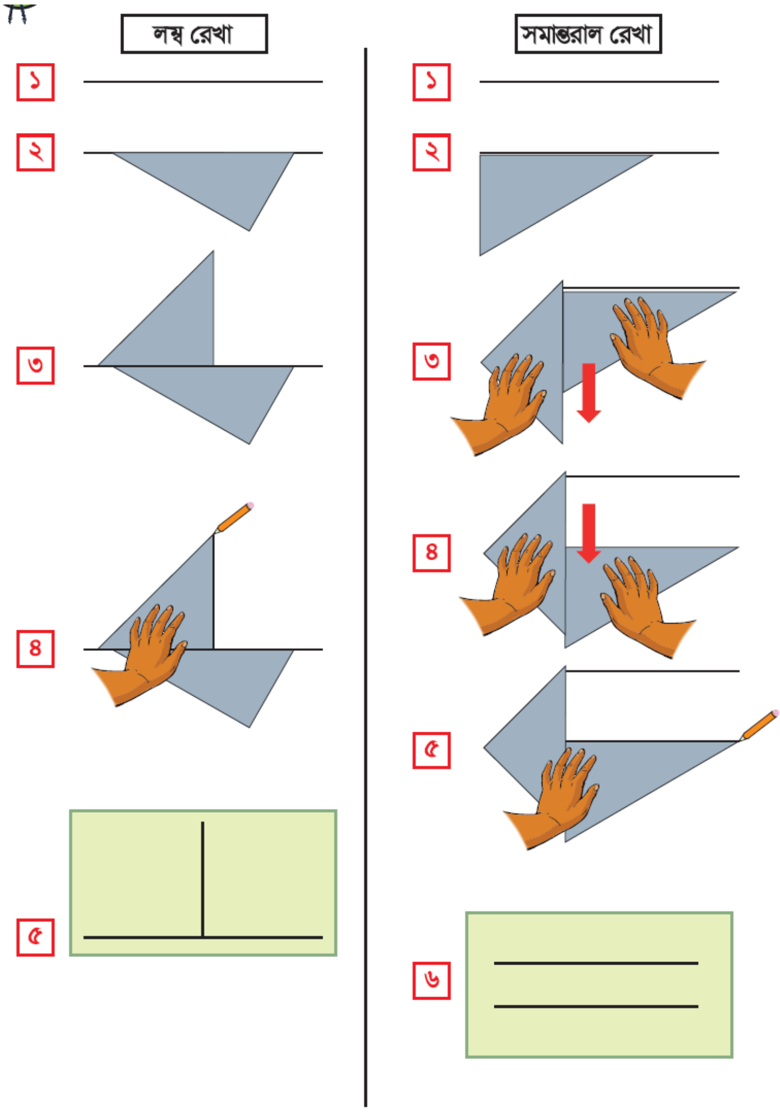
দুইটি রেখার পরস্পরকে লম্বভাবে অর্থাৎ খাড়াভাবেবা ৯০° কোণে বা সমকোণে ছেদ করে তবে তাদেরকে লম্বরেখা বলা হয় (চিত্র-৯)।




লম্ব রেখা

চিত্র-১৩

**অনুশীলন:** পাঠ্যপুস্তকের ১৪৬ নং পৃষ্ঠায় বর্ণিত ত্রিকোণী সেটের সাহায্যে লম্বরেখা ও সমান্তরাল রেখা আঁকার কাজটি বুঝে এরপর অনুশীলন করতে পারেন।



**অনুশীলন:** আপনি ২ কলামের একটি ছক এঁকে প্রথম কলামটিতে 'লম্বরেখা' ও পরেরটিতে 'সমান্তরালরেখা' লিখে এরপর পরিবেশ থেকে লম্বরেখা ও সমান্তরালরেখার ২টি করে উদাহরণ লিখুন।

## পাঠ ৪: কোণ

এ পাঠশেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- কোণ, কোণের পরিমাপ ও বিভিন্ন প্রকার কোণের ধারণাব্যাখ্যা করতে পারবেন।

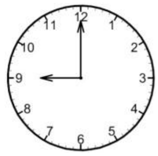
**প্রারম্ভিক কার্যাবলি** : উপর্যুক্ত শিখনফল অর্জনের লক্ষ্যে শুরুতেই নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর চিন্তা করি;

চিত্র-১ এ-

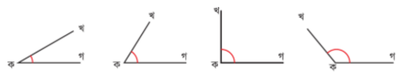
- এই ঘড়িটির কোথাও কি যে কোন ধরনের 'কোণা' দেখা যাচ্ছে? দেখা গেলে কোথায় দেখা যাচ্ছে?
- এই বইটির কোথাও কি কোন 'কোণা' দেখা যাচ্ছে? দেখা গেলে কোথায় দেখা যাচ্ছে?
- এই কোণা কি আমরা আঁকতে পারবো?
- এই কোণা আঁকতে আমাদের কী লাগবে?
- কয়টি রেখা লাগবে?

চিত্র-২ এ-

- এই ৪টি কোণের মধ্যে কোনটি সবচেয়ে বড়? বড় থেকে ছোট ক্রমান্বয়ে সাজাই। কীভাবে মাপলাম কে কার চেয়ে বড় বা ছোট?
- এই কোণগুলোর মধ্যে কোনটি সমকোণ, সূক্ষ্মকোণ ও স্থুলকোণ? কেমন করে বুঝলাম?



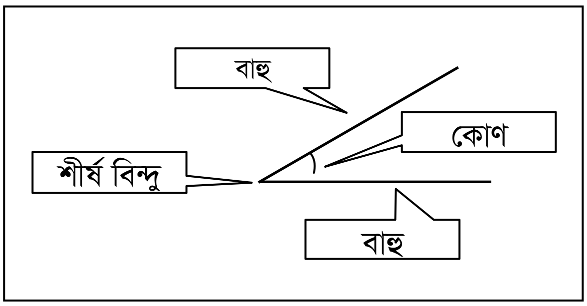
চিত্র-১



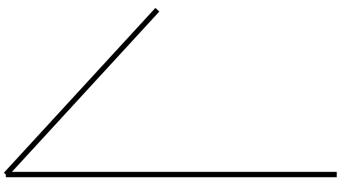
চিত্র-২

এই প্রশ্নগুলোর উত্তর খুঁজতে কোণের ধারণা সুস্পষ্ট থাকা প্রয়োজন।

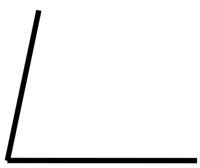
দুইটি রেখার মিলিত বিন্দুতে যে আকৃতি তৈরি হয় তাকে কোণ বলে ।মিলিত বিন্দুটিকে কোণের শীর্ষবিন্দু ও রেখা দুইটিকে কোণের বাহু বলা হয়।




কোণের আকৃতি দুটি রেখা কতখানি খোলা তার উপর নির্ভরশীল- রেখা দুটির দৈর্ঘ্যের উপর নির্ভরশীল নয়।



বাহু বড়-কিন্তু কোণ ছোট



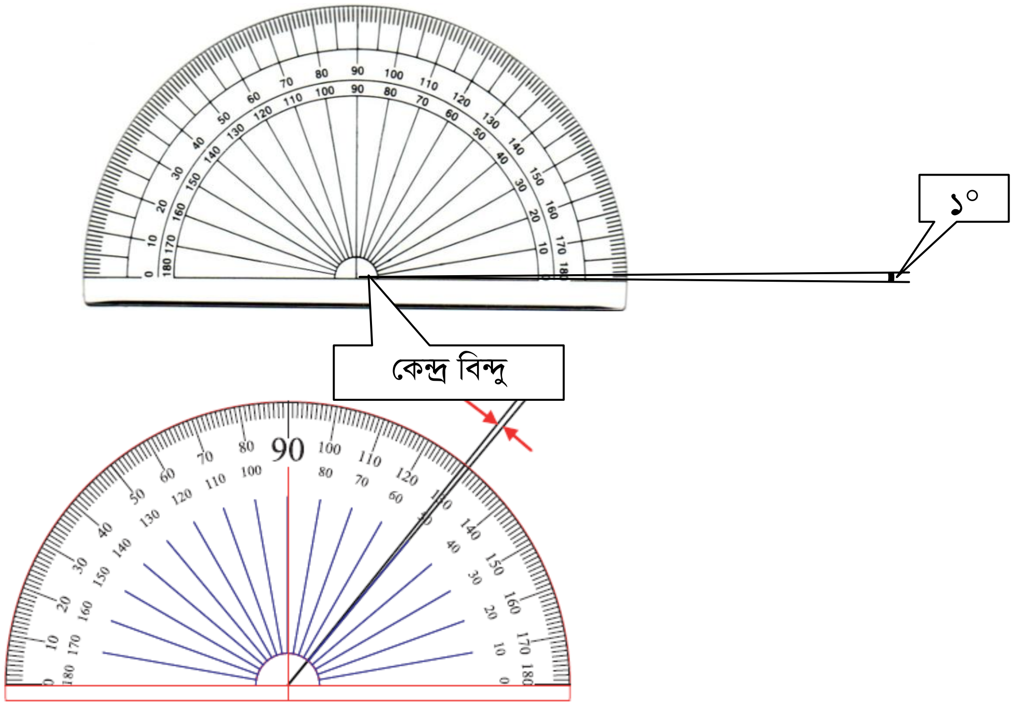
বাহু ছোট-কিন্তু কোণ বড়

কোণকে দৈর্ঘ্য, ওজন বা আয়তনের মত পরিমাপ করা যায়। অর্থাৎ চিত্র-২ এর ৪টি কোণকে সংখ্যায় প্রকাশ করা যায়। ফলে এই ৪টি কোণের মধ্যে কোনটি সবচেয়ে বড় তা নির্ণয় অথবা এদেরকে বড় থেকে ছোট ক্রমান্বয়ে সাজানোর কাজটি সহজ হয়।

দৈর্ঘ্য, ওজন বা আয়তন পরিমাপের যেমন একক আছে তেমনি কোণের আকৃতি পরিমাপেরও একক আছে। কোণের আকৃতি পরিমাপের একক হলো ডিগ্রি এবং একে '°' দ্বারা প্রকাশ করা হয়। যেমন:

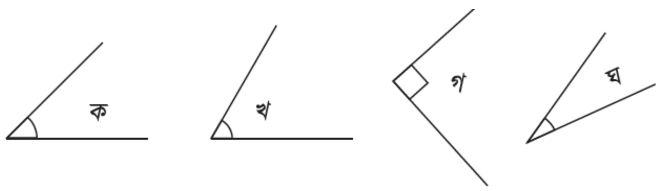
| |
|---|
| ১° (১ ডিগ্রি) |

কোণ পরিমাপের জন্য আমরা যা ব্যবহার করি তাকে বলা হয় চাঁদা।এর উপরে 0 থেকে 180 পর্যন্ত ১০ ব্যবধানে সংখ্যা লেখা আছে- যা কোণের পরিমাপ নির্দেশ করে। চিত্র-৩ এ চাঁদার কেন্দ্রবিন্দু ও এর উপর ছোট দাগটির মাধ্যমে ১° এর পরিমাপ দেখানো হয়েছে।




চিত্র ৩

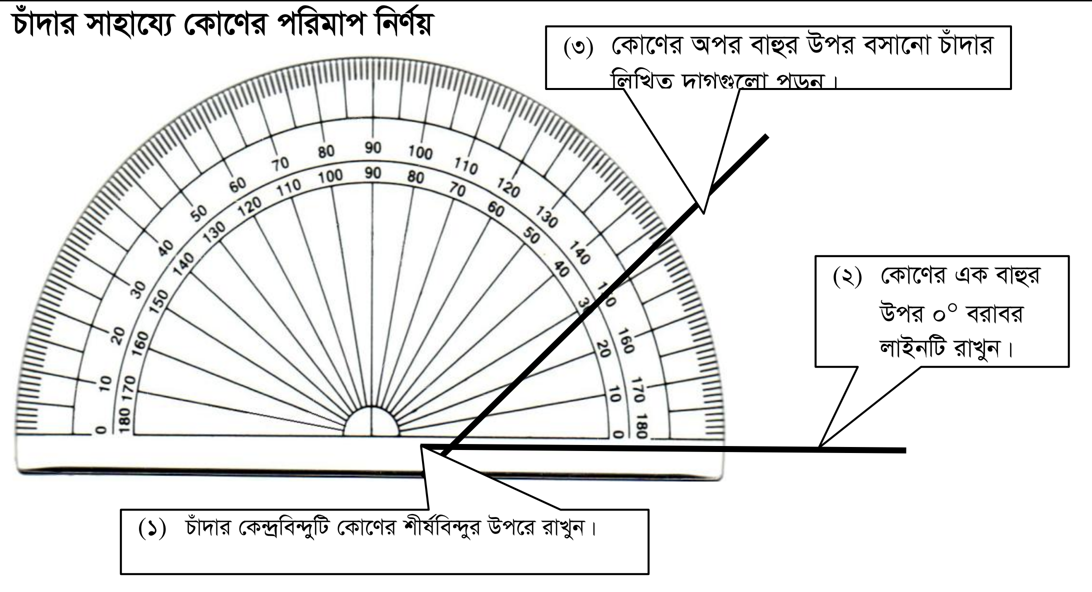
**অনুশীলন ১:** কোন বাহুদুটি সবচেয়ে বেশি খোলা এবং কোন বাহুদুটি সবচেয়ে কম খোলা - এ অনুমানের উপর নির্ভর করে নিচের চিত্র হতে ৩০°, ৪৫°, ৬০° ও ৯০° এর মধ্যে ক, খ, গ ও ঘ এর কোনটি কত হতে পারে লিখুন।



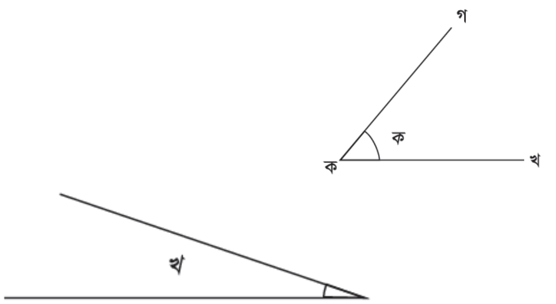

**চাঁদার সাহায্যে ডিগ্রিতে কোণ পরিমাপ**

চাঁদার সাহায্যে কোণের পরিমাপ নির্ণয়ে ৩টি ধাপ অনুসরণ করতে হয়। কোন কোণের বাহু পরিমাপ করার জন্য ছোট হলে তা বাড়িয়ে নিতে হবে যাতে করে দাগগুলো পড়া যায়।

**চাঁদার সাহায্যে কোণের পরিমাপ নির্ণয়**




**অনুশীলন ২: নিচের ক কোণ পরিমাপে চাঁদা ব্যবহার করতে গিয়ে কোন পরিমাপটি ব্যবহার করবেন- ৫০° না ১৩০°? কেন?**




**দ্রষ্টব্য:** চাঁদার ডিগ্রি বাম দিক থেকে ডান দিকেও পড়া যায়- যা উপরের খ কোণ পরিমাপের জন্য সহায়ক।

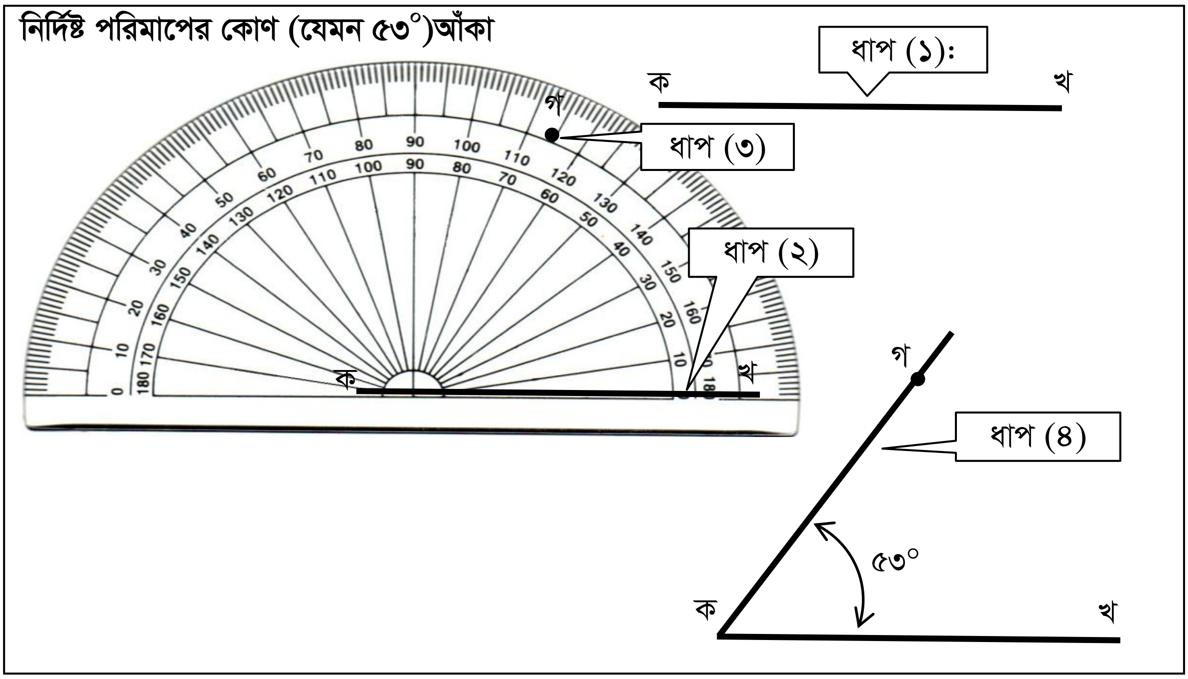
**চাঁদা ব্যবহার করে নির্দিষ্ট পরিমাপের একটি কোণ আঁকা**

কোণ পরিমাপ করা ছাড়াও কোণ আঁকারক্ষেত্রে আমরা চাঁদা ব্যবহার করতে পারি। চাঁদার সাহায্যে কোণ আঁকারক্ষেত্রে ৪টি ধাপ অনুসরণ করতে হয়।

**নির্দিষ্ট পরিমাপের একটি কোণ (যেমন ৫৩°)কীভাবে আঁকতে হয়**

(১) কোণের একটি বাহু কখ আঁকুন।
(২) বাহুর ক প্রান্তে চাঁদার কেন্দ্রবিন্দুটি এবং কখ বাহু ০° বরাবর রেখার উপর বসান।
(৩) ৫৩° দাগ বরাবর একটি বিন্দু বসান যার নাম দিতে পারেন গ।
(৪) ক এবং গ বরাবর একটি রেখা অঙ্কন করুন।<গকখ হলো ৫৩°। এঁকে চিহ্নিত করুন।

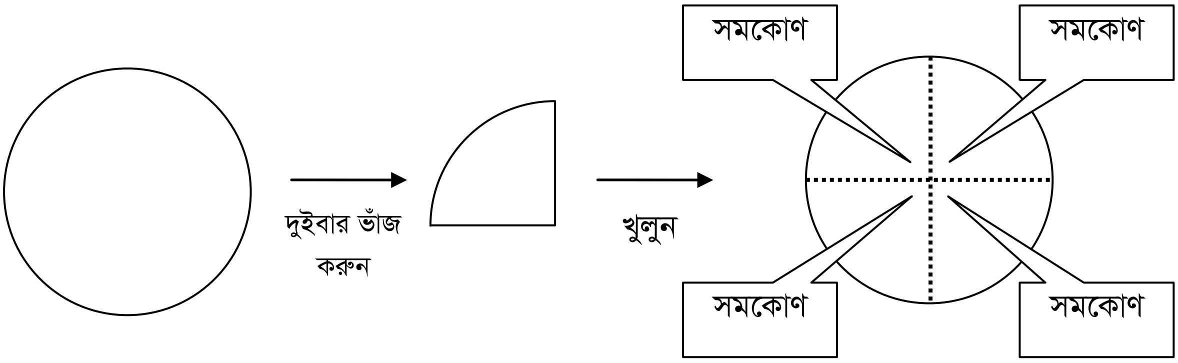
এরপর কোণের প্রকার নিয়ে কিছু আলোচনা করা যাক।




**কোণের প্রকারভেদ**

**সমকোণ**

একটি কাগজকে মাঝ বরাবর ও পরে আবার আড়াআড়ি ভাঁজ করলে সমান চারটি কোণ উৎপন্ন হয়-এদের প্রতিটিকে সমকোণ বলা হয়। এখানে আমরা যেকোন আকৃতির কাগজ ব্যবহার করতে পারি যদিও নিচের উদাহরণে একটি বৃত্তাকার কাগজ ব্যবহার করা হয়েছে।



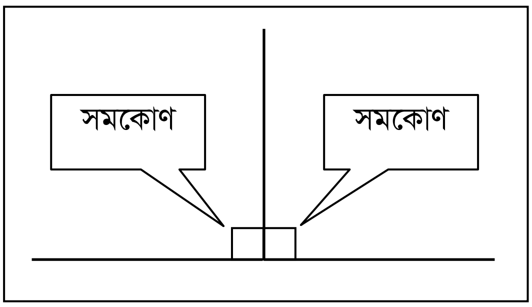

আবার ঘড়ির কাটাঁ দুটি পরস্পর খাড়া বা 'সোজা' ভাবে থাকলেও সমকোণ তৈরি হয়। এভাবে টেবিল, ব্ল্যাকবোর্ড, খাতা, বই ইত্যাদি থেকে আমরা সমকোণ খুঁজে পেতে পারি।

**ডিগ্রিতেসমকোণের পরিমাপ**

ডিগ্রিতে সমকোণের পরিমাপ ৯০°।

**সূক্ষ্মকোণ, স্থূলকোণ ও সরলকোণ**

সমকোণ বা ৯০° এর চেয়ে ছোট কোণকে সূক্ষ্মকোণ বলা হয়। সমকোণ বা ৯০° এর চেয়ে বড়-কিন্তু ১৮০° এর চেয়ে ছোট কোণকে স্থূলকোণ বলা হয়। ১৮০° এর সমান কোণকে সরলকোণ বলা হয়। অর্থাৎ, দুইটি সমকোণ মিলে একটি সরল কোণ তৈরি করে।

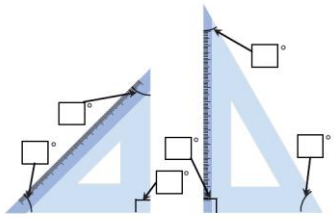


শ্রেণিকক্ষে আমরা

সরলকোণ খুঁজে পেতে পারি। যেমন-

- ✓ আমরা যখন বই খুলবো তখন ইহা সরল কোণ হতে পারে।
- ✓ আমরা আমাদের হাতকে ডানে এবং বামে প্রসারিত করে সরলকোণ তৈরি করতে পারি।

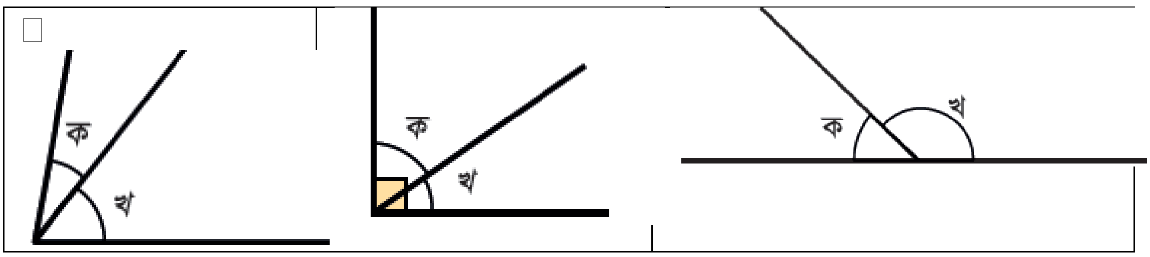
**অনুশীলন ১:** পাঠ্যপুস্তকের ১১০ নং পৃষ্ঠার আলোকে ডট কাগজে ছবি এঁকে সমকোণ, সূক্ষকোণ ও স্থূলকোণ দেখান।
**অনুশীলনী ২:** নিচের ত্রিকোণী সেটের কোণগুলো পরিমাপ করুন।



**অনুশীলনী ৩:** চাঁদা ও রুলারের সাহায্যে খাতায় ৭৫°, ১৩৫° ও ১৮০° পরিমাপের ৩টি পৃথক কোণ আঁকুন ও তাদের চিহ্নিত করুন।

**সন্নিহিত কোণ, পূরক কোণ ও সম্পূরক কোণ**

যদি দুটি কোণের একটি সাধারণ বাহু ও একটি সাধারণ শীর্ষবিন্দু থাকে এবং সাধারণ বাহুর বিপরীত পাশে কোণ দুইটি অবস্থান করে তবে তাদেরকে সন্নিহিত কোণ বলে।

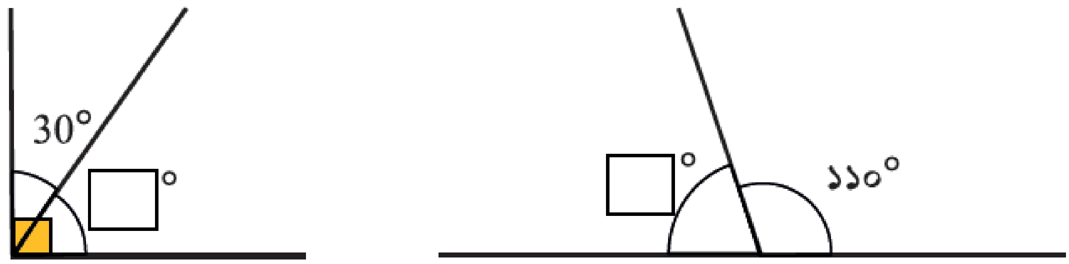



A B C

উপরের ৩টি চিত্রের প্রতিটি চিত্রেই ∠ক ও ∠খ পরস্পর সন্নিহিত কোণ। কারণ-

- ✓ প্রতিটি চিত্রে ∠ক ও ∠খ এর একটি সাধারণ (common) শীর্ষবিন্দু আছে।
- ✓ প্রতিটি চিত্রে ∠ক ও ∠খ এর একটি সাধারণ বাহু আছে।
- ✓ প্রতিটি চিত্রে ∠ক ও ∠খ সাধারণ বাহুর বিপরীত পাশে অবস্থান করছে।

যখন দুটি সন্নিহিত কোণের যোগফল ৯০° হয় তখন কোণদুটিকে একে অপরের পূরক কোণ বলে। অন্যদিকে, যখন দুটি সন্নিহিত কোণের যোগফল ১৮০° হয় তখন কোণদুটিকে একে অপরের সম্পূরক কোণ বলে। কাজেই উপরের চিত্রের Bবিন্দুতে ∠ক ও ∠খ সন্নিহিত কোণ দুটি একে অপরের পূরক কোণ। আবার, উপরের চিত্রের C বিন্দুতে ∠ক ও ∠খ সন্নিহিত কোণ দুটি একে অপরের সম্পূরক কোণ।

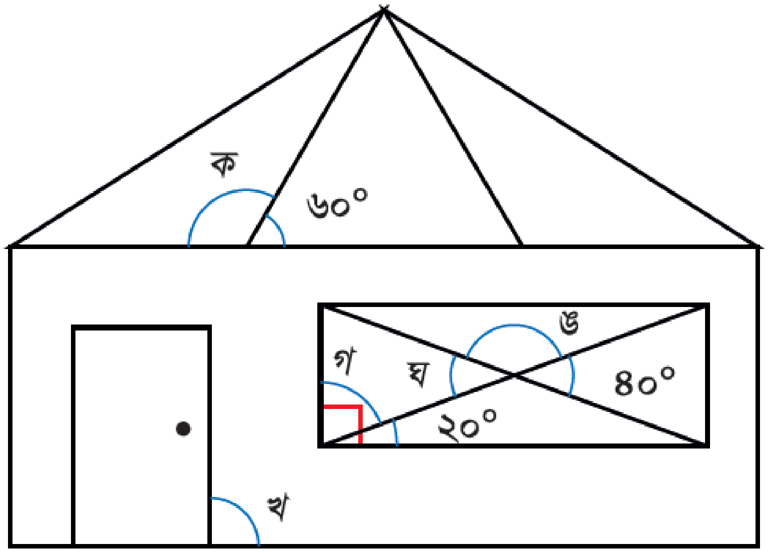



**বিপ্রতীপ কোণ**

**দুইটি রেখা পরস্পর ছেদ করার ফলে একে অপরের বিপরীতে যে কোণসমূহ উৎপন্ন হয় তারাই বিপ্রতীপ কোণ।**

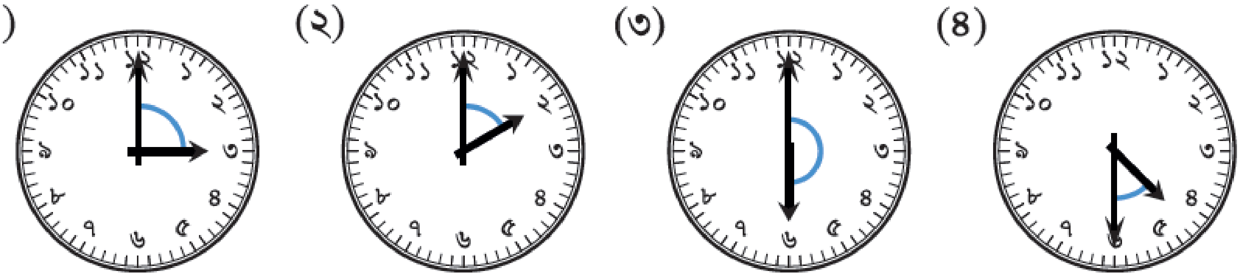
∠ক এবং ∠খ পরস্পর বিপ্রতীপ কোণ। বিপ্রতীপ কোণসমূহ পরস্পর সমান।

**অনুশীলন ৩: পরিমাপ না করে** ∠ক, ∠খ, ∠গ, ∠ঘ এবং ∠ঙ **নির্ণয় করুন-**

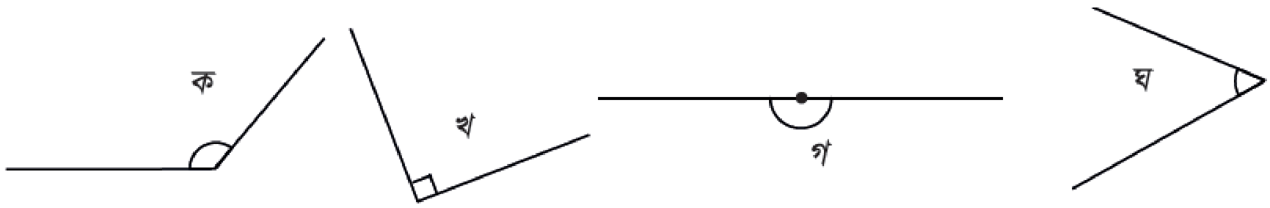



**অনুশীলন ৪:** ঘড়ির ঘন্টা এবং মিনিটের কাঁটা দিয়ে তৈরি নিচের কোণগুলোর নামকরণ করুন।

(১) (২) (৩) (৪)



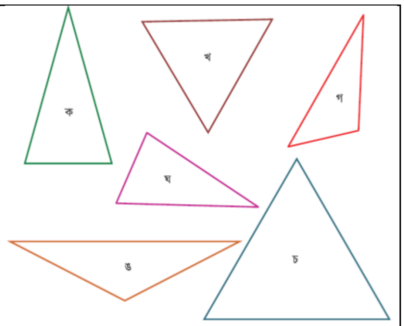
**কর্মপত্র ৫:** নিচের কোণগুলোর নামকরণ করুন।




**পাঠ ৫: ত্রিভুজ**

এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

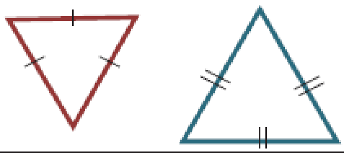
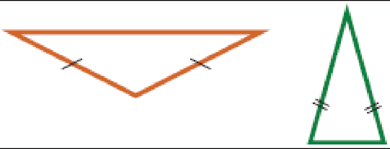
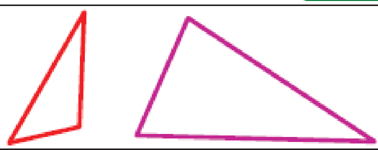
- বাহুভেদে ও কোণভেদে ত্রিভুজের প্রকারভেদের ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

| | |
|---|---|
| **প্রারম্ভিক কার্যাবলি:** উপর্যুক্ত শিখনফল অর্জনেরলক্ষ্যে শুরুতেই নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর চিন্তা করি;<br>চিত্র-১ এ-<br>➤ ৬টি ত্রিভুজের মধ্যে কোন কোন ত্রিভুজের ৩টি বাহুই সমান বলে মনে হচ্ছে?<br>➤ কোন কোন ত্রিভুজের ২টি বাহু সমান বলে মনে হচ্ছে?<br>➤ কোন কোন ত্রিভুজের ৩টি বাহুর কোনটিই একে অন্যের সমান নয় বলে মনে হচ্ছে ? | <br>চিত্র-১ |

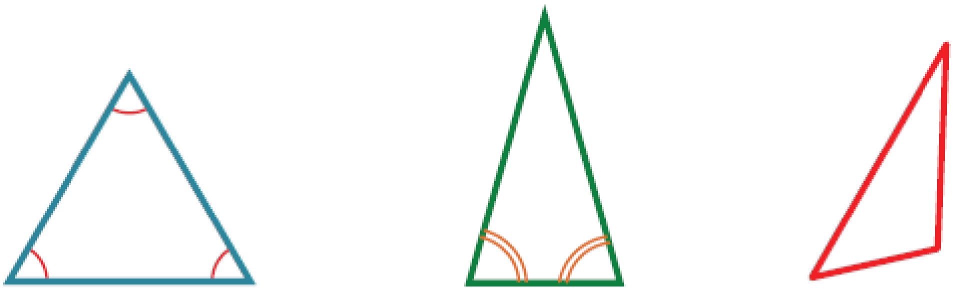
**বাহুভেদে ত্রিভুজের প্রকারভেদ**

কখনো কোন ত্রিভুজের তিনটি বাহুই সমান, কখনো কোন ত্রিভুজের দুইটি বাহু সমান, কখনো কোন ত্রিভুজের তিনটিই বাহুই পরস্পর অসমান। তাই ত্রিভুজের কয়টি বাহু সমান তার উপর ভিত্তি করে ত্রিভুজকে তিনটি সুনির্দিষ্ট নাম দেয়া হয়েছে -যা নিচের ছকে উপস্থাপন করা হলো :

ছক-১ : বাহুভেদে ত্রিভুজের প্রকারভেদ

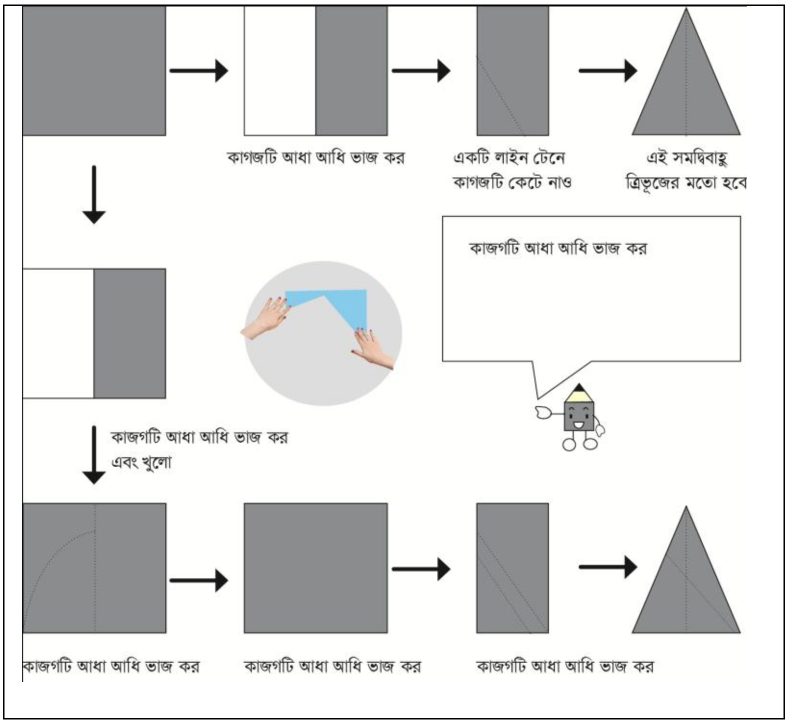
| | |
|---|---|
| তিনটি সমান বাহু  | সমবাহু ত্রিভুজ |
| দুইটি সমান বাহু  | সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ |
| তিনটিই অসমান বাহু  | বিষমবাহু ত্রিভুজ |

শুধু বাহু নয়- কোণও ত্রিভুজের বৈশিষ্ট্য প্রকাশ করে। সমবাহু ত্রিভুজের তিনটি কোণই সমান এবং এরা প্রত্যেকে ৬০°, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজে দুটি সমান কোণ রয়েছে এবং বিষমবাহু ত্রিভুজের কোন কোণই সমান নয়-এই ধারণাগুলোচিত্র-২ এ উপস্থাপন করা হলো-



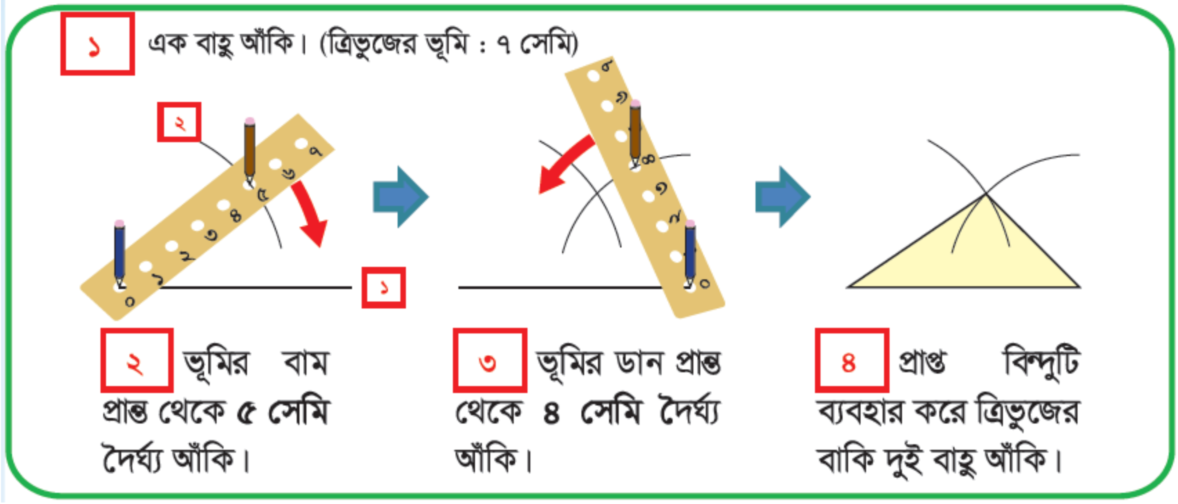
চিত্র-২

কাগজের সাহায্যে সমদ্বিবাহু ও সমবাহু ত্রিভুজ তৈরি করা যায়। এই পদ্ধতিটি নিচের চিত্রে উপস্থাপন করা হলো-




**প্রশ্নঃ সমবাহু, সমদ্বিবাহু ও বিষমবাহু ত্রিভুজ কীভাবে অঙ্কন করা যায়?**

নিচের চিত্র-৩ এর মতো চারটি ধাপে বিষমবাহু ত্রিভুজ অঙ্কন করা যায়। এই বিষমবাহু ত্রিভুজটির বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য ৭ সে. মি., ৫ সে. মি. ও ৪ সে. মি.।



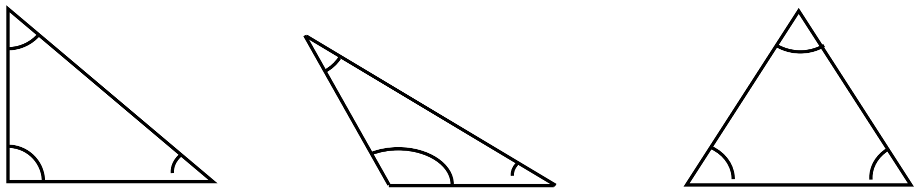

চিত্র-৩

**অনুশীলন :**একই পদ্ধতি ব্যবহার করে ১.৬ সে. মি. বাহুবিশিষ্ট একটি সমবাহু ত্রিভুজ ও২.৫ সে. মি. ও ২টি ৭ সে. মি.বাহুবিশিষ্ট একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ অঙ্কন করুন।

আমরা চাঁদা ব্যবহার করে কোণ আঁকা শিখেছি। সমবাহু ত্রিভুজের ৩টি ৬০° কোণ রয়েছে। এই কোণগুলো ব্যবহার করেও ৮ সে. মি. বাহুবিশিষ্ট একটি সমবাহু ত্রিভুজ আঁকতে পারি- যা নিচের চিত্রে দেখানো হলো-

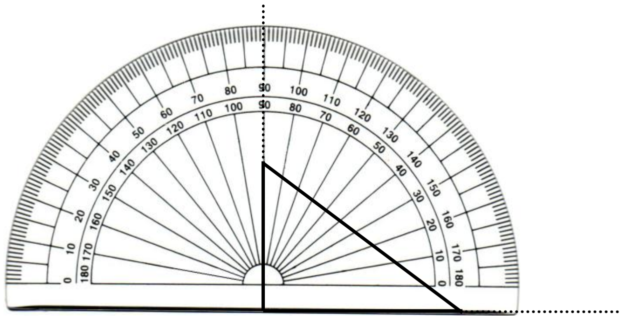
**নিচের ত্রিভুজ ৩টির কোণগুলোর মধ্যে কী কী ধরনের ভিন্নতা রয়েছে?**

- **ত্রিভুজ ৩টির মধ্যে কোনটির একটি কোণ ৯০° এর সমান বলে মনে হচ্ছে ?**
- **ত্রিভুজ ৩টির মধ্যে কোনটির সবগুলো কোণই ৯০° এর চেয়ে ছোট বলে মনে হচ্ছে ?**
- **ত্রিভুজ ৩টির মধ্যে কোনটির একটি কোণ ৯০° এর চেয়ে বড় বলে মনে হচ্ছে ?**



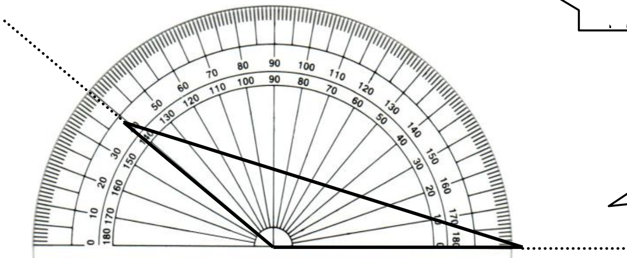
**কোণভেদে ত্রিভুজের প্রকারভেদ**

কোণের ভিত্তিতে ত্রিভুজ তিন ধরণের হয়। যে ত্রিভুজের একটি কোণ ৯০° এর সমান তা সমকোণী ত্রিভুজ। যে ত্রিভুজের একটি কোণের পরিমাপ ৯০° এর থেকে বড় তা স্থূলকোণী ত্রিভুজ এবং যে ত্রিভুজের প্রত্যেকটি কোণের পরিমাপ ৯০° এর ছোট, তা সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ।



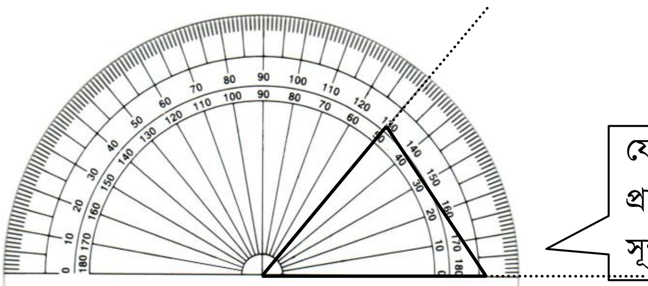
সমকোণী ত্রিভুজ

যে ত্রিভুজের একটি কোণ সমকোণ বা একটি কোণের পরিমাপ ৯০° এর সমান, তাকে সমকোণী ত্রিভুজ বলে।



স্থূলকোণী ত্রিভুজ

যে ত্রিভুজের একটি কোণ স্থূল কোণ অর্থাৎ ৯০° এর বড়, তাকে স্থূলকোণী ত্রিভুজ বলে ।

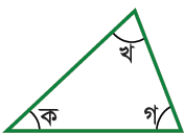
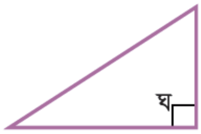
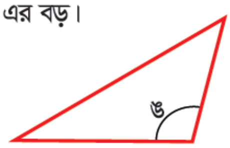


সুক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ

যে ত্রিভুজের প্রত্যেকটি কোণ সূক্ষ্মকোণ অর্থাৎ প্রত্যেকটি কোণের পরিমাপ ৯০° এর কম, তাকে সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ বলে।

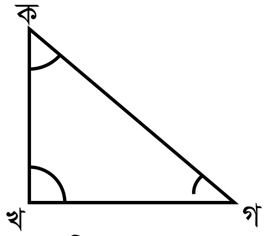
**ত্রিভুজের অন্য নাম**

ত্রিভুজের কোণের ভিন্নতা অনুযায়ী ত্রিভুজ আরও কয়েক ধরনের হয়।

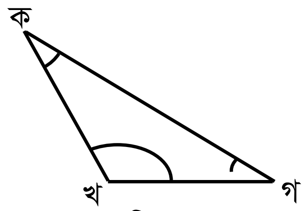
| | |
|---|---|
| সবগুলো কোণই ৯০° এর ছোট। (ক, খ এবং গ < ৯০° )   | **সুক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ** |
| একটি কোণ ৯০° (ঘ= ৯০° )   | **সমকোণী ত্রিভুজ** |
| তিনটি কোণের একটি ৯০° এর বড়। (ঙ > ৯০° )   | স্থূলকোণী ত্রিভুজ |

**অনুশীলন :** নিজ নিজ খাতায় চাঁদা ব্যবহার করে উপরের চিত্রের মত অনুরূপ চিত্র আঁকুন এবং চিত্রের পাশে নাম ও প্রত্যেকটি কোণের পরিমাপ লিখুন। প্রত্যেকটি ত্রিভুজের তিনটি কোণের পরিমাপ যোগ করে দেখুন যে একই হয় (১৮০°)।

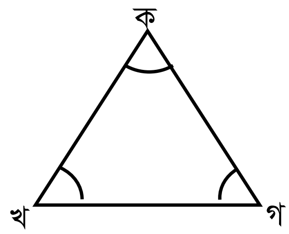
**কর্মপত্র :** চাঁদার সাহায্যে নিচের ত্রিভুজের কোণগুলো ও স্কেলের সাহায্যে ত্রিভুজের বাহুগুলো পরিমাপ করে নিচের ছক পূরণ করুন :



চিত্র নং চ



চিত্র নং ছ



চিত্র নং জ

| চিত্র নম্বর | কোণগুলোর পরিমাণ | বাহুগুলোর পরিমাণ |
|---|---|---|
| চ | ∠ক = .... ডিগ্রি | কখ = .... সে.মি. |
| | ∠খ = .... ডিগ্রি | খগ = .... সে.মি. |
| | ∠গ = .... ডিগ্রি | গক = .... সে.মি. |
| ছ | ∠ক = .... ডিগ্রি | কখ = .... সে.মি. |
| | ∠খ = .... ডিগ্রি | খগ = .... সে.মি. |
| | ∠গ= .... ডিগ্রি | গক = .... সে.মি. |
| জ | ∠ক = .... ডিগ্রি | কখ = .... সে.মি. |
| | ∠খ = .... ডিগ্রি | খগ = .... সে.মি. |
| | ∠গ = .... ডিগ্রি | গক = .... সে.মি. |

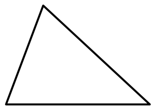
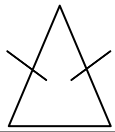
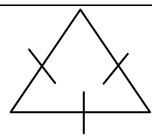
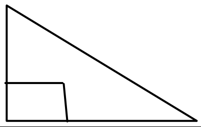
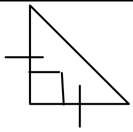
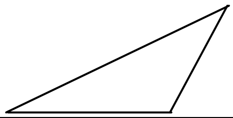
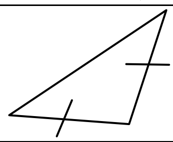
**সমবাহু ত্রিভুজ, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ ও বিষমবাহু ত্রিভুজেরবাহুভিত্তিক বৈশিষ্ট্য কী? কোণভিত্তিক বৈশিষ্ট্য কী?**

বাহুভেদে ত্রিভুজের প্রকারভেদ ও এদের বৈশিষ্ট্য ছক-২ এ উপস্থাপন করা হলো-

ছক-২ : বাহুভেদে ত্রিভুজের প্রকারভেদ ও এদের বৈশিষ্ট্য

| ত্রিভুজের ধরন | **বাহুভিত্তিক বৈশিষ্ট্য** | **কোণভিত্তিক বৈশিষ্ট্য** |
|---|---|---|
| **সমবাহু ত্রিভুজ** | তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্যই সমান | তিনটি কোণই সমান এবং এরা প্রত্যেকে ৬০° |
| **সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ** | দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান | দুইটি কোণ সমান |
| **বিষমবাহু ত্রিভুজ** | তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য পরস্পর অসমান। | কোন কোণই সমান নয় |

**অনুশীলন:** ছকে প্রদত্ত সমস্যা সমাধান করুন।

| | **বিষমবাহু ত্রিভুজ** | **সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ** | **সমবাহু ত্রিভুজ** |
|---|---|---|---|
| **সূক্ষ্মকোণী** |  |  |  |
| **সমকোণী** |  |  | - |
| **স্থূলকোণী** |  |  | - |

(ক) কেন একটি সমকোণী- সমবাহু ত্রিভুজ অঙ্কণ সম্ভব নয় তা ব্যাখ্যা করুন।
(খ) কেন একটি স্থূলকোণী - সমবাহু ত্রিভুজ অঙ্কণ সম্ভব নয় তা ব্যাখ্যা করুন।

সহপাঠী ডিপিএড শিক্ষার্থীর সাথে কর্মপত্র, অনুশীলন ও এ্যাসাইনমেন্টের সমস্যাগুলো নিয়ে আলোচনা করুন ও আপনার মতামত স্বাধীনভাবে প্রকাশ করুন। এভাবে নিজেকে মূল্যায়ন করুন ও প্রয়োজনীয় সহায়তা লাভে সচেষ্ট থাকুন।

**পরামর্শ: উপরোল্লেখিত বিষয়বস্তু সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা অর্জনের জন্য এই অধ্যায়ে উপস্থাপিত বিষয়বস্তুর পাশাপাশি প্রাথমিক স্তরের পাঠ্যপুস্তকে প্রদত্ত বিষয়বস্তু মনোযোগ সহকারে পড়ুন।**

## পাঠ ৬: চর্তুভূজ

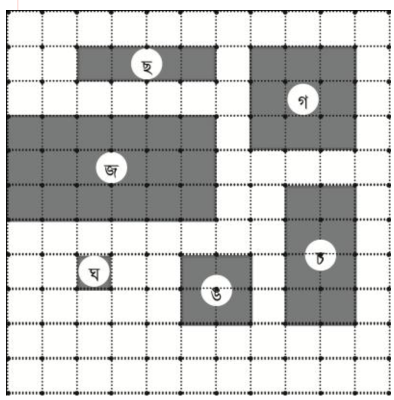
এই পাঠশেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- চর্তুভুজের প্রকারভেদের ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

**প্রারম্ভিক কার্যাবলি:** উপর্যুক্ত শিখনফল অর্জনের লক্ষ্যে শুরুতেই নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর চিন্তা করি;

চিত্র-১ এ-

- প্রতিটি চতুর্ভুজের কোণগুলোর পরিমাপ কত?
- ৬টি চতুর্ভুজের মধ্যে কোন কোন চতুর্ভুজের ৪টি বাহুই সমান বলে মনে হচ্ছে?
- কোন কোন চতুর্ভুজের ২টি বাহু সমান বলে মনে হচ্ছে? এই দুটি সমান বাহু কি পাশাপাশি নাকি বিপরীত দিকে অবস্থিত ?




চিত্র-১

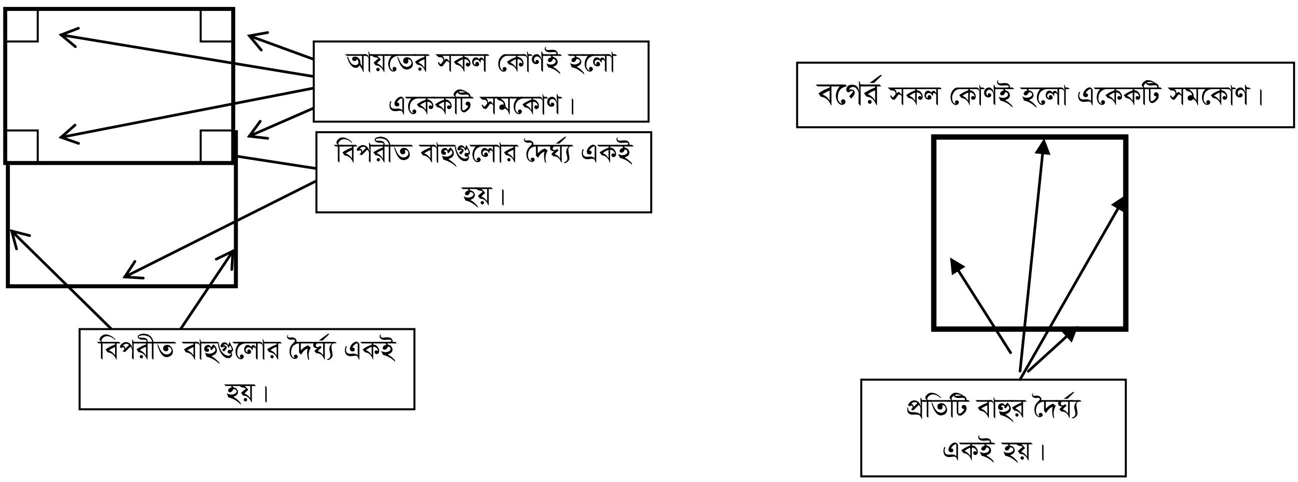
এই প্রশ্নগুলোর উত্তর খুঁজতে বিভিন্ন প্রকার চর্তুভুজের ধারণা সুস্পষ্ট থাকা প্রয়োজন। এখানে বিভিন্ন প্রকার চর্তুভুজ নিয়ে আলোচনা করা যাক।

### চর্তুভুজের প্রকারভেদ

চারটি বাহু বা রেখাংশ দ্বারা আবদ্ধ চিত্র হলো চতুর্ভুজ। চতুর্ভুজের বাহু ও কোণ তার বৈশিষ্ট্য প্রকাশ করে। কখনো কোন চতুর্ভুজের প্রত্যেকটি কোণ এক সমকোণ এবং প্রত্যেকটি বাহুও পরস্পর সমান। আবার কখনো কোন চতুর্ভুজের প্রত্যেকটি কোণ এক সমকোণ - কিন্তু শুধুমাত্র বিপরীত বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য সমান। যে সব চতুর্ভুজের প্রত্যেকটি কোণ এক সমকোণ - তার সমান বাহুর উপর ভিত্তি করে চতুর্ভুজকে দুটি সুনির্দিষ্ট নাম দেয়া হয়েছে- আয়ত ও বর্গ- যা নিচের ছকে উপস্থাপন করা হলো।

| আয়ত | বর্গ |
|---|---|
| যে চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য সমান এবং প্রত্যেকটি কোণ এক সমকোণ তাকে আয়ত বলে। | যে চতুর্ভুজের প্রত্যেকটি বাহু পরস্পর সমান এবং প্রত্যেকটি কোণ এক সমকোণ তাকে বর্গ বলে। |

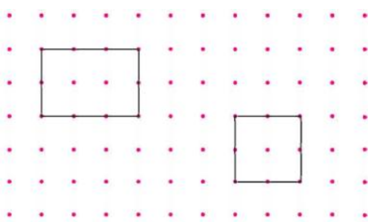
আয়ত ও বর্গ সনাক্তকরণ সর্ম্পকিত ধারনা নিচের চিত্রে উপস্থাপন করা হলো-




চিত্র-২

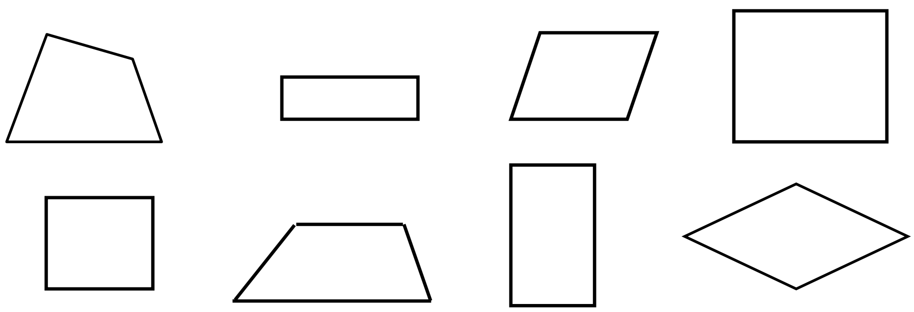
**ডট কাগজে আয়ত ও বর্গ অঙ্কন**

ডট কাগজে আয়ত ও বর্গের চিত্র অঙ্কনের পদ্ধতি নিচের চিত্রে উপস্থাপন করা হলো।



চিত্র-২

**অনুশীলন-১ :** পেনসিল ও রুলার ব্যবহার করে চতুর্ভুজ অঙ্কন করুন এবং নিচের প্রশ্নের উত্তর করুন :



উপরের চিত্রের -

- কোন কোন চতুর্ভুজের কোণগুলো সব সমকোণ?
- কোন কোন চতুর্ভুজ আয়ত?
- কোন কোন চতুর্ভুজ বর্গ?

**অনুশীলন ২:**পরিবেশ থেকে আয়ত ও বর্গ আকৃতির ২টি করে বস্তুর উদাহরণ লিখুন।

এখন আয়ত ও বর্গের পার্থক্য চিহ্নিতকরণ নিয়ে কিছু আলোচনা করা যাক:

**অনুশীলন ২:**

চিত্র- ক এর-

- চতুর্ভুজের নাম কী?

চিত্র-খ এর-

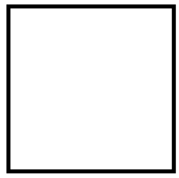
- আয়ত ও বর্গের মধ্যে মিল কী? আয়ত ও বর্গের মধ্যে অমিল কী ?

চিত্র-গ বা চিত্র-ঘ এর-

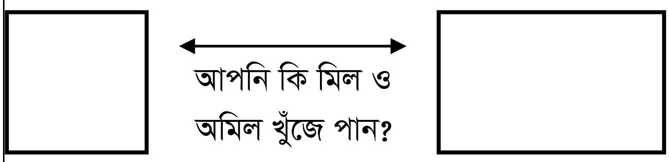
- এই চতুর্ভুজগুলোর মধ্যে আয়ত বা বর্গ আছে কি?

উত্তর ‘‘না’’ হলে…

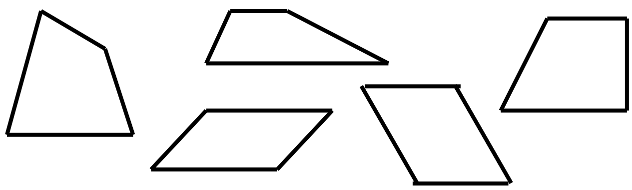
- অন্যান্য আকৃতিগুলো বর্গ বা আয়ত নয় কেন?
- বর্গ বা আয়ত-এর সাথে অন্যান্য চতুর্ভুজগুলোর কী কী পার্থক্য রয়েছে?



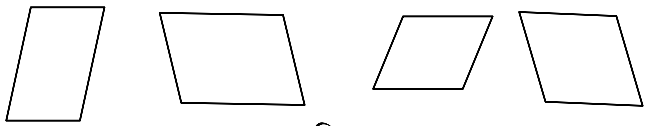
চিত্র-ক




চিত্র-খ



চিত্র-গ



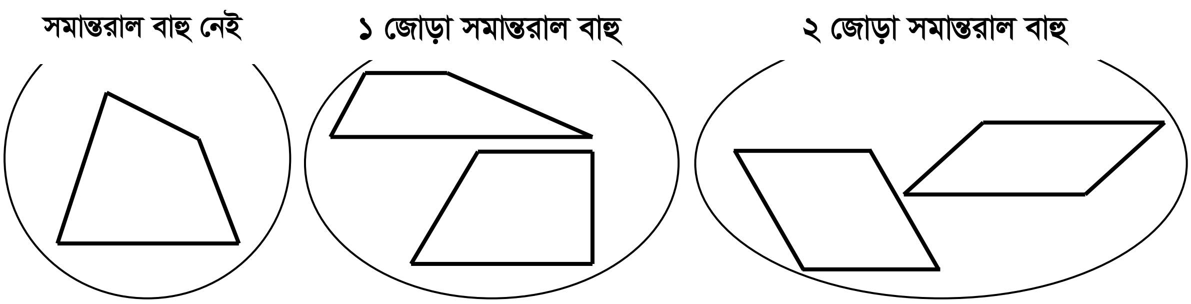
চিত্র-ঘ

**অনুশীলন :**

(১) ত্রিকোণীসেট, রুলার ও পেনসিল ব্যবহারের মাধ্যমে আয়ত ও বর্গ অঙ্কন করুন।

(২) ত্রিকোণীসেট, রুলার ও পেনসিল ব্যবহারের মাধ্যমে সামান্তরিক সনাক্তকরণ এবং আয়ত ও বর্গের সাথে সামান্তরিকের পার্থক্য চিহ্নিত করুন।

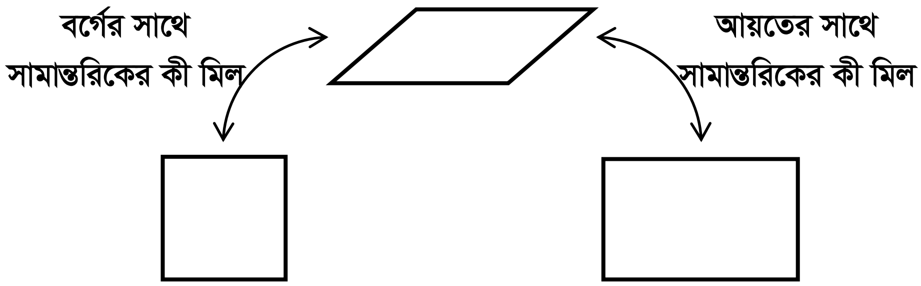
চিত্রে ৫টি চতুর্ভুজকে আমরা বাহুর বৈশিষ্ট্য অনুযায়ী আলাদা আলাদা করে দলভুক্ত করতে পারি। নিচের চিত্রে সমান্তরাল রেখার ধারণা অনুসরণ করে এদেরকে দলে বিভক্ত করা হয়েছে।



*যে চতুর্ভুজের ২ জোড়া সমান্তরাল বাহু আছে তাকে সামান্তরিক বলে।*
*যে চতুর্ভুজের ১ জোড়া সমান্তরাল বাহু আছে তাকে ট্রাপিজিয়াম বলে।*

সামান্তরিক দ্বারা সীমাবদ্ধ চতভুর্জ ক্ষেত্রকে সামান্তরিক ক্ষেত্র বলা হয়।

**সামান্তরিকের–**
- **বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান**
- **বিপরীত কোণগুলো পরস্পর সমান**




মিলগুলো হলো-

- ✓ সবগুলোই চতুর্ভুজ।
- ✓ সবগুলো চিত্রেই ২জোড়া করে সমান্তরাল রেখা আছে।

এজন্য, বর্গ ও আয়ত হলো এক একটি সামান্তরিক।

***সামান্তরিক → ২জোড়া সমান্তরাল বাহুর চতুর্ভুজ***

(১) যে সামান্তরিকের চারটি সমকোণ থাকে তাকে আয়ত বলে।
(২) যে সামান্তরিকের চারটি সমকোণ ও চারটি সমান বাহু থাকে তাকে বর্গ বলে।

**অনুশীলন :** ত্রিকোণীসেট, রুলার,চাঁদা ও পেনসিল ব্যবহারের মাধ্যমে সামান্তরিক অঙ্কন করুন।

যে চতর্ভুজের প্রত্যেকটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান তাকে রম্বস বলে- আবার বর্গের প্রত্যেকটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান- তাই বর্গ এক ধরণের রম্বস।

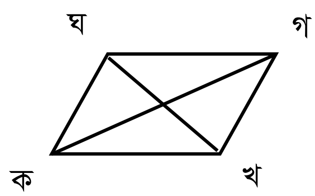
**রম্বসের–**
- **বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান্তরাল**
- **বিপরীত কোণগুলো পরস্পর সমান**

রম্বস একটি সামান্তরিক, যার সবগুলো বাহুর দৈর্ঘ্যই সমান। সুতরাং বলা হয়, প্রত্যেকটি রম্বসই সামান্তরিক, কিন্তু প্রত্যেকটি সামান্তরিক রম্বস নয়।

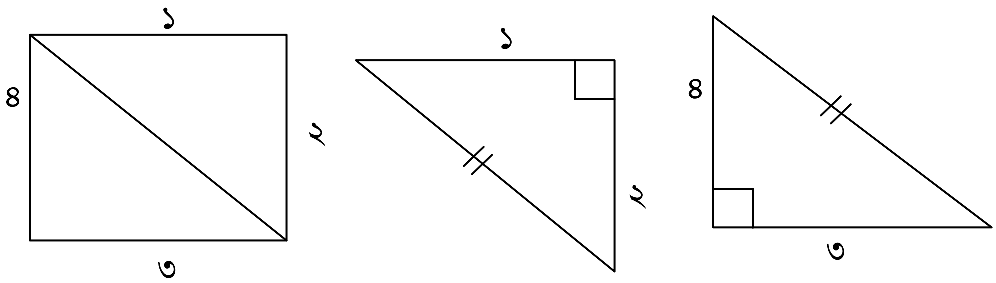
**অনুশীলন :** ত্রিকোণী সেট, রুলার ও পেনসিল ব্যবহারের মাধ্যমে সামান্তরিক অঙ্কন ।

**চতুর্ভুজের কর্ণ**

কোন চর্তুভুজের বিপরীত শীর্ষবিন্দুর সংযোগকারী রেখাকে কর্ণ বলা হয়।
একটি চর্তুভুজের দুইটি কর্ণ রয়েছে। পাশের চিত্রে কগ এবং খঘ চর্তুভুজটির দুটি কর্ণ।




- আয়তাকার ও বর্গাকৃতির কাগজ কেটে দেখুন যে, আয়তের কর্ণদ্বয় সমান। বর্গের কর্ণদ্বয়ও সমান এবং এরা পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে। আবার, প্রত্যেকটি কর্ণ আয়ত ও বর্গকে দুইটি সমকোণী ত্রিভুজে বিভক্ত করে। অর্থাৎ, দুইটি সমকোণী ত্রিভুজের সমন্বয়ে আয়ত বা বর্গ তৈরি করা যায়।




- সামান্তরিক ও রম্বস আকৃতির কাগজ কেটে দেখুন যে, সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে এবং রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

**অনুশীলন:** নিচের ছকে আয়ত, বর্গ, সামান্তরিক ও রম্বসের চিত্র এঁকে বৈশিষ্ট্যাবলি লিপিবদ্ধ করুন।

| **চতর্ভুজের ধরন** | **চিত্র** | **বৈশিষ্ট্যাবলি** |
|---|---|---|
| **আয়ত** | | □ ------------------------<br>□ ------------------------<br>□ ------------------------ |
| **বর্গ** | | □ ------------------------<br>□ ------------------------<br>□ ------------------------ |

| | | |
|---|---|---|
| সামান্তরিক | | ------------------------<br>------------------------<br>------------------------ |
| ট্রাপিজিয়াম | | ------------------------<br>-------------------------<br>--------------------------- |
| রম্বস | | ------------------------<br>------------------------<br>------------------------ |

সহপাঠী ডিপিএড শিক্ষার্থীর সাথে কর্মপত্র, অনুশীলন ও এ্যাসাইনমেন্টের সমস্যাগুলো নিয়ে আলোচনা করুন ও আপনার মতামত স্বাধীনভাবে প্রকাশ করুন। এভাবে নিজেকে মূল্যায়ন করুন ও প্রয়োজনীয় সহায়তা লাভে সচেষ্ট থাকুন।

**পরামর্শ: উপরোল্লেখিত বিষয়বস্তু সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা অর্জনের জন্য এই অধ্যায়ে উপস্থাপিত বিষয়বস্তুর পাশাপাশি প্রাথমিক স্তরের পাঠ্যপুস্তকে প্রদত্ত বিষয়বস্তু মনোযোগ সহকারে পড়ুন।**

## পাঠ ৭: বৃত্ত

এই পাঠশেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- বৃত্ত ও বৃত্তের বিভিন্ন অংশ সম্পর্কিত ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

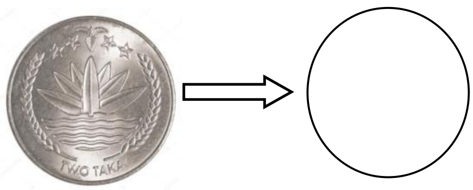
**প্রারম্ভিক কার্যাবলি:** উপর্যুক্ত শিখনফল অর্জনের লক্ষে শুরুতেই নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর চিন্তা করি:

- গাড়ির চাকা বা বাইসাইকেলের চাকা, চুড়ি, এক বা দইু টাকার মুদ্র্যা, চন্দ্র, সূর্য অথবা গ্লাসের মুখ ইত্যাদির আকৃতি কেমন?

চিত্র-ক এ আমরা দেখতে পাচ্ছি দইু টাকার একটা মুদ্রা কাগজে রেখে চারদিকে পেন্সিল দিয়ে দাগ টেনে কাগজের বেশ কিছুটা ক্ষেত্র গোলাকার একটি বক্ররেখার দ্বারা আবদ্ধ হলো।

- এটি কিসের চিত্র?
- বৃত্ত কাকে বলে?

- কিভাবে বৃত্ত অঙ্কন করা যায়



**চিত্র: ক**

বৃত্ত ও এর বিভিন্ন অংশ সম্পকে ধারনা :

### বৃত্ত

অনেক বস্তুর আকৃতি গোলাকার। যেমন: গাড়ির চাকা বা বাইসাইকেলের চাকা, চুড়ি, এক বা দুই টাকার মুদ্রা, চন্দ্র,সূর্য অথবা গ্লাসের মুখ ইত্যাদি। এরকম গোল আকৃতিকে বৃত্ত বলে। চিত্র-ক এ আমরা দেখেছি দুই টাকার একটা মুদ্রাকাগজে রেখে চারদিকে পেন্সিলদিয়ে দাগ টানায় কাগজের বেশকিছুটা ক্ষেত্র গোলাকার একটি বক্ররেখার দ্বারা আবদ্ধ হয়। যে বক্ররেখা দ্বারা ক্ষেত্রটি আবদ্ধ হয় সেটিই হলো বৃত্ত এবং এই আবদ্ধ তলটিকে বলা হয় বৃত্তক্ষেত্র।

### বৃত্তের পরিধি

যে বক্ররেখা বৃত্তকে আবদ্ধ করে রাখে তাকে বলা হয় বৃত্তের পরিধি।

**অনুশীলন:** পঞ্চম শ্রেনির পাঠ্যপুস্তকের পৃ: ১১৪ এর আলোকে পেনসিল এবং স্কেলের সাহায্যে বৃত্ত অঙ্কন করুন।

### বৃত্তের কেন্দ্র

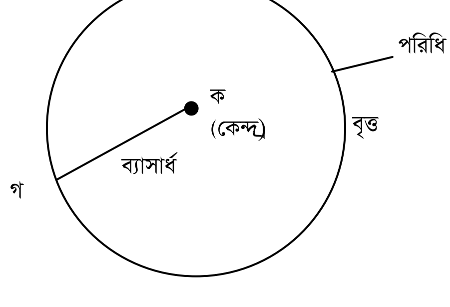
যে বিন্দুকে কেন্দ্র করে পেনসিল এবং স্কেলের সাহায্যে একটি বৃত্ত আঁকা যায় তাকে কেন্দ্র বলে। কেন্দ্র থেকে বৃত্তের উপরের যেকোন বিন্দুর দৈর্ঘ্য সমান। চিত্র-খ এর মতো বৃ্ত্তের পরিধির উপর বিভিন্ন জায়গায় কয়েকটি বিন্দু- চ, ছ, জ এবং ঝ নিয়ে কখ, কগ, কঘ এবং কঙ রেখাংশগুলোএঁকে স্কেল দিয়ে মাপলে দেখা যাবে যে এই রেখাংশগুলোর দৈর্ঘ্য সমান।

এইভাবে বৃত্তের পরিধির উপর আরও কয়েকটি বিন্দু নিয়ে রেখাংশ অঙ্কন করলে এদের দৈর্ঘ্যও সমান হবে। অর্থাৎ, বৃত্তের কেন্দ্র বিন্দু থেকে বৃত্তের পরিধির যে কোন বিন্দুর দূরত্ব সমান।

**অনুশীলন:** পঞ্চম শ্রেনির পাঠ্যপুস্তকের **১১৬**নং পৃষ্ঠার ৩ ও ৪ নং কাজ নিয়ে চিন্তা করে সমস্যা দুটি সমাধান করুন।

**বৃত্তের ব্যাসার্ধ**

বৃত্তের কেন্দ্র বিন্দু থেকে পরিধি পর্যন্ত  যে দূরত্ব তাকে ব্যাসার্ধ বলে।




**বৃত্ত অঙ্কনের বিভিন্ন পদ্ধতি**

হাতের বালা, আংটি, চাকা, গ্লাস, পয়সা ইত্যাদি বস্তুগুলোকে ব্যবহার করে বৃত্ত অঙ্কন করা যায়।কিন্তু এভাবে আঁকা বৃত্তের আকৃতি নিজের ইচ্ছামতো বা মাপমতো হয় না। তাই সঠিকভাবে বৃত্ত আঁকার জন্য কম্পাস ব্যবহার করা হয়। জ্যামিতি বক্সের মধ্যে এ ধরনের কম্পাস থাকে। কম্পাসের দুইটি ধাতব দন্ডের একটির শেষ প্রান্ত অতি সরু কাঁটা যুক্ত এবং অপরটিতে পেন্সিল ঢুকিয়ে স্ক্রু দিয়ে পেন্সিল শক্ত করে আটকে রাখা হয়। তারপর সরু প্রান্তটি কাগজের উপর চেপে ধরে অপর প্রান্তে সংযুক্ত পেন্সিল কাগজের উপর চারদিকে ঘুরিয়ে আনলেই বৃত্ত আঁকা হয়। যেমনটি নিচের চিত্রে দেখানো হয়েছে।

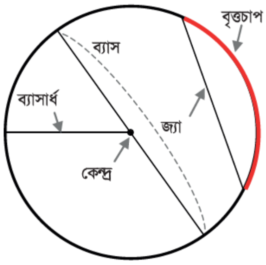
নির্দিষ্ট ব্যাসার্ধের বৃত্ত আঁকতে হলে কম্পাসের সরু প্রান্ত স্কেলের শূন্য চিহ্নিত বিন্দুতে এবং অপর প্রান্তে পেন্সিলের মাথা নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্য সূচক বিন্দুতে বসাতে হয়। তারপর কম্পাসটি সাবধানে তুলে নিয়ে খাতায় বা কাগজের উপর এমনভাবে বসাতে হয় যাতে সূচালো কাঁটাটি কাগজের পিঠে নির্দিষ্ট বিন্দুতে আটকে থাকে। সূচালো কাঁটাটি স্থির অবস্থানে রেখে কম্পাসের বাকি বাহুর সাথের পেন্সিলটি কাগজের পিঠে আলতোভাবে চেপে ধরে চারদিকে ঘুরিয়ে আনতে হয়। এভাবে বৃত্ত আঁকা হয়।

**দ্রষ্টব্য:**বোর্ডের উপর একটি কাগজে বোর্ডপিন, সুতা ও পেনসিলের সাহায্যেও বৃত্ত আঁকা যায়।

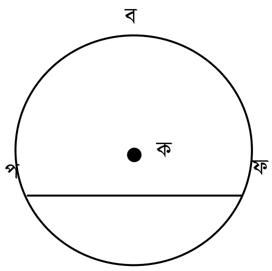
**অনুশীলন:** ২.৫ সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি বৃত্ত অঙ্কন করুন। বৃত্তের উপর কয়েকটি ব্যাসার্ধ অঙ্কন করুন। সবগুলো ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য সমান কি? পরীক্ষা করে সিদ্ধান্ত উপস্থাপন করুন।

**অনুশীলন:** পঞ্চম শ্রেনির পাঠ্যপুস্তকের **১১১** নং পৃষ্ঠার ২ নং প্রশ্নের বৃত্ত দুটি অঙ্কন করুন।

**বৃত্ত এবং বৃত্তচাপ, জ্যা ও ব্যাস**



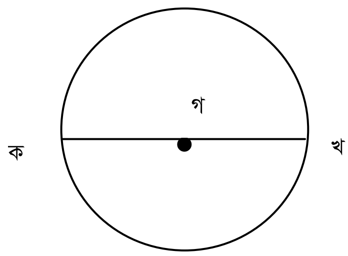

পরিধির যে কোন একটি অংশকে বৃত্তচাপ বলা হয়। একটি বৃত্তচাপের শেষ প্রান্তবিন্দু দুটির সংযোজক রেখাংশকে জ্যা বলা হয়। সুতরাং বৃত্তের পরিধির উপর অবস্থিত যে কোন দুইটি বিন্দবু সংযোজক রেখাংশ একটি জ্যা। প্রত্যেক জ্যা বৃত্তকে দুইটি বৃত্তচাপে বিভক্ত করে। অর্থাৎ, জ্যা দ্বারা বিভক্ত বৃত্তের প্রত্যেকটি অংশই বৃত্তচাপ বা সংক্ষেপে চাপ। নিচের চিত্রে একটি জ্যার দুই পাশের দুই অংশে বৃত্তটির দুইটি বিন্দু ব এবং ভ নিই। তাহলে  জ্যা দ্বারা উৎপন্ন চাপ দুইটি হলো পবফ এবং পভফ।




বৃত্তের জ্যা কেন্দ্রগামী হতেও পারে-আবার নাও হতে পারে। বৃত্তের জ্যা কেন্দ্রগামী হলে তাকে ব্যাস বলে এবং ব্যাস হলো বৃত্তের সবচেয়ে বড় জ্যা। বৃত্তের ব্যাস বৃত্তকে দুইটি অর্ধবৃত্তে বিভক্ত করে।

বৃত্তের ব্যাসের অর্ধেক হলো ব্যাসার্ধ এবং ব্যাসার্ধের দ্বিগুণ হলো ব্যাস। নিচের চিত্রে কখ একটি জ্যা, যা বৃ্ত্তের কেন্দ্র গ দিয়ে গেছে। এক্ষেত্রে জ্যাটি বৃ্ত্তের একটি ব্যাস। অর্থাৎ, যে জ্যা কেন্দ্র ভেদ করে উভয় দিকে পরিধি/বৃত্ত পযর্ন্ত বিস্তৃত হয় তাকে ব্যাস বলে। ব্যাসের মধ্যবিন্দইু বৃত্তের কেন্দ্র। তাই ব্যাসের অর্ধেক ব্যাসার্ধ।

**দ্রষ্টব্য:** বৃত্তের যে কোন ব্যাস বৃত্তটিকে দুইটি সমান অংশে বিভক্ত করে, যার প্রত্যেকে একটি অধর্বৃত্ত।




**অনুশীলন** : পঞ্চম শ্রেনির পাঠ্যপুস্তকের ১১৪নং পৃষ্ঠার ৮ নং সমস্যাটি সমাধান করুন।

**পরামর্শ: উপরোল্লেখিত বিষয়বস্তু সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা অর্জনের জন্য এই অধ্যায়ে উপস্থাপিত বিষয়বস্তুর পাশাপাশি প্রাথমিক স্তরের পাঠ্যপুস্তকে প্রদত্ত বিষয়বস্তু মনোযোগ সহকারে পড়ুন।**

## অধ্যায় ১১
## পরিমাপ

আমরা বস্তুজগতে (Physical World) পরিমাপের সাথে পরিচিত এবং প্রায় সবাই দৈনন্দিন জীবনে পরিমাপের ব্যবহার করে থাকি। প্রাত্যহিক জীবনে অনেক ক্ষেত্রেই পরিমাপের প্রয়োজন। যেমন, কেনা-কাটা, কৃষিকাজ, যোগাযোগ, আমদানি-রপ্তানি, ব্যবসা-বাণিজ্য, ঘর-বাড়ি নির্মাণ, পোশাক প্রস্তুত ইত্যাদি। পরিমাপের একক একটি আদর্শমান। বিভিন্ন প্রকার বস্তু/রাশি পরিমাপ করার পদ্ধতি ও আদর্শ ভিন্ন ভিন্ন হয়ে থাকে। ডিপিএড শিক্ষার্থীকে পরিমাপ সম্পর্কিত জ্ঞান অর্জনে সহায়তার জন্য এই অধ্যায়ের এক একটি পাঠে এ সম্পর্কিত বিভিন্ন প্রাথমিক ধারণা সংগঠন করা হয়েছে যা জানা তাঁর জন্য খুবই গুরুত্বপূর্ণ। এই অধ্যায় অধ্যয়ন শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীরা পরিমাপের বিভিন্ন প্রাথমিক ধারণা যেমন- দৈর্ঘ্য, ওজন, তরল পদার্থের আয়তন ও ভূমি পরিমাপ সম্পর্কে সম্যক ধারণালাভে সক্ষম হবেন।

### পাঠ ১: দৈর্ঘ্য পরিমাপ

এই পাঠশেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- দৈর্ঘ্য পরিমাপের ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

**প্রারম্ভিক কার্যাবলি:** উপর্যুক্ত শিখনফল অর্জনের লক্ষ্যে শুরুতেই নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর চিন্তা করি;

- পরিমাপের একক কি?
- কোন বস্তুর পরিমাপে এই একক আমাদের কীভাবে সাহায্য করে?
- দৈর্ঘ্য পরিমাপের ব্রিটিশ একক কোনটি?
- এসআই পদ্ধতি কাকে বলে?
- এসআই পদ্ধতিতে এককসমূহ কী কী?
- দৈর্ঘ্য পরিমাপের এসআই ও ব্রিটিশ পরিমাপের মধ্যে সম্পর্ক কী?

দৈর্ঘ্য পরিমাপক উপকরণ     ওজন পরিমাপক উপকরণ

তরল পদার্থ পরিমাপক উপকরণ

এই প্রশ্নগুলোর উত্তর খুঁজতে পরিমাপের একক, পরিমাপের বিভিন্ন পদ্ধতি এবং দৈর্ঘ্য পরিমাপ সর্ম্পকে সুস্পষ্ট ধারণা থাকা প্রয়োজন। তাই প্রথমে পরিমাপের একক নিয়ে কিছু আলোচনা করা যাক।

আমরা বাজার করতে গিয়ে বলি ৫ কিলোগ্রাম বা কেজি আলু, ২ কেজি পিয়াঁজ, ২ কেজি সবজি দিন অথবা জামাকাপড় কিনতে গিয়ে বলি ৫ গজ বা ২ মিটার কাপড় দিন ইত্যাদি। এগুলো কেনা-কাটার ক্ষেত্রে আমরা কেজি, মিটার অথবা গজ এর সাথে তুলনা করি। এই কেজি, মিটার অথবা গজ হলো একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ, যার সঙ্গে তুলনা করে জিনিষপত্রগুলো কিনতে হয়। এ নির্দিষ্ট পরিমাণগুলো হলো পরিমাপের একক।

পরিমাপের একককে প্রকাশ করতে সংখ্যা ও একক প্রয়োজন। যেমন, '২ মিটার' এর ক্ষেত্রে ২ সংখ্যা এবং মিটার একক।

নির্ধারিত একক সাপেক্ষে প্রত্যেক বস্তুর পরিমাপ করা হয়। অর্থাৎ যে কোন বস্তুর পরিমাপের জন্য একই জাতীয় নিদির্ষ্ট পরিমাপের একটি রাশিকে একক হিসেবে ধরে নেয়া হয়। ধরা যাক, বলা হলো গাছটি ২ মিটার লম্বা। তখন বুঝতে হবে যে মিটার একটি নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্য, যাকে একক হিসেবে ধরা হয়েছে এবং এর তুলনায় গাছটি ২ গুণ লম্বা।

এবার দৈর্ঘ্য পরিমাপের একক নিয়ে প্রাথমিক আলোচনা করা যাক ।

সচরাচর আমরা বলে থাকি, ছেলেটির উচ্চতা ১.৫ মিটার। এখানে ১ মিটারের সাথে তুলনা করে তার উচ্চতা বের করা হয়েছে। মিটার উচ্চতা পরিমাপের একক এবং ১.৫ হলো উচ্চতার পরিমাণ। মিটার হলো একটি নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্য যাকে একক হিসেবে ধরা হয়েছে এবং যার তুলনায় ছেলেটির উচ্চতা ১.৫ গুণ।

কোন কিছু পরিমাপ করতে একটি একই ধরনের মাপের আদর্শ প্রয়োজন, যার সাথে সমস্ত বস্তু বা রাশির তুলনা করা হয়। এ আদর্শ পরিমাপকে ঐ জাতীয় মাপের একক বলা হয়। অর্থাৎ যে কোন রাশির পরিমাপকে একই জাতীয় নির্দিষ্ট পরিমাপের একটি বস্তু বা রাশির একক হিসেবে ধরা হয়।

এবার পরিমাপের পদ্ধতি নিয়ে আলোচনা করা যাক ।

**পরিমাপের পদ্ধতি**

বিশ্বের বিভিন্ন দেশে বিভিন্ন পরিমাপের বিভিন্ন একক ব্যবহৃত হত। যেমন– ব্রিটেনে দৈর্ঘ্য মাপতে ফুট, গজ, ইঞ্চি; ফ্রান্সে আদর্শ মিটার, সেন্টিমিটার এবং আমাদের দেশীয় আদর্শ হাত প্রচলিত ছিল। এভাবে ওজন, আয়তন এবং ক্ষেত্র পরিমাপের আলাদা একক এবং তাদের আলাদা আলাদা একক পরিমাপ আছে। একই প্রকার পরিমাপের জন্য আন্তর্জাতিক পরিমাপ পদ্ধতি বা System International (SI) প্রচলিত হয়েছে,। ১৯৮২ সালের জুলাই মাস থেকে সরকারিভাবে আমাদের দেশে এ পদ্ধতি চালু হয়েছে। এ পদ্ধতিতে দৈর্ঘ্য, ওজন, সময়, ক্ষেত্রফল ও আয়তন পরিমাপের মূল এককগুলো হলো যথাক্রমে মিটার, কিলোগ্রাম, সেকেন্ড, বর্গমিটার, ঘনমিটার এবং তরল পদাথের্র ক্ষেত্রে লিটার। এ পদ্ধতির সুবিধাগুলো হলো এককগুলো মূল এককের ১০ গুণ করে বাড়ে বা কমে।

**এসআই পদ্ধতিতে এককসমূহ**

- দৈর্ঘ্য পরিমাপের একক: **মিটার**
- ভর বা ওজন পরিমাপের একক: **কিলোগ্রাম** বা কেজি
- সময় পরিমাপের একক: **সেকেন্ড**
- ক্ষেত্রফল পরিমাপের একক: **বর্গমিটার**
- আয়তন পরিমাপের একক: **ঘনমিটার** (কঠিন) এবং **লিটার** (তরল)

এখানে উল্লেখ্য যে, দৈর্ঘ্য পরিমাপের এসআই পদ্ধতি এবং মেট্রিক পদ্ধতি একই।

দশমিক সংখ্যা পদ্ধতি এবং এসআই পদ্ধতিতে ব্যবহৃত বিভিন্ন পরিমাপের এককগুলোর পারস্পরিক সম্পর্ক নিম্নরূপ:

| দশমিক সংখ্যা পদ্ধতি | সহস্র | শতক | দশক | একক | দশমাংশ | শতাংশ | সহস্রাংশ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **দৈর্ঘ্য পরিমাপের একক** | কিলোমিটার | হেক্টোমিটার | ডেকামিটার | মিটার | ডেসিমিটার | সেন্টিমিটার | মিলিমিটার |
| **ওজন পরিমাপের একক** | কিলোগ্রা ম | হেক্টোগ্রা ম | ডেকাগ্রাম | গ্রাম | ডেসিগ্রাম | সেন্টিগ্রাম | মিলিগ্রাম |
| **তরল পদার্থ পরিমাপের একক** | কিলোলিটার | হেক্টোলিটার | ডেকালিটার | লিটার | ডেসিলিটার | সেন্টিলিটার | মিলিলিটার |
| **ভূমি পরিমাপের একক** | | হেক্টর | | এয়র | | সেন্টিয়র | |

উল্লিখিত এককগুলোর মধ্যে অনেক একক আমাদের দৈনন্দিন জীবনে সচারচর ব্যবহার করি না। যেমন–হেক্টো, ডেকা, ডেসিমিটার প্রভৃতি। বরং আমরা ১০০ মিটার, ১০ মিটার এবং ০.১ মিটার, ০.০৫ মিটার এবং কিলোগ্রাম, গ্রাম ব্যবহার করে থাকি। তাই এ সব উপ-একক সম্পর্কে আমাদের স্পষ্ট ধারণা থাকা আবশ্যক।

**দৈর্ঘ্য পরিমাপের ব্রিটিশ এককাবলি**

১ ফুট = ১২ ইঞ্চি
১ গজ = ৩ ফুট
১ মাইল = ১৭৬০ গজ

**দৈর্ঘ্য পরিমাপের এসআই/মেট্রিক ও ব্রিটিশ পরিমাপের মধ্যে সম্পর্ক**

১ মিটার = ৩৯.৩৭ ইঞ্চি (প্রায়)

১ ইঞ্চি = ২.৫৪ সে.মি.

১ মাইল = ১.৬১ কি.মি. (প্রায়)
১ কি.মি = ০.৬২ মাইল (প্রায়)

**দৈর্ঘ্য পরিমাপের এককাবলির রূপান্তর**

**সমস্যা:** ১২৫ সেন্টিমিটার ও ৫ মিলিমিটারকে মিটারে প্রকাশ করতে হবে( প্রথমে ১২৫ সেন্টিমিটার ও ৫ মিলিমিটারকে মিটারে প্রকাশ করুন ও পরে যোগফল নির্ণয় করুন)।

**সমাধান:** ১২৫ সেন্টিমিটার

$= \frac{১২৫}{১০০}$ মিটার [যেহেতু, ১০০ সেন্টিমিটার = ১ মিটার]

= ১.২৫ মিটার

৫ মিলিমিটার

$= \frac{৫}{১০০০}$ মিটার [যেহেতু,১০০০ মিলিমিটার = ১ মিটার]

= ০.০০৫ মিটার

∴ ১২৫ সেন্টিমিটার ও ৫ মিলিমিটার

= ১.২৫ মিটার + ০.০০৫ মিটার

= ১.২৫৫ মিটার

উত্তর: ১.২৫৫ মিটার

**অনুশীলন:** শ্রেণিকক্ষের যে কোন একটি বেঞ্চ, চকবোর্ড ও টেবিলের দৈর্ঘ্য পরিমাপ করুন এবং মিটারে প্রকাশ করুন।

| বিষয়বস্তু | দৈর্ঘ্য | দৈর্ঘ্য |
|---|---|---|
| **বেঞ্চ** | - - মি. - - - সে.মি.. | - - মিটার |
| **চকবোর্ড** | - - মি. - - - সে.মি.. | - - মিটার |
| **টেবিল** | - - মি. - - - সে.মি.. | - - মিটার |

**দৈর্ঘ্য পরিমাপের যোগ ও বিয়োগ:**

**দৈর্ঘ্য পরিমাপের যোগ ও বিয়োগ**

**(ক)**

| কি.মি. | হে.মি. | ডেকা.মি. | মি. |
|---|---|---|---|
| ১৪ | ৮ | ৭ | ৪ |
| ২২ | ৬ | ০ | ৮ |
| ৯ | ০ | ৯ | ৬ |
| ( + ) ৩৫ | ৯ | ৫ | ৩ |
| **৮২** | **৫** | **৩** | **১** |

উত্তর:৮২ কি.মি. ৫ হে.মি ৩ ডেকামি. ১ মি. বা ৮২৫৩১ মিটার

**(খ)**

| কি.মি. | হে.মি. | ডেকা.মি. | মি. |
|---|---|---|---|
| ২৫ | ৪ | ৮ | ২ |
| ( - ) ১৬ | ৯ | ৬ | ৭ |
| **৮** | **৫** | **১** | **৫** |

উত্তর: ৮ কি.মি. ৫ হে.মি. ১ ডেকামি. ৫ মিটার বা ৮৫১৫ মিটার

**দৈর্ঘ্য পরিমাপের গুণ ও ভাগঃ**

**সমস্যাঃ** ৬ কি.মি. ৮ হে.মি. ৫ মিটারকে ৮ দিয়ে গুণ করুন।

**সমাধান**ঃ প্রদত্ত দৈর্ঘ্যকে মিটারে রূপান্তর করে গুণ করতে হবে।

∴ ৬ কি.মি. ৮ হে.মি. ৫ মিটার × ৮

= ৬৮০৫ মিটার ×৮

= (৬৮০৫×৮) মিটার

= ৫৪৪৪০ মিটার অথবা ৫৪ কি.মি. ৪ হে.মি. ৪ ডেকামি.

উত্তরঃ ৫৪ কি.মি. ৪ হে.মি. ৪ ডেকামি.

**সমস্যাঃ** ২৮ কি.মি. ৯ হে.মি. ৩ ডেকা.মি. ২ মিটারকে ৯ দিয়ে ভাগ করুন।

**সমাধান**ঃ প্রদত্ত দৈর্ঘ্যকে মিটারে রূপান্তর করে ভাগ করতে হবে।

২৮ কি.মি. ৯ হে.মি. ৬ ডেকা.মি. ২ মিটার

= ২৮৯৬২ মিটার

∴ ২৮৯৬২ মিটার / ৯

= ৩২১৮ মিটার

**বিকল্প :** ৯) ২৮৯৬২ মিটার (৩২১৮

২৭
____
১৯
১৮
____
১৬
৯
____
৭২
৭২
____
০

উত্তরঃ ৩২১৮ মিটার অথবা ৩ কি.মি. ২ হে.মি. ১ ডেকামিটার ৮ মিটার।

**দৈর্ঘ্য পরিমাপ-সংক্রান্ত সমস্যাবলি**

**অনুশীলনঃ** একটি বাঁশের ২ মিটার ৫০ সে.মি. পানির নিচে রয়েছে। বাঁশটির উপরের ২ মিটার ৪৫ সে.মি. লাল রং করা হয়েছে এবং বাকি ২ মিটার ১০ সে.মি. এর কোন রং করা হয়নি। বাঁশটির উচ্চতা কত?

**অনুশীলনঃ** শ্রেণিকক্ষের যে কোন তিনটি বেঞ্চের দৈর্ঘ্য পরিমাপ নিয়ে একটি গাণিতিক সমস্যা তৈরি করুন।

সহপাঠী ডিপিএড শিক্ষার্থীর সাথে কর্মপত্রের সমস্যাগুলো নিয়ে আলোচনা করুন ও আপনার মতামত স্বাধীনভাবে প্রকাশ করুন। এভাবে নিজেকে মূল্যায়ন ও প্রয়োজনীয় সহায়তা লাভে সচেষ্ট থাকুন।

**পরামর্শঃ উপরোল্লেখিত বিষয়বস্তু সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা অর্জনের জন্য এই অধ্যায়ে উপস্থাপিত বিষয়বস্তুর পাশাপাশি প্রাথমিক স্তরের পাঠ্যপুস্তকে প্রদত্ত বিষয়বস্তু মনোযোগ সহকারে পড়ুন।**

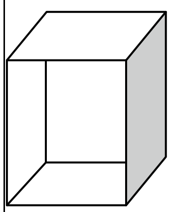
**পাঠ ২: ওজন পরিমাপ**

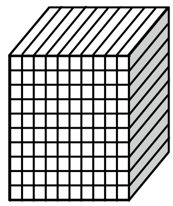
এই পাঠশেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- ওজন পরিমাপের ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

**প্রারম্ভিক কার্যাবলি:** উপর্যুক্ত শিখনফল অর্জনের লক্ষে শুরুতেই নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর চিন্তা করি;

- কী কারণে একটি বস্তু অপর বস্তু অপেক্ষা হালকা বা ভারী হয়?
- ওজন পরিমাপের জন্য কোন পদ্ধতি ব্যবহার করা হয়?
- পাশের চিত্রের মতো কোন একটি বস্তু যতটকু ত্রিমাত্রিক জায়গা দখল করে তাকে বস্তুটির কি বলা হয়?
- কোন ধরনের বস্তুর 'আয়তন' পরিমাপ করা হয়? এটি পরিমাপের একক কি?





এই প্রশ্নগুলোর উত্তর খুঁজতেও জন ও তরল পদার্থের আয়তন পরিমাপ সর্ম্পকে সুস্পষ্ট ধারণা থাকা প্রয়োজন।তাই প্রথমে ওজন পরিমাপের একক নিয়ে প্রাথমিক আলোচনা করা যাক ।

**ওজন পরিমাপ এবং এর একক**

আমরা আগের পাঠে জেনেছি যে, পরিমাপের জন্য একই জাতীয় বস্তু বা রাশি একটি আদর্শ অংশকে একক ধরা হয়। সচরাচর আমরা বলে থাকি, মেয়েটির ওজন ৫৫ কেজি। এখানে ১ কেজির সাথে তুলনা করে মেয়েটির ওজন বের করা হয়েছে। কেজি হলো পরিমাপের একক এবং ৫৫ হলো যথাক্রমে ওজনের পরিমাণ।

এখানে কেজি হলো একটি নির্দিষ্ট ওজন, যাকে একক হিসেবে ধরা হয়েছে এবং যার তুলনায় মেয়েটির ওজন ৫৫ গুণ।

এবার বস্তুর ওজন পরিমাপ নিয়ে বিস্তারিত আলোচনা করা যাক।

যে কোন দুইটি বস্তু নিয়ে একটি দাঁড়িপাল্লা (Balance beam) অথবা ওজন যন্ত্রের এক পাত্রে একটি বস্তু রাখি এবং অন্য পাত্রে অন্য বস্তুটি রাখি। দেখা যাবে, যে পাত্রের বস্তু ভারি সেই দিকের দড়ি বা দন্ড (beam) নিচের দিকে ঝুলে আছে এবং অন্য দিকের দাঁড়ি উপরের দিকে উঠে আছে। নিচের দিকে ঝুলে থাকা পাত্রটির বস্তু উপরের দিকে উঠে আসা অংশের বস্তু অপেক্ষা ভারি। আড়াআড়ি দন্ডটি দুইদিকে অনুভূমিক বা ভূমির সমান্তরাল অবস্থানে থাকলে বুঝতে হবে বস্তু দুইটির ওজন সমান।

দাঁড়িপাল্লার সাহায্যে বুঝতে পারলাম ওজনের কারণে একটি বস্তু অপর বস্তু অপেক্ষা হালকা বা ভারি। আমরা নিত্যপ্রয়োজনীয় দ্রব্য কিনতে বাজারে গিয়ে দোকানদারকে বলি, আমাকে ২ কেজি আলু এবং ১ কেজি পটল দিন। এখানে ২ কেজি এবং ১ কেজি হলো বস্তু দুইটির ওজন। এভাবে আমরা বিভিন্ন বস্তু কেনা ও বিক্রি করার জন্য ওজন পরিমাপ করে থাকি।

আমরা ওজন পরিমাপের জন্য এসআই পদ্ধতি বা মেট্রিক পদ্ধতি ব্যবহার করে থাকি।

**ওজন পরিমাপের মেট্রিক এককাবলি**

১ মেটিক্র টন = ১০ কুইন্টাল বা ১০০০ কেজি

১ কুইন্টাল = ১০০ কিলোগ্রাম

১ হেক্টোগ্রাম = ১০০ গ্রাম

১ ডেসিগ্রাম = ০.১ গ্রাম বা $\frac{১}{১০}$ গ্রাম

১ সেন্টিগ্রাম = ০.০১ গ্রাম বা $\frac{১}{১০০}$ গ্রাম

১ মিলিগ্রাম = ০.০০১ গ্রাম বা $\frac{১}{১০০০}$ গ্রাম

এবার আলোচনা করা যাক ওজন পরিমাপের এককাবলির রূপান্তর নিয়ে।

**ওজন পরিমাপের এককাবলির রূপান্তর**

**সমস্যা:** ২৫ কিলোগ্রাম ১৫০ গ্রাম ১২০ মিলিগ্রামকে গ্রাম, মিলিগ্রাম এবং কিলোগ্রামে প্রকাশ করুন।

**সমাধান:**

**প্রথম পদ্ধতি:**

প্রথমে প্রদত্ত ওজনকে গ্রামে রূপান্তর করি-

২৫ কিলোগ্রাম = (২৫×১০০০) গ্রাম [যেহেতু, ১ কিলোগ্রাম = ১০০০ গ্রাম]

= ২৫০০০ গ্রাম

১২০ মিলিগ্রাম = (১২০×০.০০১) গ্রাম [যেহেতু, ১ মিলিগ্রাম = ০.০০১ গ্রাম]

= ০.১২০ গ্রাম

সুতরাং ২৫ কিলোগ্রাম ১৫০ গ্রাম ১২০ মিলিগ্রাম
=(২৫০০০ + ১৫০ + ০.১২০) গ্রাম
= ২৫১৫০.১২০ গ্রাম
আবার,
২৫ কিলোগ্রাম ১৫০ গ্রাম ১২০ মিলিগ্রাম
= ২৫১৫০.১২০ গ্রাম
= ২৫১৫০১২০ মিলিগ্রাম [যেহেতু, ১ গ্রাম = ১০০০ মিলিগ্রাম]
আবার,
২৫ কিলোগ্রাম ১৫০ গ্রাম ১২০ মিলিগ্রাম
= ২৫১৫০.১২০ গ্রাম
= ২৫.১৫০১২০ কিলোগ্রাম [যেহেতু, ১০০০ গ্রাম = ১ কিলোগ্রাম]

**দ্বিতীয় পদ্ধতি:**

| কিলোগ্রাম | | গ্রাম | | | মিলিগ্রাম | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ২ | ৫ | ১ | ৫ | ০ | ১ | ২ | ০ |

২৫ কিলোগ্রাম ১৫০ গ্রাম ১২০ মিলিগ্রাম
= ২৫.১৫০১২০ কিলোগ্রাম
= ২৫১৫০.১২০ গ্রাম
= ২৫১৫০১২০ মিলিগ্রাম

**ওজন পরিমাপের যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ:**

**ওজন পরিমাপের যোগ**

| কিলোগ্রাম | হেক্টোগ্রাম | ডেকাগ্রাম | গ্রাম |
|---|---|---|---|
| ১২ | ৫ | ৮ | ৩ |
| ২০ | ৬ | ৯ | ৭ |
| ৮ | ৪ | ২ | ৩ |
| ( + ) ২৫ | ৮ | ৬ | ৯ |
| ৬৭ | ৫ | ৭ | ২ |

উত্তর: ৬৭ কিলোগ্রাম ৫ হেক্টোগ্রাম ৭ ডেকাগ্রাম ২ গ্রাম

**ওজন পরিমাপের বিয়োগ**

| কিলোগ্রাম | হেক্টোগ্রাম | ডেকাগ্রাম | গ্রাম |
|---|---|---|---|
| ৬৫ | ৮ | ৩ | ৫ |
| ( - ) ৩৭ | ৪ | ৬ | ৮ |
| **২৮** | **৩** | **৬** | **৭** |

উত্তর: ২৮ কিলোগ্রাম ৩ হেক্টোগ্রাম ৬ ডেকাগ্রাম ৭ গ্রাম।

**ওজন পরিমাপের গুণ**

**সমস্যা:** ১০ কিলোগ্রাম ৫ হেক্টোগ্রাম ৪ ডেকাগ্রাম ৫ গ্রামকে ৭ দিয়ে গুণ করুন।

**সমাধান:** প্রদত্ত ওজনকে গ্রামে রূপান্তর করি-

১০ কিলোগ্রাম = (১০×১০০০) গ্রাম

= ১০০০০ গ্রাম

৫ হেক্টোগ্রাম = (৫×১০০) গ্রাম

= ৫০০ গ্রাম

৪ ডেকাগ্রাম = (৪×১০) গ্রাম

= ৪০ গ্রাম

১০ কিলোগ্রাম ৫ হেক্টোগ্রাম ৩ ডেকাগ্রাম ৫ গ্রাম

= (১০০০০ + ৫০০ + ৪০ + ৫) গ্রাম

= ১০৫৪৫ গ্রাম

∴ ১০ কিলোগ্রাম ৫ হেক্টোগ্রাম ৪ ডেকাগ্রাম ৫ গ্রাম × ৭

= (১০৫৪৫×৭) গ্রাম

= ৭৩৮১৫ গ্রাম

বা ৭৩ কিলোগ্রাম ৮ হেক্টোগ্রাম ১ ডেকাগ্রাম ৫ গ্রাম

**বিকল্প সমাধান:**

১০ কিলোগ্রাম ৫ হেক্টোগ্রাম ৪ ডেকাগ্রাম ৫ গ্রাম × ৭

---

৭৩ কিলোগ্রাম ৮ হেক্টোগ্রাম ১ ডেকাগ্রাম ৫ গ্রাম

**ওজন পরিমাপের ভাগ**

**সমস্যা:** ৬৯ কিলোগ্রাম ৯ হেক্টোগ্রাম ৬ ডেকাগ্রাম ৮ গ্রামকে ৮ দিয়ে ভাগ করুন।

**সমাধান:** প্রদত্ত ওজনকে গ্রামে রূপান্তর করি-

৬৯ কিলোগ্রাম = (৬৯×১০০০) গ্রাম

= ৬৯০০০ গ্রাম

৯ হেক্টোগ্রাম = (৯×১০০) গ্রাম
= ৯০০ গ্রাম
৬ ডেকাগ্রাম = (৬×১০) গ্রাম
= ৬০ গ্রাম
৬৯ কিলোগ্রাম ৯ হেক্টোগ্রাম ৬ ডেকাগ্রাম ৮ গ্রাম
= (৬৯০০০ + ৯০০ + ৬০ + ৮) গ্রাম
= ৬৯৯৬৮ গ্রাম
৬৯ কিলোগ্রাম ৯ হেক্টোগ্রাম ৬ ডেকাগ্রাম ৮ গ্রাম / ৮
= ৬৯৯৬৮ গ্রাম / ৮
= ৮৭৪৬ গ্রাম
= ৮ কিলোগ্রাম ৭ হেক্টোগ্রাম ৪ ডেকাগ্রাম ৬ গ্রাম

৮) ৬৯৯৬৮ গ্রাম (৮৭৪৬
৬৪
৫৯
৫৬
৩৬
৩২
৪৮
৪৮
০

উত্তর: ৮ কিলোগ্রাম ৭ হেক্টোগ্রাম ৪ ডেকাগ্রাম ৬ গ্রাম।

**অনুশীলন:**

**(১)** রুমানার ওজন ২৫ কেজি ৫ হে.গ্রা. ৮ ডেকাগ্রা. ৫ গ্রা., আয়েশার ওজন ২৮ কেজি ৬ হে.গ্রা. ৯ গ্রা . এবং বাবুলের ওজন ৩২ কেজি ৪ হে.গ্র.া ৬ ডেকা গ্রা. ৭ গ্রা.। তিনজনের একত্রে ওজন কত?

**(২)** মামনু সাহেবের কাছে ২৭ কেজি চাল ছিল। তা থেকে ৮ কেজি ১৭৫ গ্রাম চাল বিক্রি করলে তাঁর কাছে আর কী পরিমাণ চাল আছে?

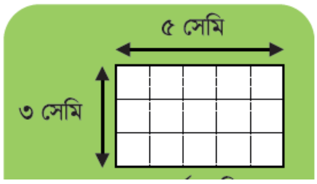
**পাঠ ৩: আয়তক্ষেত্র ও বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল**

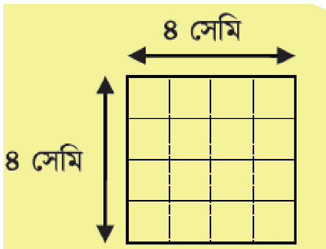
এই পাঠশেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- আয়তক্ষেত্র ও বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

**প্রারম্ভিক কার্যাবলি:** উপর্যুক্ত শিখনফল অর্জনের লক্ষে পাশের চিত্র দেখে শুরুতেই নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর চিন্তা করি;

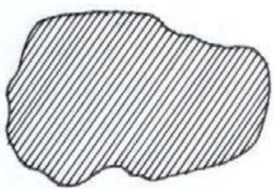
- আয়তাকার ও বর্গাকার ক্ষেত্র বলতে কী বোঝায়?
- এখানে কে বেশি জায়গা দখল করেছে- অর্থাৎ কে বড় ? আয়তক্ষেত্রটি নাকি বর্গক্ষেত্রটি?
- ক্ষেত্রটি যতটুকু জায়গা দখল করেছে - তাকে ক্ষেত্রটির কি বলা হয়?
- আয়তাকার বা বর্গাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল জানা বা বের করার কেন দরকার?
- এই আয়তক্ষেত্রটির মধ্যে ১ বর্গ সেন্টিমিটারের কতটি বর্গ আছে? তাহলে এর ক্ষেত্রফল কত? এই আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল আমরা কীভাবে নির্ণয় করতে পারি?
- এই বর্গক্ষেত্রটির মধ্যে ১ বর্গ সেন্টিমিটারের কতটি বর্গ আছে? তাহলে এর ক্ষেত্রফল কত? সুতরাং এই বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল আমরা কীভাবে নির্ণয় করতে পারি?
- অর্থাৎ, আমরা কীভাবে আয়তাকার বা বর্গাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের হিসাব-নিকাশ করতে পারি?




**আয়ত ও বর্গ আকৃতির ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের ধারণা :**

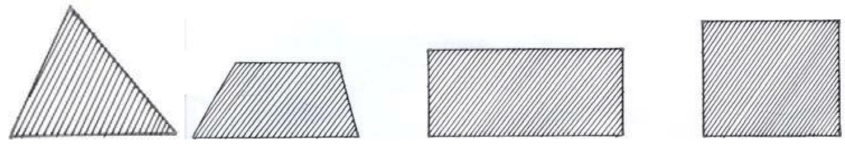
পরিবেশে আমরা বিভিন্ন আকৃতির বস্তু যেমন– বই, খাতা, পতাকা, টেবিল, চেয়ার, চকবোর্ড, আসবাবপত্র ইত্যাদি দেখতে পাই। এগুলো বিভিন্ন আকার-আকৃতির হয়ে থাকে। যেমন– আয়তাকার, বর্গাকার, ত্রিভুজাকার, বৃত্তাকার ইত্যাদি। নিচের চিত্র লক্ষ করুন:



এখানে গাঢ় আবদ্ধ জায়গাটুকু একটি ক্ষেত্র। এইক্ষেত্রের একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ আছে। এ পরিমাণই হচ্ছে ক্ষেত্রটির **ক্ষেত্রফল**। কোন নির্দিষ্ট সীমারেখা দ্বারা আবদ্ধ জায়গা, যার নির্দিষ্ট পরিমাণ আছে, তাই ক্ষেত্র। ক্ষেত্রের পরিমাণই হচ্ছে ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল।

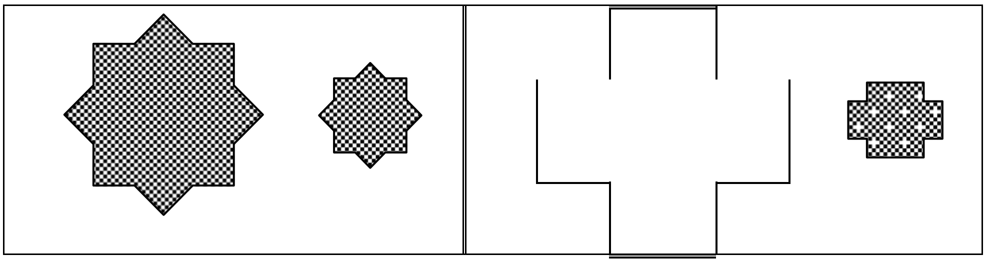
অন্যভাবে বলা যায়, বিভিন্ন ধরনের বস্তুতল যতটুকু স্থান জুড়ে থাকে তাই হলো ঐ বস্তুতলের ‘ক্ষেত্র’। আর এ ক্ষেত্রে যে পরিমাণ স্থান বা জায়গা থাকে সে পরিমাণকে ঐ তলের ক্ষেত্রফল বা কালি বলে।

কয়েকটি নির্দিষ্ট আকৃতির ক্ষেত্র:

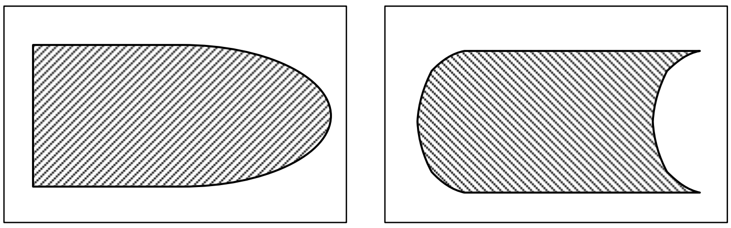


ত্রিভুজক্ষেত্র    চতর্ভুজক্ষেত্র    আয়তক্ষেত্র    বর্গক্ষেত্র

উপরের প্রতিটি চিত্রের গাঢ় জায়গাটুকু একেকটি ক্ষেত্র। ত্রিভুজাকার চিত্রের ভেতরের গাঢ় রঙের জায়গাটুকু ত্রিভুজ ক্ষেত্র। ত্রিভুজটি এর সীমানা। চতুর্ভুজাকার চিত্রের ভেতরের গাঢ় জায়গাটুকু চর্তুভুজক্ষেত্র। চতুর্ভুজটি এর সীমানা। আয়তাকার চিত্রের ভেতরের গাঢ় জায়গাটুকু আয়তক্ষেত্র। আয়তটি এর সীমানা। বর্গাকার চিত্রের ভেতরের গাঢ় জায়গাটুকু বর্গক্ষেত্র। বর্গটি এর সীমানা। প্রত্যেকটিই নির্দিষ্ট সীমারেখা দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্র এবং এদের নির্দিষ্ট পরিমাপ আছে। এ পরিমাপই হচ্ছে ক্ষেত্রগুলোর ক্ষেত্রফল।



উপরের চিত্রগুলো পর্যবেক্ষণ করলে সহজেই বলা যায় যে, বক্সের মধ্যে গাঢ় রং করা কোন চিত্রটি বড় এবং কোন চিত্রটি ছোট। অর্থাৎ সহজে বলা যাবে যে, কোন চিত্রটির ক্ষেত্রফল বেশি এবং কোনটির ক্ষেত্রফল কম। কিন্তু নিচের পাশাপাশি চিত্র দুইটিতে সাধারণ পর্যবেক্ষণের মাধ্যমে বলা খুব কঠিন যে, গাঢ় রং করা বা শেড দেয়া কোন চিত্রটি বেশি স্থান জুড়ে আছে এবং কোন চিত্রটি কম স্থান জুড়ে আছে।



সেজন্য একটি সুনির্দিষ্ট নিয়ম অনুসরণ করে ক্ষেত্রগুলোর পরিমাপ করতে হয়। দৈর্ঘ্য নির্ণয়ে যেমন নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যকে এককরূপে ব্যবহার করা হয়, ক্ষেত্রফল নির্ণয়ে তেমনি কোন নির্দিষ্ট মাপের ক্ষেত্রফলকে এককরূপে ব্যবহার করা হয়। কোন ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে দেখতে হবে যে, নির্বাচিত একক প্রদত্ত ক্ষেত্র থেকে কতবার নেয়া যায়।

এবার প্রস্তুতিমূলক অনুশীলনের কাজটি ভালো করে লক্ষ করলে এই সিদ্ধান্তে আসা যায় যে,

আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $=$দৈর্ঘ্য$\times$ প্রস্থ বর্গএকক

কিন্তু বর্গাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রে আমরা জানি যে, দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ সমান।

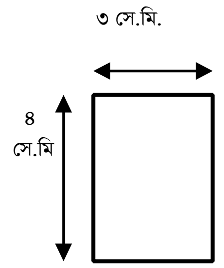
সুতরাং বর্গাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $=$বাহুর দৈর্ঘ্য$\times$বাহুর দৈর্ঘ্য

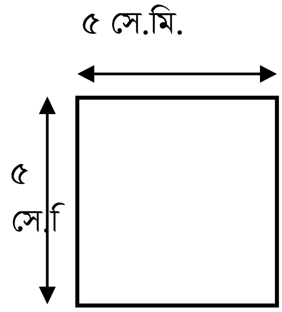
বা, বর্গাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $=$ (বাহুর দৈর্ঘ্য)$^{২}$ বর্গ একক।

এভাবে আমরা প্রথমে আয়তক্ষেত্র ও বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সূত্রের সাথে পরিচিত হলাম।

**অনুশীলন :**

**(১)** নিচের আয়ত ও বর্গ দুইটির ক্ষেত্রফল সূত্র ব্যবহার করে নির্ণয় করুন।




**(৩)** চিত্র এঁকে ও সূত্র প্রয়োগ করে নিচের সমস্যাগুলো সমাধান করুন।

ক) একটি কক্ষের মেঝের দৈর্ঘ্য ৫.২ মিটার এবং প্রস্থ ৫ মিটার। কক্ষের পুরো ফ্লোর ঢেকে দিতে কী পরিমাণ কার্পেট লাগবে?

খ) একটি বর্গাকৃতি টেবিল-ম্যাটের একপার্শ্বের দৈর্ঘ্য ১ মিটার ২৫ সে.মি.। ম্যাটের ক্ষেত্রফল বের করুন।

গ) একটি কম্বলের দৈর্ঘ্য ২.৫ মিটার এবং প্রস্থ ১.৬ মিটার। কম্বলের ক্ষেত্রফল কত?

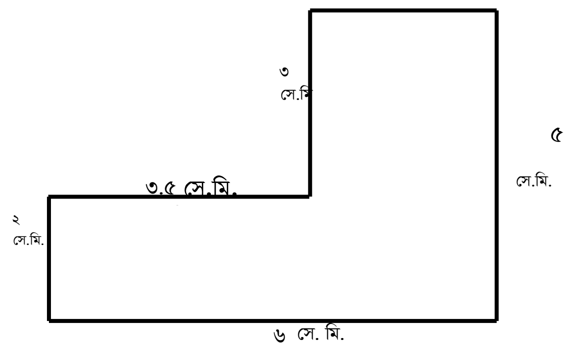
ঘ) একটি মাঠের দৈর্ঘ্য ৪০ মিটার এবং প্রস্থ ২৫ মিটার ২৫ সে.মি.। মাঠের ক্ষেত্রফল কত?

ঙ) একটি ফুল বাগানের দৈর্ঘ্য ১০ মিটার ৫০ সে.মি. এবং প্রস্থ ৫ মিটার ৭৫ সে.মি.। ফুল বাগানের ক্ষেত্রফল কত?

এবার আয়তক্ষেত্র ও বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সম্পকির্ত আরো কিছু সমস্যা নিয়ে আলোচনা করা যাক।

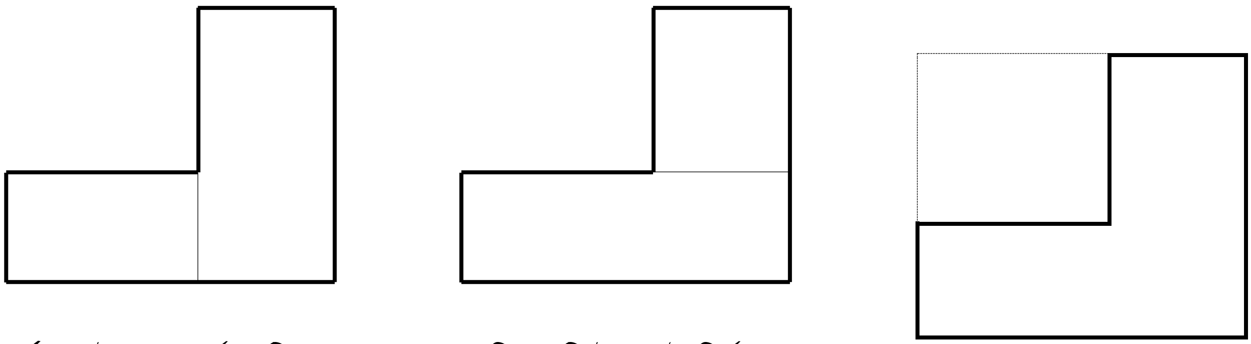
**আয়তক্ষেত্র ও বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সম্পকির্ত বিভিন্ন সমস্যা**

এবার পাশের চতুর্ভুজটির ক্ষেত্রফল কিভাবে নির্ণয় করা যায় তা নিয়ে চিন্তা করি।




নিচের ৩টি উপায়ের যে কোন একটি ব্যবহার করে সমস্যাটির সমাধান করা যায়।

| | | |
|---|---|---|
| চর্তুভূজটির ক্ষেত্রফল এরকম ২টি আয়তক্ষেত্রের সমষ্টি | অথবা বলা যায়, চর্তুভূজটির ক্ষেত্রফল এই রকম ২টি আয়তক্ষেত্রের সমষ্টি | অথবা বলা যায়, চর্তুভূজটির ক্ষেত্রফল এই বড় বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ও ছোট বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের পার্থক্য |

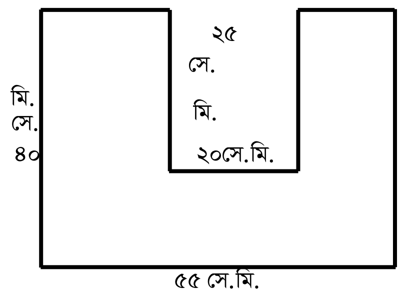


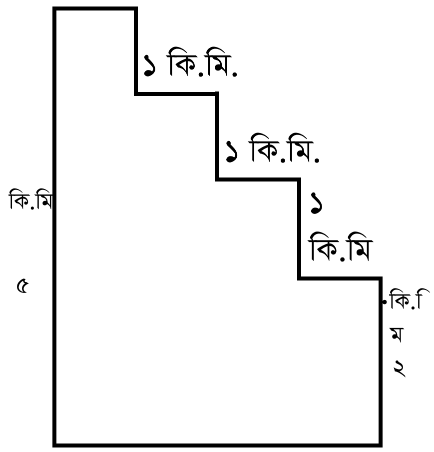
**কর্মপত্র:** উপরের চর্তুভূজটির ক্ষেত্রফল আলোচিত ৩টি উপায়েই নির্ণয় করুন।

**কর্মপত্র:** নিচের চর্তুভূজদুটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।

১)　　　　　　　　　　২)

২০ সে.মি. ১৫ সে.মি.　　১ কি.মি.




৪ কি.মি.

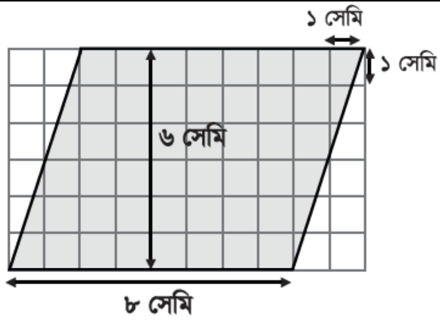
সহপাঠী ডিপিএড শিক্ষার্থীর সাথে অনুশীলন ও কর্মপত্রের সমস্যাগুলো নিয়ে আলোচনা করুন এবংআপনার মতামতস্বাধীনভাবে প্রকাশ করুন। এভাবে নিজেকে মূল্যায়ন করুন ও প্রয়োজনীয় সহায়তা লাভে সচেষ্ট থাকুন।

**পরামর্শ: উপরোল্লেখিত বিষয়বস্তু সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা অর্জনের জন্য এই অধ্যায়ে উপস্থাপিত বিষয়বস্তুর পাশাপাশি প্রাথমিক স্তরের পাঠ্যপুস্তকে প্রদত্ত বিষয়বস্তু মনোযোগ সহকারে পড়তে হবে।**

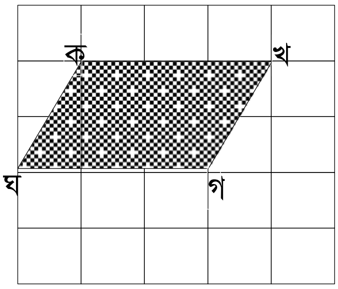
**পাঠ ৪: সামান্তরিক ও রম্বসক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল**

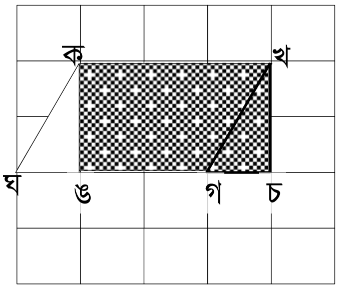
এই পাঠশেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- সামান্তরিক ও রম্বস আকৃতির ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

| | |
|---|---|
| **প্রারম্ভিক কার্যাবলি:** উপর্যুক্ত শিখনফল অর্জনের লক্ষে শুরুতেই নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর চিন্তা করি;<br>➢ গ্রিড পেপার বা কাগজ কেটে পাশের চিত্রের সামান্তরিকটিকে কীভাবে পুনরায় সজ্জিত (Rearrange) করে আয়ত তৈরি করা যায়?<br>➢ গ্রিড পেপার বা কাগজ কেটে একটি রম্বসকে কীভাবে পুনরায় সজ্জিত (Rearrange) করে বর্গ তৈরি করা যায়? |   চিত্র-১ |

এই প্রশ্নগুলোর উত্তর খুঁজে পেলেই সামান্তরিক ও রম্বস আকৃতির ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের ধারণা পাওয়া যাবে। প্রস্তুতিমূলক অনুশীলনের প্রশ্নগুলোর উত্তর পেতে প্রথমে আমরা কখগঘ একটি সামান্তরিক আঁকি। একে খুব সহজে আয়তক্ষেত্রে পরিণত করা যায়।সামান্তরিকেরক্ষেত্রফল আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান হবে। কীভাবে সামান্তরিককে আয়তক্ষেত্রে পরিণত করা যায় তা বোঝার জন্য নিচের চিত্রে উপস্থাপিত কাজগুলো পর্যায়ক্রমে সম্পন্ন করি-




- ঘগ ভূমিরেখার ওপর কঙ একটি লম্ব টানি। ফলে কঘঙ একটি ত্রিভুজ সৃষ্টি হলো। এবার কঘঙ ত্রিভুজটিকে সামান্তরিকের ডান পাশে আঁকি। ত্রিভুজটির নতুন অবস্থান খগচ- আর এভাবেই কখচঙ আয়তক্ষেত্র সৃষ্টি হলো।

- ভালো করে লক্ষ্য করলে এই সিদ্ধান্তে আসা যায় যে, এই আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কখগঘ সামান্তরিকের সমান হবে। এখন আমাদের জানা নিয়মে কখচঙ আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল বের করলেই কখগঘ সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল বের হবে।

সুতরাং, কখগঘসামান্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = কখচঙ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

অর্থাৎ, কখগঘসামান্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = আয়তক্ষেত্রের ভূমির দৈর্ঘ্য×উচ্চতা

= ঙচ×কঙ

= ঘগ ×কঙ (যেহেতু, ঙচ=ঘগ)

অতএব, কখগঘ সামান্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল =সামান্তরিকটির ভূমির দৈর্ঘ্য×উচ্চতা

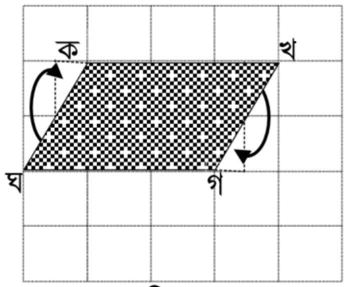
অর্থাৎ, যে কোন সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = সামান্তরিকের ভূমির দৈর্ঘ্য×সামান্তরিকের উচ্চতা

এক্ষত্রে সামান্তরিকটির ক্ষেত্রফল =৩ সে.মি.×২সে.মি. = ৬ বর্গ সে.মি.।

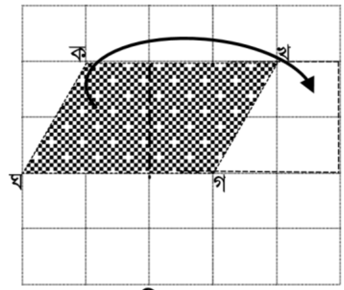
অনুরূপভাবে দেখানো যাবে যে, রম্বসের ক্ষেত্রফল = (ভূমির দৈর্ঘ্য×উচ্চতা)

**অনুশীলন:** প্রস্তুতিমূলক অনুশীলনের চিত্র-১ এর সামান্তরিকটির ক্ষেত্রফল সূত্র প্রয়োগ করে নির্ণয় করুন।

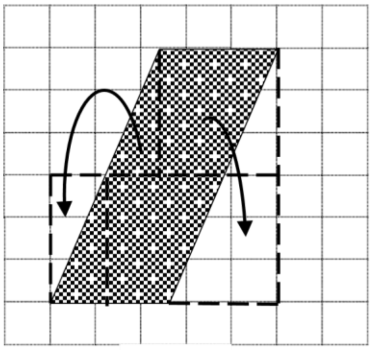
**অনুশীলন:** গ্রিড পেপার এবং নিচের চিত্র ক, খ, গ, ঘ এর মত সামান্তরিক ও রম্বস আকৃতির কিছু কাগজ নিন। এই কাগজগুলো কেটে আবার সজ্জিত করে (বা অন্য কোন উপায়ে) বিভিন্ন আয়ত বা বর্গ তৈরি করুন। এইসব আয়ত বা বর্গের সাহায্যে চিত্র ক, খ, গ, ঘ এর সামান্তরিক ও রম্বসগুলোর ক্ষেত্রফল কিভাবে বের করা যায় তা চিন্তা করুন।

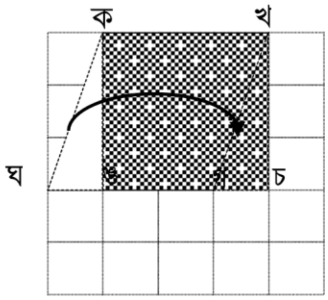


**চিত্র: ক**



**চিত্র: খ**


**চিত্র: গ**



**চিত্র: ঘ**

**অনুশীলন:** চিত্র এঁকে ও সূত্র প্রয়োগ করে এই সমস্যাগুলো সমাধান করুন।

ক) একটি সামান্তরিক ক্ষেত্রের ভূমি ১০ সে.মি. এবং উচ্চতা ৫ সে.মি. হলে ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল কত?

খ) একটি সামান্তরিক ক্ষেত্রের উচ্চতা ৪ ইঞ্চি এবং ভূমি ৬ ইঞ্চি হলে ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল কত?

গ) একটি সামান্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ২৪ বর্গ সে.মি. এবং দুই বিপরীত বাহুর লম্ব দূরত্ব ৪ সে.মি. হলে এর ভূমির দৈর্ঘ্য কত?

অনুশীলন:

রম্বসকে পুনরায় সজ্জিত করে বর্গ তৈরি করা যায়। এই ধারণার আলোকে রম্বস আকৃতির কিছু কাগজ নিন। এই কাগজগুলো কেটে আবার সজ্জিত করে (বা অন্য কোন উপায়ে) বিভিন্ন বর্গ তৈরি করুন। এরপর দেখান যে,

রম্বসের ক্ষেত্রফল = (ভূমির দৈর্ঘ্য×উচ্চতা)

## পাঠ ৫: ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

এই পাঠশেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

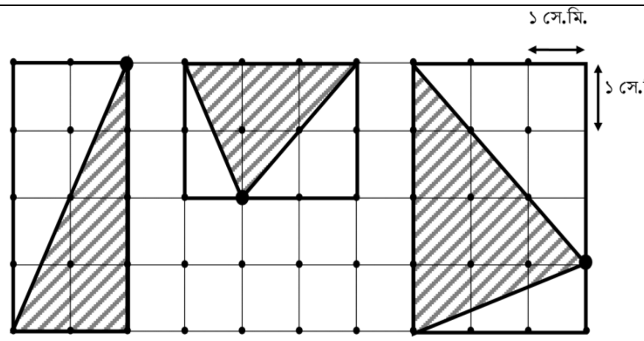
- ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

**প্রারম্ভিক কার্যাবলি:** প্রথমে গ্রিড কাগজের উপর আয়তক্ষেত্র তৈরি করি। পাশের চিত্রের মত আয়তক্ষেত্রের যে কোন বাহুর উপর একটি বিন্দু বাছাই করে নিয়ে ঐ বিন্দু এবং বিপরীত বাহুর প্রান্তবিন্দু যোগ করে আয়তক্ষেত্রের ভেতরে ত্রিভুজ তৈরি করি।

এরপর উপর্যুক্ত শিখনফল অর্জনের লক্ষ্যে নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর চিন্তা করি;

•

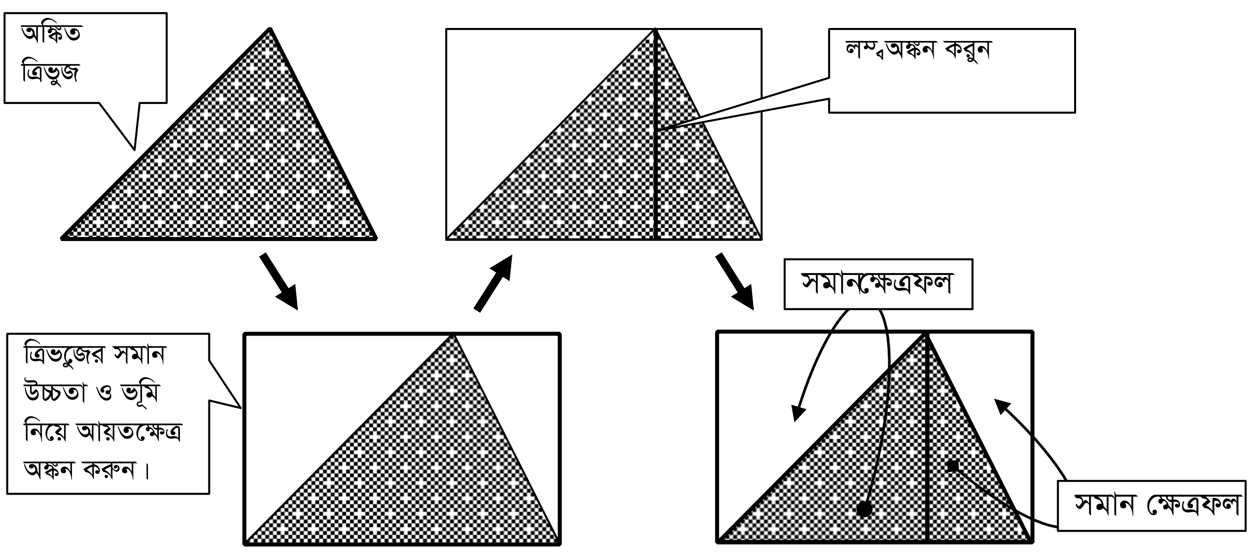
- একই উচ্চতার এবং একই ভূমিবিশিষ্ট আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ও ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের মধ্যে সম্পর্ক কী?




এই প্রশ্নগুলোর উত্তর খুঁজে পেলেই ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের ধারণা পাওয়া যাবে। এই নিয়ে কিছু আলোচনা করা যাক।

বিভিন্ন ধরনের ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ে প্রস্তুতিমূলক অনুশীলনের প্রশ্নগুলোর উত্তর পেতে নিচের চিত্রে উপস্থাপিত ধাপগুলো পর্যায়ক্রমে অনুসরণ করা যাক -

- ত্রিভুজ অঙ্কন করি।
- ত্রিভুজের সমান উচ্চতা ও ভূমি নিয়ে একটি আয়তক্ষেত্র অঙ্কন করি ।
- ত্রিভুজের শীষবিন্দু থেকে ভূমি পর্যন্ত একটি লম্ব অঙ্কন করি।

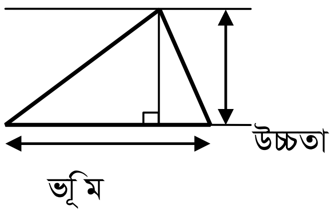


এবার লক্ষ্য করি যে, প্রতি জোড়ায় দুইটি ছোট ত্রিভুজের সমান ক্ষেত্রফল আছে ।

উপরের চিত্রের ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হলো সংশ্লিষ্ট আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অর্ধেক।

অর্থাৎ, সমান ভূমি হলে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল, আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অর্ধেক । যেহেতু আমরা জানি, আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ভূমি × উচ্চতা, সুতরাং ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{১}{২}$(ভূমি × উচ্চতা)।

**বিভিন্ন ধরনের ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সূত্র**

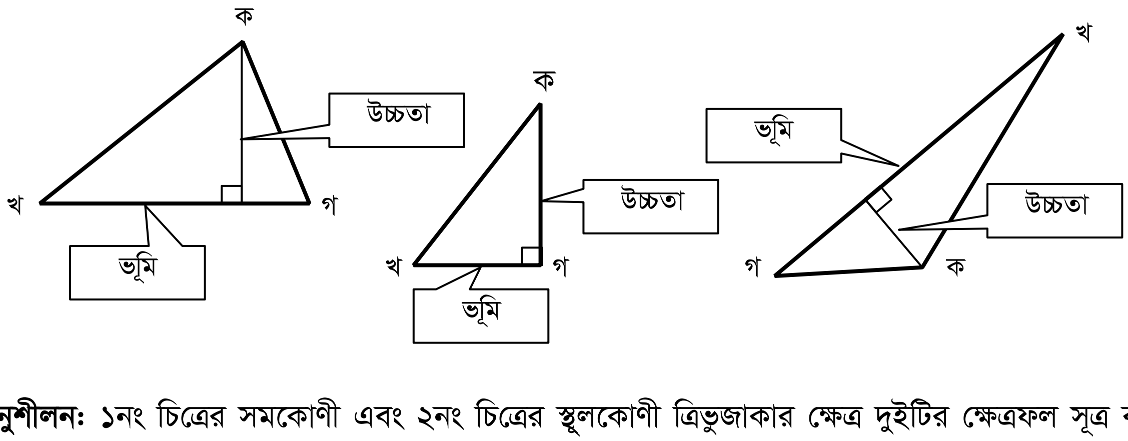



**ত্রিভজু ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{১}{২}$ (ভূমি × উচ্চতা)**

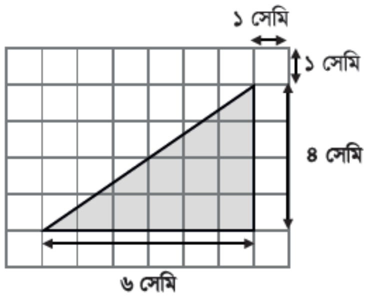
এই পর্যায়ে বিভিন্ন ধরনের ত্রিভুজের ‘ভূমি’ এবং ‘উচ্চতা’ র সাথে পরিচিত হই। ত্রিভুজের যে কোন বাহুকে ভূমি ধরা যায়। ভূমির বিপরীত শীর্ষ থেকে ভূমির উপর লম্বটি উচ্চতা। অতএব প্রত্যেক ত্রিভুজের আলাদা ভূমির জন্য আলাদা উচ্চতা থাকবে। নিচের ছবিগুলোতে-

কখগ ত্রিভুজের মধ্যে,

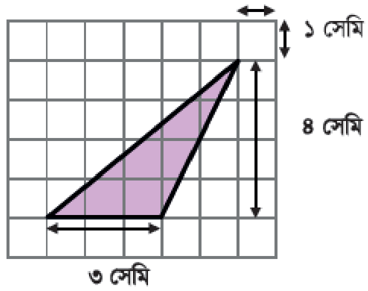
- খগ বাহুর উপর ক শীর্ষবিন্দু থেকে অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য কে ‘উচ্চতা’ বলে।
- খগ বাহুকে ‘ভূমি’ বলে।




**অনুশীলনঃ ১**নং চিত্রের সমকোণী এবং ২নং চিত্রের স্থুলকোণী ত্রিভুজাকার ক্ষেত্র দুইটির ক্ষেত্রফল সূত্র ব্যবহার করে নির্ণয়করুন।



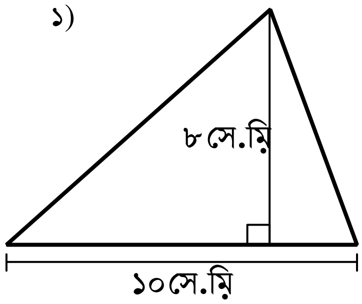
চিত্র-১



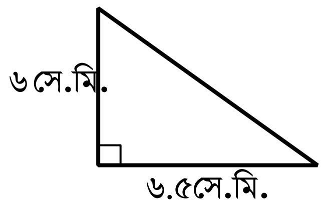
চিত্র-২

**অনুশীলন:**নিচের তিন ধরনের ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল সূত্র ব্যবহার করে নির্ণয় করুন ।

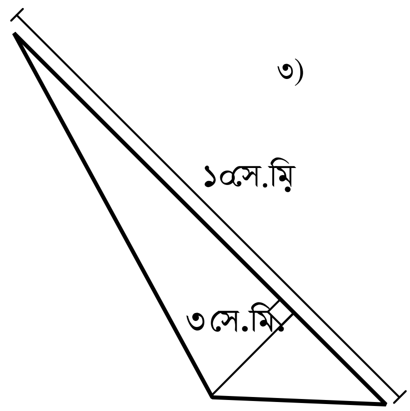
১)




২)

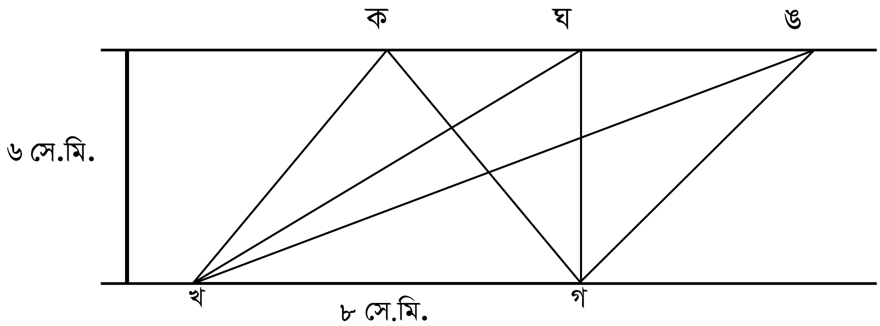



৩)




**ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সম্পকির্ত বিভিন্ন সমস্যা**

নিচের চিত্রটি লক্ষ্য করি। চিত্রে কখগ, ঘখগ এবং ঙখগ ত্রিভুজগুলো কঙ এবং খগ সমান্তরাল রেখা দুইটির মধ্যে অবস্থিত। সমান্তরাল রেখাগুলোর মধ্যকার দূরত্ব হলো ৬ সে.মি.। ত্রিভুজ তিনটির ক্ষেত্রফলের মধ্যে কী সর্ম্পক তা নিয়ে চিন্তা করি।




লক্ষ্য করি যে-

- ত্রিভুজগুলোর ভূমি ও উচ্চতা সমান। তাই ত্রিভুজগুলোর ক্ষেত্রফল সমান হবে।

**অর্থাৎ,**

- **একই সমান্তরাল যুগলের মধ্যে এবং একই ভূমির উপর সবগুলো ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল সমান হয়।**

**অনুশীলনঃ**

চিত্র এঁকে ও সূত্র প্রয়োগ করে নিচের সমস্যাগুলো সমাধান করুন।

(ক) একটি ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ভূমি ২৪ মিটার এবং উচ্চতা ২০ মিটার হলে, এর ক্ষেত্রফল কত?

(খ) একটি ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের উচ্চতা ৩০ মিটার এবং ক্ষেত্রফল ৩০০ বর্গমিটার হলে, ক্ষেত্রটির ভূমির দৈর্ঘ্য কত?

(গ) একটি ত্রিভজুাকার ক্ষেত্রের ভূমি ৪০ মিটার এবং ক্ষেত্রফল ২০০ বর্গমিটার হলে, ক্ষেত্রটির উচ্চতা কত?

**পরামর্শঃ উপরোল্লেখিত বিষয়বস্তু সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা অর্জনের জন্য এই অধ্যায়ে উপস্থাপিত বিষয়বস্তুর পাশাপাশি প্রাথমিক স্তরের পাঠ্যপুস্তকে প্রদত্ত বিষয়বস্তু মনোযোগ সহকারে পড়তে হবে।**

**অর্পিত কাজঃ**

- ত্রিভুজক্ষেত্র, আয়তক্ষেত্র, বর্গক্ষেত্র এবং চর্তুভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় সংশ্লিষ্ট বিভিন্ন ধরনের ৫টি গাণিতিক সমস্যা তৈরি করুন।
- পরবর্তী দুইটি পাঠে আপনাকে এই পাঠে অর্পিত কাজ উপস্থাপন করতে হবে।

**পাঠ ৬ঃ**

**ক্ষেত্রফল সর্ম্পকিত সমস্যা তৈরি ও সমাধান**

এই দুইটি পাঠে আপনাকে পূর্ববর্তী পাঠে অর্পিত কাজ উপস্থাপন করতে হবে। সহ প্রশিক্ষণার্থীরা আপনার উপস্থাপনের শেষে মুক্ত আলোচনা করবেন। আলোচনার মধ্য দিয়ে আপনাদের সমাধানগুলোর যথাথর্তা যাচাই হবে।

## অধ্যায় ১২
## শতকরা

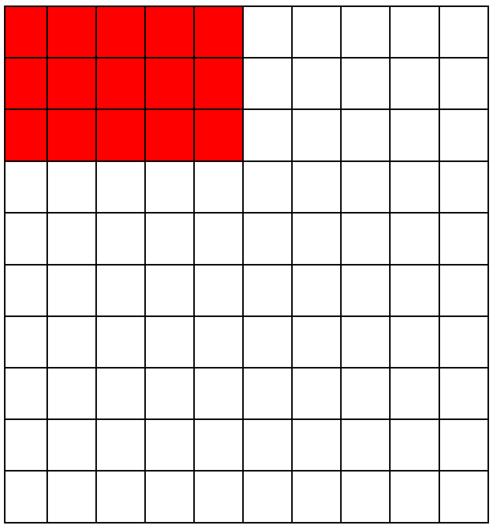
দৈনন্দিন জীবনের বিভিন্ন ধরনের সমস্যা সমাধানে শতকরা ব্যবহার করা এবং শতকরা সংক্রান্ত গাণিতিক সমস্যা তৈরির মাধ্যমে শিক্ষার্থীদের জ্ঞানকে সমৃদ্ধ করাই এই অধ্যায়ের লক্ষ্য। আশা করা যায় এই অধ্যায় অধ্যয়নের মাধ্যমে শিক্ষার্থীগণ শতকরা কীভাবে ব্যবহৃত হয় তা ব্যাখ্যা করাসহ দৈনন্দিন জীবনে শতকরা বিষয়ক সমস্যার সমাধান করতে পারবে।

### পাঠ ১: শতকরার ধারণা

### এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- শতকরার ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- শতকরা সংক্রান্ত সমস্যা সমাধান কৌশল ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

**প্রারম্ভিক কার্যাবলি:** নিচের ক্ষেত্রটি কতটি ছোট ছোট ক্ষেত্রে ভাগ করা হয়েছে? কতটি ঘর রং করা হয়েছে ? রং করা ঘরগুলো বড় ক্ষেত্রটির কত অংশ? ভগ্নাংশটিতে হর কত? একে শতকরায় কিভাবে লেখা হয় ?



**শতকরা**

উপরের বড় ক্ষেত্রটি ১০০টি ছোট ক্ষেত্রে বা ঘরে ভাগকরা হয়েছে। এই একশত ঘরের মধ্যে ১৫টি ঘর রং করা হয়েছে। তা হলে দেখা যায়, রং করা ঘরগুলো বড় ক্ষেত্রটির $\frac{১৫}{১০০}$ অংশ।

$\frac{১৫}{১০০}$ ভগ্নাংশটিতে হর হল ১০০। ভগ্নাংশটিকে পড়া হয় প্রতি শতে ১৫ বা শতকরা ১৫। একে শতকরায় লেখা হয় ১৫%।

এখানে ৫ম শ্রেণির ৫ জন শিক্ষার্থীর প্রথম সাময়িক পরীক্ষা গণিতে প্রাপ্ত নম্বর দেখানো হলো :

| বিষয় | পূর্ণ নম্বর | সিয়াম | সিরাত | সিহাব | পার্থ | মিতা |
|---|---|---|---|---|---|---|
| গণিত | ১০০ | ৮২ | ৭৫ | ৮৫ | ৭০ | ৭৩ |

সিয়াম ১০০ নম্বরে পেয়েছে ৮২ অর্থাৎ সে প্রতি শতে ৮২ বা শতকরা ৮২ বা ৮২% নম্বর পেয়েছে। সিরাত পেয়েছে ৭৫%, সিহাব পেয়েছে ৮৫%, পার্থ পেয়েছে ৭০% এবং মিতা পেয়েছে ৭৩%

**লক্ষ করি : শতকরা একটি ভগ্নাংশ, যার হর ১০০**

**শতকরার ব্যবহার:**

'শতকরা' শব্দের অর্থ 'প্রতি শতে'। যেমন গণিতে মোট বরাদ্দ নম্বর ১০০ এর মধ্যে একজন শিক্ষার্থী ৭৫ নম্বর পেয়েছে। আমরা বলি সে মোট নম্বরের $\frac{৭৫}{১০০}$ অংশ পেয়েছে। আবার অন্যভাবে বলা যায় যে 'প্রতি শতে ৭৫' নম্বর।

উদাহরণ

একটি শ্রেণিতে ছাত্রীর সংখ্যা ২৪ এবং মোট শিক্ষার্থীর সংখ্যা ৬০ হলে, শতকরা কতজন ছাত্রী?

$২৪ \div ৬০ = \frac{২৪}{৬০} = \frac{২}{৫}$ বা ০.৪

যদি শতকরায় এটিকে প্রকাশ করা হয়:

$\frac{২}{৫} \times ১০০ = ৪০\%$ বা $০.৪ \times ১০০ = ৪০\%$

**অনুশীলন-১:**

১. যে কোন খবরের কাগজ পড়ুন এবং এতে শতকরার ব্যবহার আছে কি-না দেখনু । এরপর,

- যেসব বাক্যে শতকরা (%) উল্লেখ রয়েছে সেগুলো বের করে লিখে নিন।
- এ শব্দগুলোর মানে আপনার নিজের ভাষায় ব্যাখ্যা করুন।

২.আমরা আমাদের শ্রেণিকক্ষ এবং দৈনন্দিন জীবন থেকে শতকরা সম্বন্ধীয় অনেক উদাহরণ বের করতে পারি। উদাহরণস্বরূপ, একটি শ্রেণিকক্ষ থেকে আমরা পেতে পারি:

- ছাত্র এবং ছাত্রীর শতকরা হার,
- বিভিন্ন ধর্মাবলম্বী শিক্ষার্থীর সংখ্যা ইত্যাদি।

৩.আমাদের দৈনন্দিন জীবন থেকে কীভাবে শতকরা সম্পর্কীয় প্রশ্ন বা সমস্যা বের করা যায় সে বিষয়ে একে অপরের সাথে আলোচনা করুন।

**অনুশীলন-২: শতকরা সম্পর্কিত সমস্যা তৈরি করুন।**

**পাঠ ২: শতকরাকে ভগ্নাংশে এবং ভগ্নাংশকে শতকরায় প্রকাশ**

**এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-**

- শতকরাকে ভগ্নাংশে এবং ভগ্নাংশকে শতকরায় প্রকাশ করতে পারবেন।
- শতকরা সংক্রান্ত সমস্যার সমাধান করতে পারবেন।

**প্রারম্ভিক কার্যাবলি:**

**পাঠ ১** এ বড় ক্ষেত্রটি ১০০টি ছোট ক্ষেত্রে ভাগ করা হয়েছে। এই একশত ঘরের মধ্যে ১৫টি ঘর রং করা হয়েছে। তা হলে রং করা ঘরগুলো বড় ক্ষেত্রটির কত অংশ।? একে শতকরায় কিভাবে লেখা হয়?

**শতকরাকে ভগ্নাংশে এবং ভগ্নাংশকে শতকরায় প্রকাশ:**

উদাহরণ ১: $\frac{৪}{৫}$ কে শতকরায় প্রকাশ কর। সমাধান: $\frac{৪}{৫} = \frac{৪ \times ২০}{৫ \times ২০} = \frac{৮০}{১০০} = ৮০\%$

উদাহরণ-২: ৩৫% কে সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

সমাধান :

$$৩৫\% = \overset{৭}{\cancel{৩৫}} \times \frac{১}{\underset{২০}{\cancel{১০০}}}$$

$$= \frac{৭}{২০}$$

উত্তর : $\frac{৭}{২০}$

উদাহরণ-৩:

$\frac{৩}{৪}$ কে শতকরায় প্রকাশ কর

সমাধানঃ

$$\frac{৩}{৪} = \frac{৩\times১০০}{৪\times১০০} = \frac{৩\times১০০}{৪} \times \frac{১}{১০০} = ৭৫\times \frac{১}{১০০}$$

$$= ৭৫\%$$

উত্তর : ৭৫%।

উদাহরণ ৪। ৪৫% কে ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। সমাধান: ৪৫% $= \frac{৪৫^{৯}}{১০০_{২০}} = \frac{৯}{২০}$

উদাহরণ: ৫। ধরা যাক চালের মূল্য গত বছরের তুলনায় এ বছরে ৮% বৃদ্ধি পেয়েছে। যদি এক কেজি চালের মূল্য গত বছরে ৫০ টাকা হয় তাহলে এ বছরে এক কেজি চালের মূল্য কত?

সমাধান: যদি গত বছরে চালের মূল্য ৫০ টাকা হয় তাহলে এ বছরে চালের মূল্য হল: ৫০ + ৫০ × ৮%

= ৫০ + ৫০ × ০.০৮

= ৫০ + ৪ = ৫৪

সুতরাং এ বছরে চালের মূল্য কেজি প্রতি ৫৪ টাকা।

**অনুশীলনঃ**

১। সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ করুন :

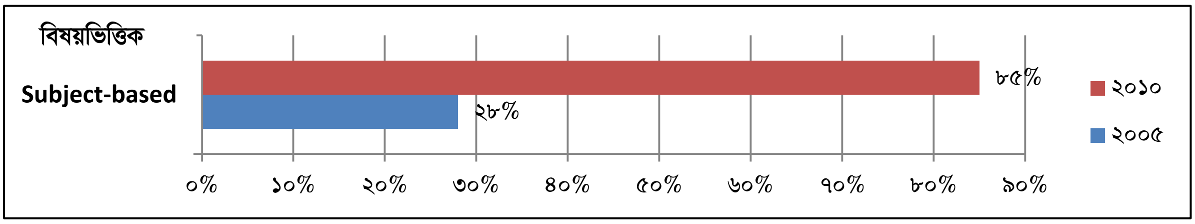
ক) ১৫% খ) ৩৫% গ) ৭৫% ঘ) ৮৫%

২। শতকরায় প্রকাশ করুন :

ক) $\frac{৫}{৮}$ খ) $\frac{৫}{১২}$ গ) $\frac{১৮}{১৫}$ (ঘ) $\frac{৬৫}{৫০}$

**শতকরা সম্বন্ধীয় সমস্যা**

অনুশীলন -১: নিচের সারণীটি দেখুন, যেখানে ২০০৫ এবং ২০১০ সালে বিষয়ভিত্তিক প্রশিক্ষণপ্রাপ্ত শিক্ষকদের **শতকরা হার** দেখানো হয়েছে।




DPE (2011): Annual sector performance report 2011

(১) ধরা যাক, ২০১০ সালে সারা দেশে প্রায় ২,০০,০০০ সরকারি প্রাথমিক বিদ্যালয়ের (জিপিএস) শিক্ষক আছে। তাহলে এর মধ্যে কতজন সরকারি প্রাথমিক বিদ্যালয়ের শিক্ষক ২০১০ সালে বিষয়ভিত্তিক প্রশিক্ষণ লাভ করেছেন?

(২) উপর্যুক্ত গ্রাফে দেখা যাচ্ছে ২০০৫ সালে প্রশিক্ষিত শিক্ষকের শতকরা হার ২৮% যা ২০১০ সালের ৮৫% এর প্রায় এক তৃতীয়াংশ। তাহলে আমরা কি বলতে পারি ২০০৫ সালের প্রশিক্ষণপ্রাপ্ত শিক্ষকের সংখ্যা ২০১০ সালের প্রশিক্ষণপ্রাপ্ত শিক্ষকের সংখ্যার এক তৃতীয়াংশ? যদি হ্যাঁ বা না হয় তাহলে কেন আপনি এরকম চিন্তা করছেন?

অনুশীলন - ২

নিচের সারণীটি দেখুন, চিন্তা করুন এবং আলোচনা করুন কীভাবে অন্যান্য বিদ্যালয়গুলোর শতকরা হিসেব করা হয়েছে। (উদাহরণ স্বরূপ ২৬.৬%, ২৭.৩% এবং ২০.১%)। পরবর্তীতে নিম্নোক্ত কাজগুলো সম্পন্ন করুন।

| **বিদ্যালয়ের ধরন** | **বিদ্যালয়** | | **শিক্ষক** | | **শিক্ষার্থী** | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | **সংখ্যা** | **%** | **সংখ্যা** | **%** | **সংখ্যা** | **%** |
| সরকারী প্রাথমিক বিদ্যালয় | ৩৭৬৭২ | ক | ২১৩৬৫২ | গ | ৯৯০৪২৫৪ | ঙ |
| নিবন্ধনকৃত বেসরকারী প্রাথমিক বিদ্যালয় | ২০০৬১ | খ | ৭৩৬১৬ | ঘ | ৩৬৫০৬২৪ | চ |
| অন্যান্য বিদ্যালয় | ২০৯৫২ | ২৬.৬% | ১০৮০১৩ | ২৭.৩% | ৩৪০৩০১৬ | ২০.১ % |
| **মোট** | ৭৮৬৮৫ | ১০০% | ৩৯৫২৮১ | ১০০% | ১৬৯৫৭৮৯৪ | ১০০% |

**সূত্রঃ** DPE (2011): Annual primary school census report 2011

১) ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে ক, খ, গ, ঘ, ঙ এবং চ-এর শতকরা হিসেব বের করুন।
২) একজনের উত্তর সমগ্র শ্রেণিতে ব্যাখ্যা করুন।
৩) এ সারণী থেকে আমরা কী পেতে পারি তা আলোচনা করুন এবং সকলের সাথে ফলাফল বিনিময় করুন।

উপর্যুক্ত সারণীতে "অন্যান্য বিদ্যালয়"-এ রেজিস্টার্ড বেসরকারী প্রাথমিক বিদ্যালয়, এবতেদায়ী মাদ্রাসা, পিটিআই সংলগ্ন পরীক্ষণ বিদ্যালয়, উচ্চ বিদ্যালয়ের সাথে যুক্ত প্রাথমিক বিদ্যালয় ইত্যাদি অন্তর্ভুক্ত করা রয়েছে।

অনুশীলন ৩

আপনার দৈনন্দিন জীবনের সাথে সম্পর্কিত শতকরার একটি গাণিতিক সমস্যা তৈরি করুন।

আপনাকে কমপক্ষে একটি সমস্যা তৈরি করতে হবে। পাঠে সমাধানকৃত সমস্যায় পরিবর্তন এনে একটি সমস্যা তৈরি করতে পারেন। আরও ভাল হয় যদি আপনি খবরের কাগজ, বই এবং অন্য কোন দলিল থেকে "বাস্তব" তথ্য ব্যবহার করতে পারেন। সমস্যা তৈরি করা হয়ে গেলে, একে অপরের সাথে সমস্যা সমাধান করার জন্য মত বিনিময় করুন।

অনুশীলন ৪

১. বাংলাদেশের আয়তন ১৫০,০০০ বর্গ কিলোমিটার। যদি বাংলাদেশের আয়তন যুক্তরাজ্যের আয়তনের ৫% হয় তাহলে যুক্তরাজ্যের আয়তন কত?
২. ঢাকা থেকে ময়মনসিংহের দূরত্ব ১২০ কিলোমিটার। মানচিত্রের স্কেলের মাপের ১ থেকে ২৫০,০০০ সেন্টিমিটারে এর মাপ কত দেখাবে?
৩. বাংলাদেশের ৬৩% মানুষ কৃষিখাতে নিয়োজিত।বাংলাদেশের জনসংখ্যা ১৪০,০০০,০০০ জন। তাহলে কৃষিক্ষেত্রে কতজন নিয়োজিত?
৪. মানুষের শরীরে পানি থাকে। একটি নবজাত শিশুর শরীরে তার ওজনের ৭৫% পানি থাকতে পারে। যদি কোন নবজাত শিশুর ওজন ২৮০০ গ্রাম হয় তাহলে তার শরীরে পানির পরিমাণ কত হতে পারে?
৫. ২৭ গ্রাম লবণ এবং কিছু পানি মিশিয়ে আমরা ৩% লবনাক্ত দ্রবন বানাই। মোট লবনাক্ত দ্রবণের ওজন কত হবে?

**পাঠ-৩: শতকরার ব্যবহার (জনসংখ্যা, লাভ-ক্ষতি, মুনাফা)**

**এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-**

- দৈনন্দিন জীবনে শতকরা ব্যবহার করে সমস্যার সমাধান করতে পারবেন।

**প্রারম্ভিক কার্যাবলি:** দৈনন্দিন জীবনে শতকরা ব্যবহার কোথায় এবং কিভাবে হয় চিন্তা করার সুযোগ দিনএবং প্রাসঙ্গিক আলোচনার মাধ্যমে পাঠ শুরু করুন।

**শতকরার ব্যবহার**

শিক্ষার্থীগণ আলোচনা করে সমাধান করবে

(১) মনে করি, ক এর মান ৫% বাড়লে খ-এর মানের সমান হয়। ক = ৬০ হলে খ-এর মান কত?

(২) মনে করি, ক-এর মান ৮% বৃদ্ধি পেলে খ-এর মানের সমান হয়। খ = ৮১ হলে ক-এর মান কত?

**[সমাধানের সংক্ষিপ্ত ব্যাখ্যা]**

| (১) | (২) |
|---|---|
| $ক + \frac{৫}{১০০} \times ক = খ$ এবং ক=৬০ | $ক + \frac{৮}{১০০} \times ক = খ$ এবং খ=৮১ |
| সুতরাং $৬০ + \frac{৫}{১০০} \times ৬০ = খ$ | সুতরাং, $ক + \frac{৮}{১০০} \times ক = ৮১$ |
| $\therefore$ খ=৬৩ | $\frac{১০৮}{১০০} \times ক = ৮১$ |
| | $\therefore$ ক=৭৫ |

উদাহারণ-১। সখীপুর গ্রামের লোক সংখ্যা ১২৮০ জন। ঐ গ্রামের ৪০% লোক শিক্ষিত হলে, শিক্ষিত লোকের সংখ্যা নির্ণয় কর।

সমাধানঃ সখীপুর গ্রামে ৪০% লোক শিক্ষিত।

অর্থাৎ, ১০০ জন লোকের মধ্যে শিক্ষিত ৪০ জন

১ " " " $\frac{৪০}{১০০}$ "

১২৮০ " " " $\frac{\cancel{৪০}^{২} \times \cancel{১২৮০}^{২৫৬}}{\cancel{১০০}_{\cancel{৫}\ ১}}$ = ৫১২ জন

উদাহারণ-২। একটি কলম ৫০ টাকায় ক্রয় করে ৪৬ টাকায় বিক্রয় করলে শতকরা কত ক্ষতি হবে?

সমাধানঃ ক্রয় মূল্য ৫০ টাকা
বিক্রয়মূল্য ৪৬ টাকা
ক্ষতি = ৫০ টাকা - ৪৬ টাকা = ৪ টাকা
৫০ টাকায় ক্ষতি হয় ৪ টাকা

১ ” ” ” $\frac{৪}{৫০}$ ”

২

∴ ১০০ ” ” ” $\frac{৪ \times \cancel{১০০}}{\cancel{৫০}}$ = ৮ টাকা

১

∴ শতকরা ৮ টাকা ক্ষতি হয়।

উদাহারণ-৩। মাহফুজা ৫০০ টাকা ব্যাংকে জমা রেখে ৩ বছরে ১০৫ টাকা মুনাফা পেল। শতকরা বার্ষিক মুনাফার হার কত?

সমাধানঃ
৫০০ টাকার ৩ বছরের মুনাফা ১০৫ টাকা

৫০০ ” ১ ” ” $\frac{১০৫}{৩}$ ”

১ ” ১ ” ” $\frac{১০৫}{৫০০ \times ৩}$ ”

৭ ২১ ১

১০০ ” ” ” $\frac{\cancel{১০৫} \times \cancel{১০০}}{\cancel{৫০০} \times \cancel{৩}১}$ = ৭ টাকা

৫ ১

∴ শতকরা বার্ষিক মুনাফা ৭ টাকা।

উদাহারণ-৪। মুনাফার হার ৮% হলে কত টাকার ৫ বছরের মুনাফা ২৪০ টাকা হবে?
সমাধানঃ
৮ টাকা মুনাফা হয় ১ বছরে যখন আসল ১০০ টাকা

১ " ১ " " " $\frac{১০০}{৮}$ "

২৪০ " ১ " " " $\frac{১০০\times২৪০}{৮}$ "

২৪০ " ৫ " " " $\frac{১০০\times\cancel{২৪০}^{\cancel{৩০}\ ৬}}{\cancel{৮}_{১}\times\cancel{৫}_{১}}$ = ৬০০ টাকা

= ৬০০ টাকা।

**সমস্যাঃ**

১। আলীপুর গ্রামের লোকসংখ্যা ১৮০০ জন। ঐ গ্রামে ৪৫% লোক শিক্ষিত হলে, শিক্ষিত লোকের সংখ্যা কত?

২। চন্দনপুর গ্রামে লোকসংখ্যা শতকরা ৪ জন বৃদ্ধি পেয়ে ১০৪০ জন হলো। পূর্বে ঐ গ্রামের লোকসংখ্যা কতজন ছিল?

৩। মাহফুজা ব্যাংকে ৯০০ টাকা জমা রেখে ৩ বছরে ৮১ টাকা মুনাফা পেল। শতকরা বার্ষিক মুনাফার হার কত?

৪। শতকরা বার্ষিক ৮ টাকা মুনাফায় কোনো আসলের ৫ বছরের মুনাফা ৩৬০ টাকা। আসল নির্ণয় কর।

৫। বার্ষিক ৫% মুনাফায় কত বছরে ৪২৫ টাকা মুনাফাসহ আসল ৫১০ টাকা হবে?

# অধ্যায় ১৩

## উপাত্ত সংগ্রহ ও বিনস্তকরণ

নিকট পরিবেশের বিভিন্ন তথ্যসমূহকে আমরা বিভিন্ন প্রয়োজনে উপাত্তরূপে সংগ্রহ করি। শিশুদের পরিচিত পরিবেশ হতে বিভিন্ন ধরনের তথ্যকে উপাত্তরূপে সংগ্রহ এবং এ সকল উপাত্তসমূহকে বিন্যস্ত করে তা ব্যবহার করার সুযোগ দেওয়া অত্যন্ত প্রয়োজন। ছবি বা সাংকেতিক চিহ্নের মাধ্যমে সংগৃহীত উপাত্তকে উপস্থাপন করলে তা সাক্ষর বা নিরক্ষর নির্বিশেষে সকলের কাছে সহজবোধ্য ও চিত্তাকর্ষক হয়ে উঠে। এই অধ্যায় শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ বিদ্যালয়ের শ্রেণিকক্ষে উপাত্ত সংগ্রহ ও বিন্যস্তকরণ সম্পর্কিত **শিখন শেখানো কার্যক্রম** কার্যকরভাবে পরিচালনা করতে সক্ষম হবেন বলে আশা করা যায়।

### পাঠ-১: উপাত্ত সংগ্রহ এবং বিন্যস্তকরণ

**এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-**

- উপাত্ত কী  তা বলতে পারবেন।
- সংগৃহীত উপাত্তসমহূ উপস্থাপনের জন্য সারণি প্রস্তুত করতে পারবেন।

**প্রারম্ভিক কার্যাবলি:** তথ্য কিভাবে সংগ্রহ করা হয়? । উপাত্তকে কিভাবে উপস্থাপন করলে তা সকলের কাছে সহজবোধ্য ও চিত্তাকর্ষক হয়ে উঠে? । সংখ্যার মাধ্যমে প্রকাশিত তথ্যকে কি বলা হয়?

তথ্য:

কোন ঘটনা বা বিষয়ের সংখ্যাত্মক পরিমাপ হলো পরিসংখ্যানের তথ্য। যেমন জনসংখ্যা, জন্ম, মৃত্যু , মূল্য, বয়স, উচ্চতা, ওজন ইত্যাদি সংখ্যাত্মক তথ্য দ্বারা পরিসংখ্যান বোঝানো হয়। এরূপ কোনো বিষয়ের সংখ্যা সূচককে ঐ ঘটনার পরিসংখ্যান বলে। সংখ্যার মাধ্যমে প্রকাশিত তথ্যকে উপাত্ত (ডাটা) বলে।

অবিন্যস্ত উপাত্তঃ যে উপাত্তগুলো কোনো বৈশিষ্ট্য অনুযায়ী সাজানো থাকে না সেগুলো অবিন্যস্ত উপাত্ত।
বিন্যস্ত উপাত্ত: যে উপাত্তগুগো কোনো বৈশিষ্ট্য অনুযায়ী বিভিন্ন শ্রেণিতে সাজানো থাকে সেগুলো বিন্যস্ত উপাত্ত।

২৫ জন শিক্ষার্থীর বার্ষিক পরীক্ষা গণিত বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বর নিচে উল্লেখ করা হলো ঃ
**৫৯, ৭২, ৭০, ৫২, ৬৯, ৪১, ৪৪, ৮৫, ৮৮, ৭৬, ৮০, ৫৮, ৮৯, ৮৫, ৯৬, ৮৪, ৭৮, ৭২, ৬৮, ৭৫, ৯৮, ৭৪, ৭৩, ৭৭, ৭১**

উপরের উপাত্তগুলো কোনো বৈশিষ্ট্য অনুযায়ী সাজানো নয়। এগুলো অবিন্যস্ত উপাত্ত। উপাত্তগুলোকে সুবিধামতো সাজিয়ে নিলে তা থেকে প্রয়োজনীয় তথ্য পাওয়া সহজ হয়।

শিক্ষার্থীদের প্রাপ্ত নম্বরসমূহের উপাত্তগুলোকে কৃতিত্বের ক্রম বা শ্রেণি অনুযায়ী সাজালে হবে বিন্যস্ত উপাত্ত।

প্রত্যেক শ্রেণির দুইটি মানের মধ্যে পার্থক্য বা ব্যবধান হলো শ্রেণি ব্যবধান। উপর্যুক্ত উপাত্তগুলোর মধ্যে সর্বোচ্চ মান ৯৮ এবং সর্বনিম্ন মান ৪১,
তাদের পার্থক্য = ৯৮ - ৪১ = ৫৭।

সুবিধাজনক সংখ্যা ১০ কে শ্রেণি ব্যবধান ধরা হলো।
৪০ থেকে ১০০ পর্যন্ত নম্বরকে ১০ ব্যবধান করে সারণি তৈরি করা হলো:

| নম্বরের শ্রেণি বিভাগ | ট্যালি চিহ্ন | ছাত্র/ছাত্রী সংখ্যা/ ঘটন সংখ্যা |
|---|---|---|
| ৪০-৪৯ | \| \| | ২ |
| ৫০-৫৯ | \| \| \| | ৩ |
| ৬০-৬৯ | \| \| | ২ |
| ৭০-৭৯ | 卌 卌 | ১০ |
| ৮০-৮৯ | 卌 \| | ৬ |
| ৯০-৯৯ | \| \| | ২ |
| | | মোট ২৫ |

৪০ থেকে শুরু করে প্রতি ১০ ব্যবধানে একটি শ্রেণি গঠন করা হলো। প্রথমে বাম পাশে শ্রেণিগুলো লেখা হলো। সর্বনিম্ন সংখ্যা ৪১; এটি ৪০-৪৯ শ্রেণিতে বসল। সুতরাং ঐ শ্রেণিতে একটি ট্যালি চিহ্ন দেওয়া হলো। পরবর্তী নম্বর ৪৪, এটিও ৪০-৪৯ শ্রেণিতে বসল এবং ঐ শ্রেণিতে আরেকটি ট্যালি চিহ্ন দেওয়া হলো। এইভাবে পরবর্তী সংখ্যাগুলো সংশ্লিষ্ট শ্রেণিতে ট্যালি চিহ্ন দিয়ে সারণি সম্পূর্ণ করা হলো। ৭০-৭৯ শ্রেণিতে লক্ষ করা যায় যে, প্রথম চারটি ট্যালি চিহ্নের পর পঞ্চম ট্যালি বসানোর বেলায় পঞ্চম চিহ্নটি আলাদাভাবে পাশে না বসিয়ে চারটি চিহ্ন জুড়ে আড়া আড়িভাবে দেওয়া হয়েছে।

উদাহরণ ১। ২৫ জন শিক্ষার্থীর বাংলা বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হলো:

৭৫, ৬৮, ৭৪, ৬৬, ৮০, ৬৫, ৭৫, ৬৭, ৮৬, ৭৫, ৬৮, ৮২, ৮৮, ৮৪, ৭২, ৬৬, ৮৫, ৭৩, ৭৬, ৭৮, ৬৭, ৭৯, ৮৬, ৮২, ৮৪।

৫ শ্রেণি ব্যবধান নিয়ে উপাত্তগুলো বিন্যস্ত করুন।

সমাধান : ৫ শ্রেণি ব্যবধান নিয়ে সারণি তৈরি করা হলো:

| নম্বরের শ্রেণি বিভাগ | ট্যালি চিহ্ন | ঘটন সংখ্যা |
|---|---|---|
| ৬৫-৬৯ | 卌 \| \| | ৭ |
| ৭০-৭৪ | \| \| \| | ৩ |
| ৭৫-৭৯ | 卌 \| | ৬ |
| ৮০-৮৪ | 卌 | ৫ |
| ৮৫-৮৯ | \| \| \| \| | ৪ |
| | | মোট ২৫ |

এ পাঠটি উপাত্ত সংগ্রহ করার ও উপস্থাপনের পদ্ধতি এবং সারণির ব্যবহার সম্পকির্ত মৌলিক জ্ঞান এবং দক্ষতা অর্জনের উপর ভিত্তি করে তৈরি করা হয়েছে। এ সকল কার্যাবলির মাধ্যমে প্রশিক্ষণার্থীরা উপাত্ত প্রদর্শনের জন্য সারণির প্রয়োজনীয়তা এবং সেইসাথে উপাত্তর ব্যাখ্যা সম্পর্কে অবহিত হবে।

**অনুশীলনঃ**

১। ২০ জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বর নিচে দেওয়া হলো। উপাত্তসমূহ বিন্যস্ত করুন।
৭৫, ৬৩, ৭৫, ৭৫, ৭১, ৭৫, ৬৩, ৭২, ৭২, ৬৯,
৭২, ৭০, ৬১, ৭৫, ৬০, ৭১, ৬৯, ৬৩, ৬৫, ৬৯

২। নিচে ২০টি দোকানের দৈনিক বিক্রয় তথ্য (টাকায়) দেওয়া হলো। উপাত্তগুলো বিন্যস্ত করুনঃ
১২৫, ২০০, ১৭০, ২২৫, ৩২৫, ২৭০, ১৮০, ২১০, ৩০০, ৩১৫,
৩৯০, ২৫০, ২৬০, ২২০, ২৭০, ৩৭৫, ৩১৫, ২২০, ২৫০, ২৭০

৩। ১৫ জন শ্রমিকের দৈনিক বেতন (টাকায়) দেওয়া হলো। ৩২৫, ৩০০, ৩২৫, ৩৫০,
৩০০, ৩২৫, ৩২৫, ৩০০, ৩৫০, ৩৫০, ৩২৫, ৪০০, ৩৫০, ৩২৫, ৩২৫। উপাত্তগুলো বিন্যস্ত করুন।

**পাঠ ২: লেখচিত্র**

এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- লেখচিত্র ব্যবহারের উদ্দেশ্য উদাহরণসহ ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- স্তম্ভলেখ অংকন করতে পারবেন।

**প্রারম্ভিক কার্যাবলি: লেখচিত্র** ব্যবহারের প্রয়োজনীয়তা কী ? এথেকে কী জানা যায় ? এর ব্যবহার কোথায় কোথায়দেখা যায়?

**লেখচিত্র:**

আমরা প্রায়ই খবরের কাগজ, ম্যাগাজিন, পোস্টার, রিপোর্ট ইত্যাদিতে **লেখচিত্র** লক্ষ করে থাকি। **লেখচিত্র** ব্যবহারের জ্ঞান এবং দক্ষতার বৃদ্ধি ঘটানোই হলো এ পাঠের লক্ষ্য।

*প্রদত্ত তথ্য বা সংগৃহীত উপাত্ত সহজে বোঝার ও দৃশ্যমান করার জন্য লেখচিত্র একটি কার্যকর মাধ্যম।*
উদাহরণ ১। জয়পাড়া সরকারি প্রাথমিক বিদ্যালয়ের বিভিন্ন শ্রেণির শিক্ষার্থীর সংখ্যা নিম্নরূপ ঃ

| শ্রেণি | শিক্ষার্থীর সংখ্যা |
|---|---|
| প্রথম শ্রেণি | ৭৫ |
| দ্বিতীয় শ্রেণি | ৬৭ |
| তৃতীয় শ্রেণি | ৫৮ |
| চতুর্থ শ্রেণি | ৫৩ |
| পঞ্চম শ্রেণি | ৪৮ |

ছকের তথ্য অনুসরণ করে একটি স্তম্ভ লেখ আঁকুন।

**সমাধান ঃ**
পরস্পর লম্বা দুইটি রেখা কখ ও কগ আঁকি।
কখ রেখার উপর সমান দূরত্বে পরপর পর্যাপ্ত সংখ্যক দাগ কাটি। এক এক ঘর ব্যবধানে একেকটি ঘরকে প্রথম, দ্বিতীয়, তৃতীয়, চতুর্থ ও পঞ্চম শ্রেণি রূপে বিবেচনা করি।

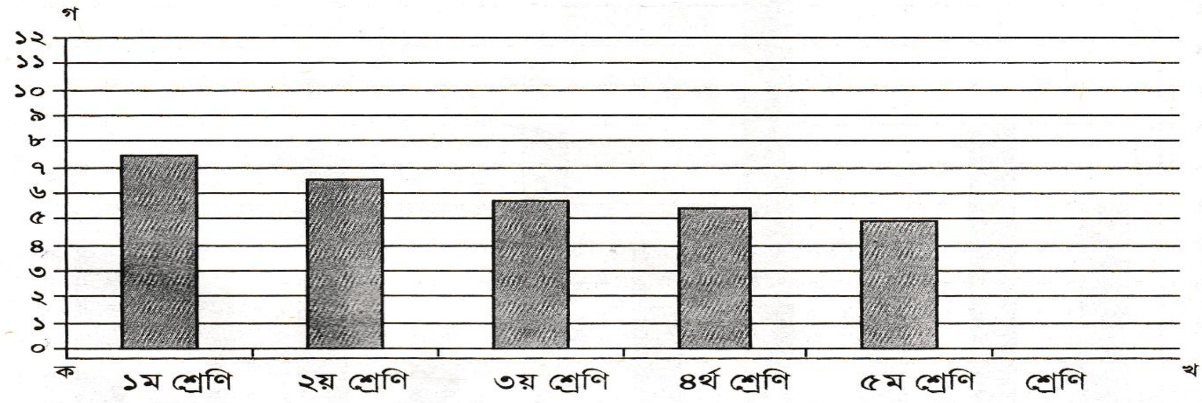
কগ রেখার উপর প্রতি ১ সে. মি. দূরত্বে পরপর পর্যাপ্ত সংখ্যক দাগ কাটি এবং এই সব দাগ বরাবর কখ রেখার সমান্তরাল করে রেখা টানি।

কগ রেখা বরাবর উর্ধ্বদিকে প্রতি সেন্টিমিটারকে ১০ জন শিক্ষার্থী রূপে বিবেচনা করি। সুতরাং কগ রেখা বরাবর ১ মিলিমিটার ১ জন শিক্ষার্থী বোঝায়।

প্রথম শ্রেণির ঘরের কখ রেখায় অবস্থিত দাগ দুইটিতে রেখার সমান্তরাল ৭৫ মি.মি. = ৭.৫ সে.মি. উচ্চ দুইটি রেখা আঁকি এবং তাদের শীর্ষবিন্দু দুইটি সংযুক্ত করি। এতে যে সরু আয়তক্ষেত্র তৈরি হল, তাই প্রথম শ্রেণির ৭৫ জন শিক্ষার্থীর স্তম্ভ লেখ। লেখাটি ও দৃষ্টিনন্দন করার জন্য স্তম্ভটি ভরাট করি।

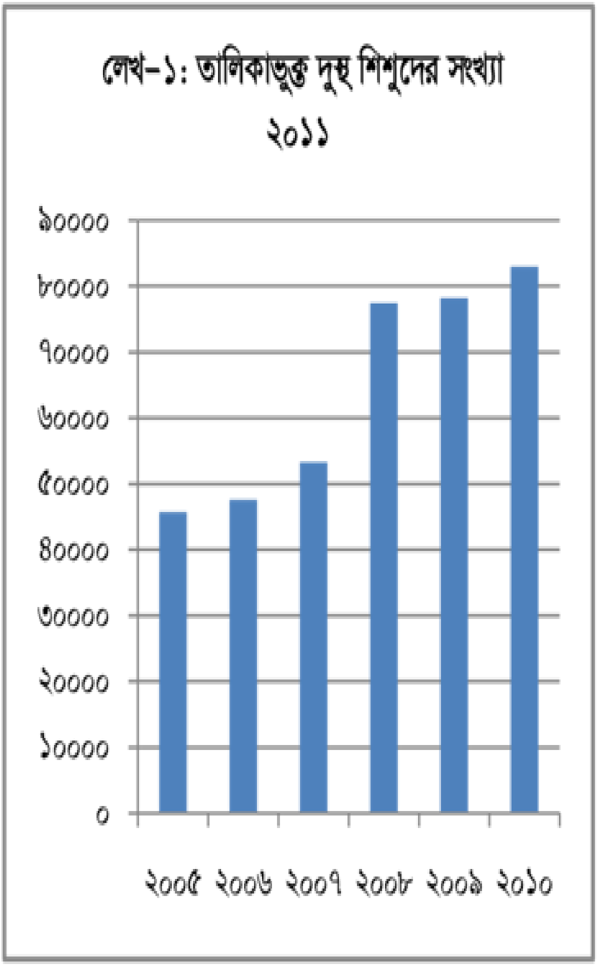
অনুরূপভাবে, যথাক্রমে ৬.৭ সে.মি., ৫.৮ সে.মি., ৫.৩ সে.মি. ও ৪.৯ সে.মি. উচ্চতাবিশিষ্ট দ্বিতীয়, তৃতীয়, চতুর্থ ও পঞ্চম শ্রেণির শিক্ষার্থীদের স্তম্ভ তৈরি করি।

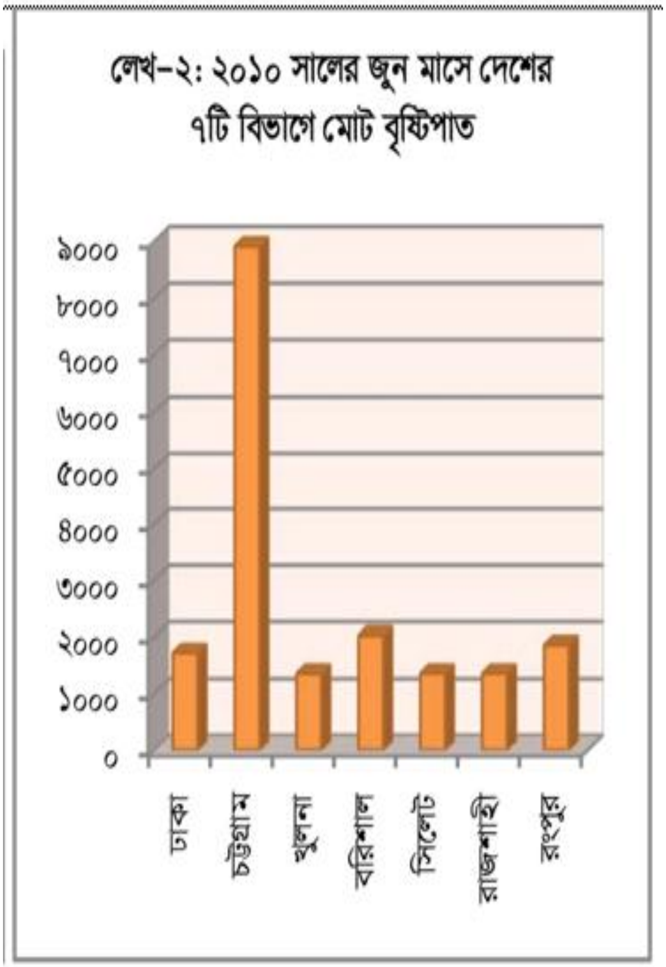
এরূপে প্রাপ্ত সামগ্রিক চিত্রটি প্রদত্ত উপাত্তের লেখচিত্র।




**জয়পাড়া সরকারি প্রাথমিক বিদ্যালয়ের শ্রেণি ওয়ারী শিক্ষার্থীর সংখ্যা (উল্লম্ব রেখা কগ বরাবর ১ সে.মি. সমান ১০ জন শিক্ষার্থী ধরা হয়েছে)**

নিচের **লেখচিত্রটি** দেখনু । আপনি এ **লেখচিত্র** থেকে কী বের করতে পারেন? উলম্ব এবং অনুভূমিক অক্ষ কী কী প্রতিনিধিত্ব করছে?




**লেখচিত্রের ব্যাখ্যা:**

লেখ ১ এ ২০০৫ সাল থেকে ২০১০ সাল পর্যন্ত বাংলাদেশে তালিকাভূক্ত দুস্থ শিশুদের সংখ্যা বা পরিমাণের তুলনামূলক চিত্ররূপ দেখানো হয়েছে।

–এটির উল্লম্ব অক্ষে শিশুদের সংখ্যা প্রদর্শন করা হয়েছে

– এবং অনুভূমিক অক্ষে বছর প্রদর্শন করা হয়েছে। এই লেখচিত্রে শিশুদের সংখ্যার ক্রমপরিবর্তন দেখানো হয়েছে।

লেখ ২ এ কী দেখানো হয়েছে?

-

-

-

লক্ষ করুন যে, আমরা তথ্য বা উপাত্তের সংখ্যা, ক্রম পরিবতর্ন এবং বিস্তারের সম্পর্ক প্রদর্শনের জন্য গ্রাফ এবং চার্ট ব্যবহার করে থাকি।

সমস্যাঃ

১। ঝালতলা সরকারি প্রাথমিক বিদ্যালয়ের পাঁচটি শ্রেণির শিক্ষার্থীর সংখ্যা নিম্নরূপঃ

| **শ্রেণি** | **শিক্ষার্থীর সংখ্যা** |
|---|---|
| প্রথম শ্রেণি | ৯৮ |
| দ্বিতীয় শ্রেণি | ৮৭ |
| তৃতীয় শ্রেণি | ৭৯ |
| চতুর্থ শ্রেণি | ৬৬ |
| পঞ্চম শ্রেণি | ৫৫ |

উপাত্ত অনুসরণ করে স্তম্ভ লেখ আঁকুন।

২। ঢাকা থেকে কয়েকটি শহরের দূরত্ব (দশ কিলোমিটারের নিকটতম গুণিতকে) নিচের ছকে দেওয়া হল। উপাত্ত অনুসরণ করে স্তম্ভ লেখ আঁকুন।

| **স্থান** | **দূরত্ব** |
|---|---|
| খুলনা | ৩৩০ কি.মি. |
| চট্টগ্রাম | ২৯০ কি.মি. |
| কুষ্টিয়া | ২৬০ কি.মি. |
| রাজশাহী | ৩১০ কি.মি. |
| রংপুর | ৪৪০ কি.মি. |
| সিলেট | ৪১০ কি.মি. |

**অধ্যায় ১৪**

**গাণিতিক সমস্যা সমাধান ও উপস্থাপন**

একটি গাণিতিক সমস্যা কি একটিমাত্র উপায়েই সমাধান করা যায়? সমস্যা সমাধান একটি সৃজনশীল প্রক্রিয়া তাই এর সমাধান পদ্ধতিও বিভিন্ন হতে পারে। একই সমস্যা কত বেশি উপায়ে সমাধান করা যায় তা উদ্ভবন শিক্ষক শিক্ষার্থীর প্রকৃত সৃজনশীল মেধার পরিচায়ক। এই অধ্যায়ে গাণিতিক সমস্যা বিভিন্ন উপায়ে সমাধান এবং উপস্থাপন কৌশল নিয়ে আলোচনা করার মাধ্যমে শিক্ষার্থীদের ধরণা উন্নয়নের ব্যবস্থা রাখা হয়েছে।

**পাঠ-১: একই গাণিতিক সমস্যার বিভিন্ন সমাধান-কৌশল**

এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-

- একই গাণিতিক সমস্যা বিভিন্নভাবে সমাধান করা যায় তা প্রমাণ করতে পারবেন।
- সমাধান করে কৌশলগুলো বিশ্লেষণ করে সমাধানের সত্যতা যাচাই করতে পারেন।
- শিক্ষার্থীদের সৃজনশীলতা বৃদ্ধি কৌশল প্রয়োগের দক্ষতা অর্জন করতে পারবেন ।

**প্রারম্ভিক কার্যাবলি:** একটি গাণিতিক সমস্যা কত উপায়ে সমাধান করা যায়? শিক্ষার্থীদের একটি সমস্যা তৈরি করতে বরুন এবং তা কতভাবে সমাধান করা যায় ?

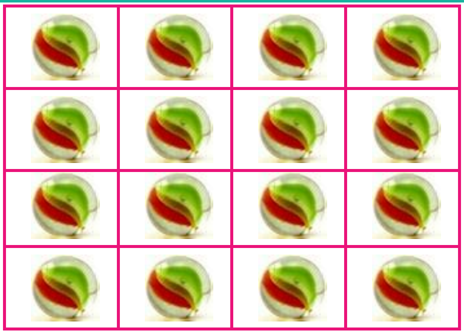
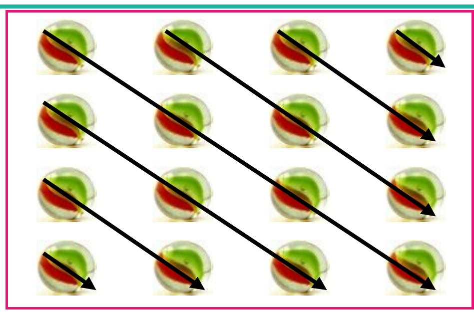
**[সমস্যা ১]** নিচের সমস্যাটি পড়ুন এবং তার সমাধান চিন্তা করুন ।

- নিচের চিত্রে কয়টি মার্বেল আছে?
  (কতভাবে আপনি এর সমাধান বা উত্তর বের করতে পারবেন?)

আপনার সমাধানটি খাতায় সম্পন্ন করে সমাধানের সত্যতা প্রতিষ্ঠার জন্য যুক্তিগুলো লিখুন। আপনার সহপ্রশিক্ষণার্থী বন্ধুদের সঙ্গে আপনার সমাধান ও যৌক্তিকতাগুলো পর্যালোচনা করুন।

**উত্তর:**

- এর উত্তর হবে ১৬টি।
- তবে আপনার সহপ্রশিক্ষণার্থী বন্ধুরা বিভিনভ্ন াবে এর উত্তর বের করতে পারেন। যেমন,

| | | |
|---|---|---|
| ১ম প্রশিক্ষণার্থী |  . | ১ + ১ + ১ + ১ + ১ + ১ + ১ + ১ + ১ + ১ + ১ + ১ + ১ + ১ + ১ + ১= ১৬ |
| ২য় প্রশিক্ষণার্থী | . | ২ + ২ + ২ + ২ + ২ + ২ + ২ + ২=১৬ বা, ৮×২ = ১৬ |
| ৩য় প্রশিক্ষণার্থী | . | ৪ + ৪ + ৪ + ৪ = ১৬ বা, ৪×৪ = ১৬ |
| ৪র্থ প্রশিক্ষণার্থী |  . | ১+২+৩+৪+৩+২+১ = ১৬ বা, ১×২+২×২+৩×২+৪ = ১৬ |
| ৫ম প্রশিক্ষণার্থী | - - - - | - - - |

[সমস্যা ২]

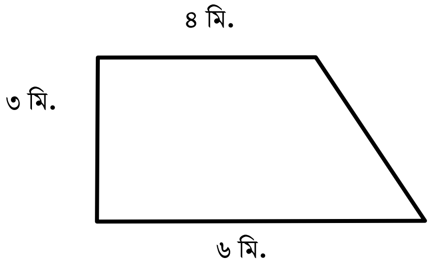
মিরাজের বাবা মিরাজকে ২০০ টাকা দিয়ে ৩ কেজি আলু ২ কেজি শিম এবং ২ হালি ডিম কিনে আনতে বললেন। যদি প্রতি কেজি আলু ১৫ টাকা, প্রতি কেজি শিম ২৫ টাকা এবং প্রতি হালি ডিমের দাম ৩০ টাকা হয়, তবে সে তার বাবাকে কত টাকা ফেরত দেবে?

সমস্যাটি সমাধান করুন।সহপ্রশিক্ষণার্থী দের সমাধানের সাথে মতবিনিময় করুন; তাঁদের পদ্ধতি পর্যালোচনা করুন। নিচের ছকে কয়েকজন প্রশিক্ষণার্থীর সম্ভব্য সমাধান উপস্থাপিত হলো:

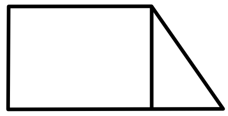
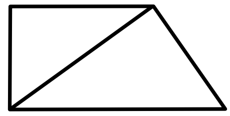
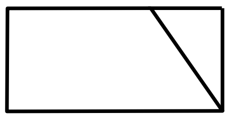
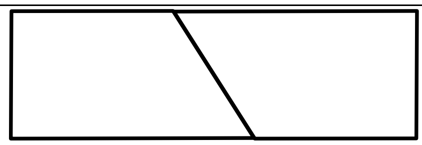
উত্তর:

| ১ম প্রশিক্ষণার্থী র সম্ভব্য সমাধান | ২য় প্রশিক্ষণার্থী র সম্ভব্য সমাধান |
|---|---|
| **আলু: ১৫ × ৩ = ৪৫ টাকা**<br>**শিম: ২৫ × ২ = ৫০ টাকা**<br>**ডিম: ৩০ × ২ = ৬০ টাকা**<br>**∴ ২০০ - ৪৫ - ৫০ - ৬০ = ৪৫ টাকা**<br><br>**উত্তর: ৪৫ টাকা।** | আলু: ১৫ × ৩ = ৪৫ টাকা<br>শিম: ২৫ × ২ = ৫০ টাকা<br>ডিম: ৩০ × ২ = ৬০ টাকা ৪৫<br>+ ৫০ + ৬০ = ১৫৫ টাকা<br>∴ ২০০ - ১৫৫ = ৪৫ টাকা<br><br>উত্তর: ৪৫ টাকা। |
| **৩য় প্রশিক্ষণার্থী র সম্ভব্য সমাধান** | **৪র্থ প্রশিক্ষণার্থী র সম্ভব্য সমাধান** |
| **আলু: ১৫ × ৩ = ৪৫ টাকা**<br>**শিম: ২৫ × ২ = ৫০ টাকা**<br>**ডিম: ৩০ × ২ = ৬০ টাকা**<br>**∴২০০ - (৪৫ + ৫০ + ৬০) = ৪৫ টাকা**<br><br>**উত্তর: ৪৫ টাকা।** | আলু: ১৫ × ৩ = ৪৫ টাকা<br>শিম: ২৫ × ২ = ৫০ টাকা<br>ডিম: ৩০ × ২ = ৬০ টাকা<br>∴২০০-(১৫×৩+২৫×২+৩০×২)= ২০০-(৪৫+৫০+৬০)<br>= ২০০ - ১৫৫<br>= ৪৫টাকা<br>উত্তর: ৪৫ টাকা। |
| ................................. | ..................................... |

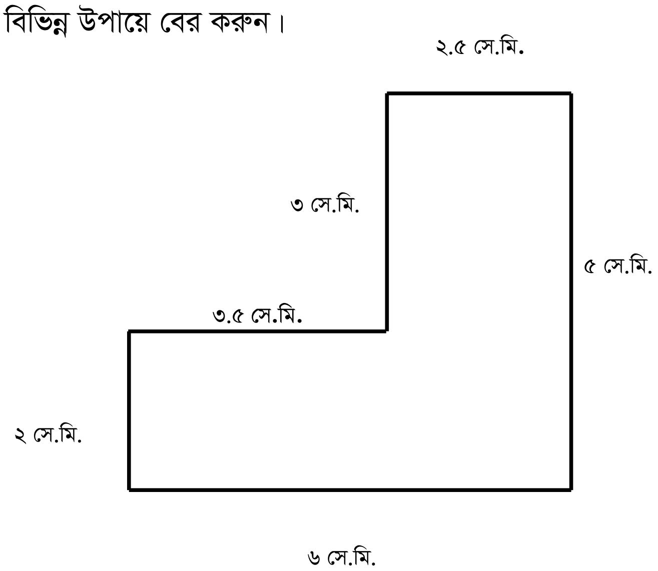
[সমস্যা ৩] পাশের ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল কত তা বের করুন।



সম্ভব্য সমাধান

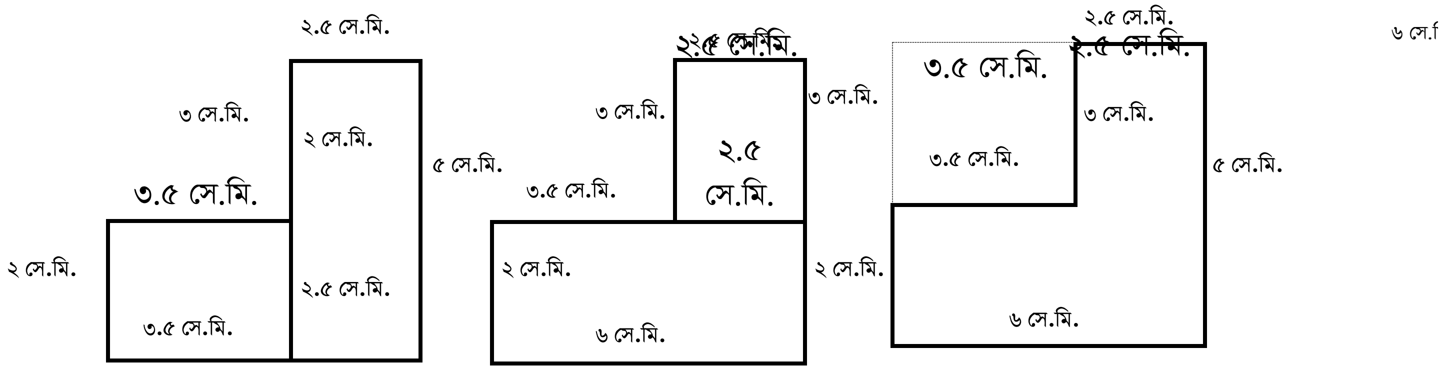
| ১ম পদ্ধতি | ২য় পদ্ধতি |
|---|---|
| <br>আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ৪×৩ =১২ বর্গ মি.<br>ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = (২×৩) স্ট২=৩ বর্গ মি.<br>ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = ১২+৩=১৫ বর্গ মি.<br><br>উত্তর: ১৫ বর্গ মি. | <br>ত্রিভুজের উপরি অংশের ক্ষেত্রফল = (৪×৩) ÷২=৬ বর্গ মি.<br>ত্রিভুজের নিচের অংশের ক্ষেত্রফল = (৬×৩) ÷২=৯ বর্গ মি.<br>ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = ৬+৯=১৫ বর্গ মি.<br><br>উত্তর: ১৫ বর্গ মি. |
| ৩য় পদ্ধতি | ৪র্থ পদ্ধতি: |
| <br>বড় আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ৬×৩=১৮ বর্গ মি.<br>ছোট ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = (২×৩) স্ট২=৩ বর্গ মি.<br>ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = ১৮-৩=১৫ বর্গ মি.<br><br>উত্তর: ১৫ বর্গ মি. | <br>বড় আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = ৬ মি. + ৪ মি. = ১০ মি.<br>বড় আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ = ৩ মি.<br>চতর্ভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হলো বড় আয়তক্ষেত্রের অর্ধেক। এজন্য, আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হলো,<br>= (১০ দ্ব ৩) স্ট ২ = ১৫ বর্গ মি.<br>উত্তর: ১৫ বর্গ মি. |

[সমস্যা -৪]: পাশের ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল বিভিন্ন উপায়ে বের করুন।



**সম্ভাব্য পদ্ধতির রূপরেখা নিম্নরূপ হতে পারে:**

**সম্ভব্য সমাধান**




| | | |
|---|---|---|
| চিত্রটি ২টি আয়তক্ষেত্রে | চিত্রটি ২টি আয়তক্ষেত্রে | বড় আয়তক্ষেত্র থেকে ছোট আয়তক্ষেত্র বিয়োগ করতে হবে |

**<u>১ম পদ্ধতি</u>**

বামপাশের আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল
= ৩.৫ × ২ = ৭ বর্গ সে.মি.
ডানপাশের আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল
= ২.৫ × ৫ = ১২.৫ বর্গ সে.মি.
পদ্র ত্ত চিত্রের ক্ষেত্রফল
= ৭ + ১২.৫ = ১৯.৫ বর্গসে.মি.
উত্তর: ১৯.৫ বর্গ সে.মি.

**২য় পদ্ধতি**

উপরের অংশের আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল
= ২.৫ × ৩ = ৭.৫ বর্গ সে.মি.
নিচের অংশের আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল
= ৬ × ২ = ১২ বর্গ সে.মি. পদ্র ত্ত চিত্রের ক্ষেত্রফল
= ৭.৫ + ১২ = ১৯.৫ বর্গ সে.মি.
উত্তর: ১৯.৫ বর্গ সে.মি.

**৩য় পদ্ধতি**

বড় আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল
= ৬ × ৫ = ৩০ বর্গ সে.মি.
ছোট আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল
= ৩.৫ × ৩ = ১০.৫ বর্গ সে.মি.
পদ্র ত্ত চিত্রের ক্ষেত্রফল
= ৩০- ১০.৫ = ১৯.৫ বর্গ সে.মি.
উত্তর: ১৯.৫ বর্গ সে.মি.

**অর্পিত কাজ**

বিভিন্ন ধরনের ৫টি গাণিতিক সমস্যা তৈরি করুন। বিভিন্ন উপায়ে সমস্যাগুলো সমাধান করুন।

**পাঠ ২: একই গাণিতিক সমস্যার বিভিন্ন সমাধান-কৌশল উপস্থাপন**

**'সংখ্যা ও গণনা', 'জ্যামিতি ও পরিমাপ' এবং 'পরিমানবাচক সম্পর্ক' এর ওপর একটি করে গাণিতিক সমস্যা বিভিন্নভাবে সমাধানের কৌশল উদ্ভাবন ও উপস্থাপন**

এ পাঠে আপনাকে পর্বূবর্তী পাঠে অর্পিত কাজ উপস্থাপন করতে হবে।

সহপ্রশিক্ষণার্থী গণ আপনার উপস্থাপনের শেষে মুক্ত আলোচনা করবেন। আলোচনার মধ্য দিয়ে আপনাদের সমাধানগুলোর যথার্থতা যাচাই হবে এবং আরও নতুন কৌশল উদ্ভবিত হবে।

- প্রশিক্ষক প্রয়োজনীয় ফিডব্যাক দেবেন।
- মুক্ত আলোচনায় সকলে অংশগ্রহণের মাধ্যমে বিভিন্নভাবে একই সমস্যা সমাধান প্রক্রিয়ার যৌক্তিকতা সুস্পষ্ট হবে।

**অধ্যায় ১৫**

**ক্যালকুলেটর ও কম্পিউটার**

**পাঠ-১: ক্যালকুলেটর ও কম্পিউটার**

**এই পাঠ শেষে ডিপিএড শিক্ষার্থীগণ-**

- **ক্যালকুলেটর** ব্যবহার করে হিসাব-নিকাস করতে পারবেন।
- **কম্পিউটারের বিভিন্ন অংশের নাম বলতে** পারবেন।

**প্রারম্ভিক কার্যাবলি:** ক্যালকুলেটর কী ? এটি কিসের সাহায্য চলে? ক্যালকুলেটর দৈনন্দিন কাজে কি কাজে লাগে ?

**ক্যালকুলেটর**

ক্যালকুলেটর(Calculator) ইংরেজি শব্দ। এর অর্থ গণনাকারী। এটি একটি গণনাকারী যন্ত্র, বিদ্যুতে চলে। এর ভিতরে স্থাপন করা ব্যাটারিই বিদ্যুতের উৎস, লাইনের সাথে সংযোগের প্রয়োজন হয় না। ব্যবহারে বা অন্য কোনো কারণে বিদ্যুৎ ফুরিয়ে গেলে ব্যাটারি পুনঃস্থাপন করে কাজ চালিয়ে যাওয়া যায়। গঠন, আকার ও প্রয়োজনে ক্যালকুলেটর বিভিন্ন রকমের হয়ে থাকে। কোনো কোনো ক্যালকুলেটরে ২৬টি বোতাম, কোনোটিতে ৪২টি বোতাম বা কোনোটিতে ৪৭টি বোতাম থাকে, ইত্যাদি। উল্লেখ্য, কিছু ক্যালকুলেটর চালু করতে অন/এসি (ON/AC), বন্ধ করতে অফ (OFF) কিছু ক্যালকুলেটরের ক্ষেত্রে অন/সি (ON/C) ও অফ (OFF) এবং কিছু কেবল অন (ON) বোতাম ব্যবহারেই চালু ও বন্ধ করা যায়; তবে শিফ্‌ট হয়ে এসি (AC) এর সাহায্যে তাৎক্ষণিকভাবেও বন্ধ করা যায়।

পাশের ছবিটি একটি ক্যালকুলেটরের প্রতিরূপ। এতে ২৬টি বোতাম রয়েছে, এর অন (ON) বোতাম দিয়েই যন্ত্রটি চালু ও বন্ধ করা যায়।

ঘর-সংসারের দৈনন্দিন হিসাব-নিকাশ ছাড়াও ব্যবসা-বাণিজ্যে ক্যালকুলেটরের ব্যাপক ব্যবহার হয়ে থাকে। গাণিতিক সমস্যা সমাধানে ক্যালকুলেটর বিশেষভাবে উল্লেখযোগ্য ভূমিকা পালন করে। কেবল ব্যবহারের মাধ্যমেই যন্ত্রটির উপযোগিতা ও প্রয়োজনীয়তা উপলব্ধি করা যায়।

**কম্পিউটার**

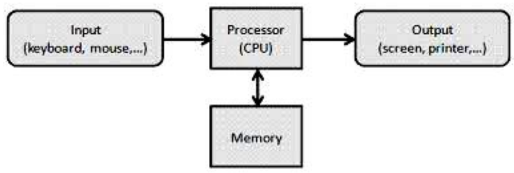
ইংরেজি কম্পিউট (Compute) শব্দের বাংলা 'হিসাব করা'। এভাবেই কম্পিউটার (Computer) শব্দটির উৎপত্তি। তাই কম্পিউটারও হিসাব করার যন্ত্র। এটি একটি ইলেকট্রনিক যন্ত্র। তবে কম্পিউটার কেবল গণনা বা হিসাব করার যন্ত্র নয়।

কম্পিউটারের সাহায্যে একদিকে যেমন জটিল হিসাব-নিকাশ করা যায়, অন্যদিকে এর সাহায্যে ছবিও আঁকা যায়। ব্যাংকের লেনদেনের হিসাব রাখা, রোগীর রোগ নির্ণয় ও ব্যবস্থাপত্র তৈরি, পত্রাদি লেখা, গান শোনা, ছবি দেখা, ই-

মেইলের মাধ্যমে দেশ-বিদেশের আত্মীয়-স্বজন ও বন্ধু বান্ধবদের সাথে যোগাযোগ রাখার কাজ কম্পিউটারের সাহায্যে করা যায়। মানুষের দৈনন্দিন জীবনে কম্পিউটার গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা রাখছে। অ্যাবাকাস (Abacus) নামক গণনা যন্ত্রকে কম্পিউটারের ইতিহাসে প্রথম যন্ত্র হিসেবে গণ্য করা হয়। ইংল্যান্ডের কেমব্রিজ বিশ্ববিদ্যালয়ের অধ্যাপক চার্লস ব্যাবেজের অ্যানালিটিকেল ইঞ্জিনের ধারণাকে আধুনিক কম্পিউটারের সূত্র হিসেবে বিবেচনা করা হয়। এ জন্য চার্লস ব্যাবেজকে আধুনিক কম্পিউটারের জনক হিসেবে আখ্যায়িত করা হয়। কম্পিউটারের কার্যপদ্ধতির মূল বিষয়টি খুবই সোজা। কম্পিউটারের চারটি মূল অংশ রয়েছে, যথা: ইনপুট, মেমোরি, প্রসেসর ও আউটপুট। এই চারটি মূল অংশের সমন্বয়ে কম্পিউটার কাজ করে। তথ্য-উপাত্ত ঢোকানোর জন্য ইনপুট ডিভাইস দরকার। কি-বোর্ড, মাউস এ ধরনের ইনপুট ডিভাইস।

কি-বোর্ডের বোতাম টিপে বা মাউস ক্লিক করে নির্দিষ্ট নির্দেশটি দেওয়া হয়।

ইনপুট




আউটপুট

নির্দেশটি কম্পিউটারের মেমোরিতে জমা হয়। এর পর মেমোরির তথ্য, উপাত্ত ও নির্দেশাবলি প্রসেসর পালন করে এবং ফলাফল মেমোরিতে পাঠিয়ে দেয়। মেমোরি কিছু নির্দেশ, আউটপুট যেমন: মনিটর বা প্রিন্টার দিয়ে ফিরিয়ে দেয়।

আপনারা যারা কম্পিউটার ব্যবহার করেছেন তারা, বুঝতে পারছেন, কিবোর্ড বা মাউস হচ্ছে ইনপুট দেওয়ার উপায়। এগুলো দিয়ে কম্পিউটারে উপাত্ত দেওয়া হয়। কম্পিউটার কাজ শেষে ফলাফল মনিটরে দেখায়।

মনিটর হচ্ছে আউটপুট ডিভাইস। কম্পিউটারের মেমোরি কিংবা প্রসেসর আমরা বাইরে থেকে দেখতে পাই না, সেগুলো ভেতরে থাকে।

এতক্ষণ যে বিষয়ে বলা হলো সেটি হলো, কম্পিউটারের যন্ত্রাংশ বা হার্ডওয়্যার। কিন্তু শুধু হার্ডওয়্যার থাকলেই কম্পিউটার কাজ করবে না। এর জন্য দরকার প্রয়োজনীয় নির্দেশ প্রদান। এই নির্দেশনাগুলোকে বলা হয় সফটওয়্যার। কম্পিউটারের প্রসেসর কোন কাজটি কীভাবে সম্পন্ন করবে, এর জন্য কী কী নির্দেশ দরকার তা মেমোরিতে জমা থাকে। এক কথায় বলা যায়, কম্পিউটারের হার্ডওয়্যার সফটওয়্যার দ্বারা পরিচালিত হয়।

বিভিন্ন ধরনের কাজের জন্য বিভিন্ন ধরনের সফটওয়্যার প্রয়োজন। যে সফটওয়্যার দিয়ে ছবি আঁকা যায়, তা দিয়ে হিসাব নিকাশ করা যাবে না। হিসাব নিকাশ করার জন্য কম্পিউটাও বিভিন্ন সফটওয়্যার বা প্রোগ্রাম রয়েছে, যেমন Calculator, Excel, Calc ইত্যাদি। Calculator বা Calc প্রোগ্রামকে আপনি আপনার সাধারণ ক্যালকুলেটরের পরিবর্তে ব্যবহার করতে পারেন।

**ক্যালকুলেটর বা কম্পিউটারের প্রোগ্রামের সাহায্যে নিচের উদাহরণগুলো অনুশীলন করুন।**

**উদাহরণ ১।** ফাঁকা ঘর পূরণ করুন:

(ক) ১৭+৯ = [ ] (খ) ১৮+১৫ = [ ]

(ক) সমাধান : [১] [৭] + [৯] = [২৬]

১৭+৯ = ২৬

অন ON বোতাম টিপে ক্যালকুলেটরটিকে সচল করে পরপর

[১] [৭] [+] [৯] ও = [ ] বোতামগুলো টিপে উত্তর পাওয়া গেল ২৬।

অতঃপর ON বোতামটি টিপেই যন্ত্রটি বন্ধ করা হলো।

(খ) সমাধান : | অন | ১ | ৮ | + | ১ | ৫ | = | ৩৩ |

১৮+১৫ = ৩৩

ক্যালকুলেটরটিকে | অন | বোতাম টিপে চালু করে পরপর প্রয়োজনীয় বোতামগুলো টিপা হলো।

**উদাহরণ ২।** শাবাব মোহাম্মদপুর বাজার থেকে ৩৫০ টাকার মাছ, ৭৬ টাকার সবজি ও ৮২ টাকার ফল ক্রয় করল। ৬০০ টাকা থেকে তার কাছে আর কত টাকা থাকল?

সমাধান : দেওয়া আছে,
মাছ ৩৫০ টাকা
সবজি ৭৬ টাকা
ফল ৮২ টাকা

ক্যালকুলেটরটিকে অন বোতাম টিপে চালু করে পরপর প্রয়োজনীয় বোতামগুলো টিপা হলো :

| অন | ৩ | ৫ | ০ | + | ৭ | ৬ | + | ৮ | ২ | = | ৫০৮ |

৩৫০+৭৬+৮২ = ৫০৮

অনুরূপভাবে, প্রয়োজনীয় বোতামগুলো টিপা হলো :

| অন | ৬ | ০ | ০ | - | ৫ | ০ | ৮ | = | ৯২ |

৬০০-৫০৮ = ৯২

আধুনিক যুগের একটি অত্যাধুনিক আবিস্কার হলো কম্পিউটার। তাই আধুনিক যুগকে কম্পিউটার যুগ বলা হয়। কম্পিউটার প্রযুক্তিকে কাজে লাগিয়ে বর্তমান জীবনযাত্রার বহুবিধ জটিল কাজ অতি সহজে সম্পন্ন হচ্ছে। আমাদের জীবনধারণকে সহজ ও গতিশীল করতে কম্পিউটার এই অপরিসীম ভূমিকা পালন করছে। তাই ছোটবেলা থেকেই শিক্ষার্থীদের কম্পিউটার জানা ও চর্চা করা প্রয়োজন, আর ডিজিটাল বাংলাদেশ গড়তে এটি নিঃসন্দেহে অপরিহার্য।

**ক্যালকুলেটর অথবা কম্পিউটার ব্যবহার করে সমস্যাগুলো সমাধান করুন :**

১। ফাঁকা ঘর পূরণ করুন :

(ক) ১৭ + ৯ = (খ) ২৮ + ৪৬ = (গ) ১৫০ + ৯ =

২। যোগ করুন :
(ক) ৮৯৭ + ৩৫৬ + ৪০ = কত?
(খ) ২০৭ + ৪৪ + ২৮ + ৬৫ = কত?

৩। বিয়োগ করুন : (ক) ২৬ - ১৩ = কত? (খ) ৫৮৭ - ২০৪ = কত?

৪। গুণ করুন : (ক) ৯ × ৪ = কত? (খ) ১২৮ × ৩৪ = কত?

(গ) ৫৫৫ × ৫ = কত? (ঘ) ৭২০ × ৬৮ = কত?