



পরিমার্জিত ডিপিএড
প্রাথমিক শিক্ষকদের জন্য মৌলিক প্রশিক্ষণ (বিটিপিটি)

মডিউল ০৭
প্রাথমিক গণিত শিক্ষা



তথ্যপুস্তক



প্রাথমিক শিক্ষা অধিদপ্তর



জাতীয় প্রাথমিক শিক্ষা একাডেমি (নেপা)

প্রাথমিক ও গণশিক্ষা মন্ত্রণালয়

লেখক (১ম সংস্করণ, জুন ২০২৩)

মোঃ শাহ আলম সরকার, সহকারী সুপারিনটেনডেন্ট, লক্ষ্মীপুর পিটিআই
মোঃ মাজাহারুল ইসলাম খান, সহকারী বিশেষজ্ঞ, নেপ, ময়মনসিংহ
এ এইচ এম শরীফুল্লাহ, ইন্সট্রাক্টর, উপজেলা রিসোর্স সেন্টার, নান্দাইল, ময়মনসিংহ
আব্দুল্লাহেল মাসুম, ইন্সট্রাক্টর, উপজেলা রিসোর্স সেন্টার, মহাদেবপুর, নওগাঁ

লেখক (২য় সংস্করণ, সেপ্টেম্বর ২০২৪)

মোঃ শাহ আলম সরকার, সহকারী পরিচালক (প্রশিক্ষণ), প্রাথমিক শিক্ষা অধিদপ্তর
মোঃ সেলিম, সহকারী সুপারিনটেনডেন্ট, লিডারশীপ সেন্টার কক্সবাজার
মোঃ মাজাহারুল ইসলাম খান, সহকারী সুপারিনটেনডেন্ট, পিটিআই, জামালপুর
শাহীন মমতাজ, সহকারী বিশেষজ্ঞ, জাতীয় প্রাথমিক শিক্ষা একাডেমি, ময়মনসিংহ
ইমতিয়াজ শামীম চৌধুরী, ইন্সট্রাক্টর (সাধারণ), পিটিআই ঠাকুরগাঁও
মোহাম্মদ উল্লা পাটওয়ারী, ইন্সট্রাক্টর (সাধারণ), পিটিআই, মাইজদি, নোয়াখালী

লেখক (৩য় সংস্করণ, ডিসেম্বর ২০২৫)

মোঃ আহসানুল আরেফিন চৌধুরী, বিশেষজ্ঞ, জাতীয় শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যপুস্তক বোর্ড (এনসিটিবি)
সনজিত কুমার সিংহ, সুপারিনটেনডেন্ট, পিটিআই, কুমিল্লা
মোঃ শাহ আলম সরকার, সহকারী পরিচালক (প্রশিক্ষণ), প্রাথমিক শিক্ষা অধিদপ্তর
মোঃ মাজাহারুল ইসলাম খান, বিশেষজ্ঞ, জাতীয় প্রাথমিক শিক্ষা একাডেমি, ময়মনসিংহ
মোহাম্মদ উল্লা পাটওয়ারী, ইন্সট্রাক্টর (সাধারণ), পিটিআই, মাইজদি, নোয়াখালী
মোঃ সাদিক হাসান, সহকারী বিশেষজ্ঞ, জাতীয় প্রাথমিক শিক্ষা একাডেমি, ময়মনসিংহ

সম্পাদক

মোঃ মাজাহারুল ইসলাম খান
বিশেষজ্ঞ, জাতীয় প্রাথমিক শিক্ষা একাডেমি (নেপ)

সার্বিক সহযোগিতায়

মোহাম্মদ কামরুল হাসান, এনডিসি, পরিচালক (প্রশিক্ষণ), প্রাথমিক শিক্ষা অধিদপ্তর
দিলরুবা আহমেদ, পরিচালক, জাতীয় প্রাথমিক শিক্ষা একাডেমি (নেপ)
সাদিয়া উম্মুল বানিন, উপপরিচালক (প্রশাসন), জাতীয় প্রাথমিক শিক্ষা একাডেমি (নেপ)

সার্বিক তত্ত্বাবধানে

ফরিদ আহমদ
মহাপরিচালক, জাতীয় প্রাথমিক শিক্ষা একাডেমি (নেপ)

প্রচ্ছদ

মোঃ মুশফিকুর রহমান সোহাগ, সমর এবং রায়হানা

প্রকাশক ও প্রকাশকাল

জাতীয় প্রাথমিক শিক্ষা একাডেমি (নেপ), ময়মনসিংহ
জানুয়ারি, ২০২৫



সচিব
প্রাথমিক ও গণশিক্ষা মন্ত্রণালয়
গণপ্রজাতন্ত্রী বাংলাদেশ সরকার
বাংলাদেশ সচিবালয়, ঢাকা।

মুখবন্ধ

আজকের এ বিশ্বায়নের যুগে শিক্ষকের পেশাগত উন্নয়নের ধারাবাহিকতা রক্ষার জন্য কার্যকর ও যুগোপযোগী প্রশিক্ষণের কোনো বিকল্প নেই। পরিবর্তিত শিক্ষাব্যবস্থার আলোকে শিক্ষার্থীদের বিশ্বমানের করে গড়ে তুলতে শিক্ষক প্রশিক্ষণের মডেলকে নিয়মিত হালনাগাদ ও পরিমার্জনের মধ্য দিয়ে এগিয়ে নিতে হয়। শিক্ষকের প্রায়োগিক দক্ষতা বৃদ্ধি এবং প্রশিক্ষণকে আরও অর্থবহ ও ফলপ্রসূ করার লক্ষ্যে আমাদের প্রশিক্ষণ ব্যবস্থায় ধারাবাহিক সমন্বয় সাধন করা হচ্ছে। শিক্ষার্থীদের নির্ধারিত যোগ্যতা অর্জন ও কার্যকর শিখন নিশ্চিত করার সবচেয়ে গুরুত্বপূর্ণ ব্যক্তি হলেন শিক্ষক। তবে শিক্ষকের যথাযথ প্রস্তুতির অভাব, প্রশিক্ষণ উপকরণ, প্রশিক্ষণ ব্যবস্থাপনা ও প্রশিক্ষকের পেশাগত তাত্ত্বিক ও ব্যবহারিক জ্ঞানের ঘাটতির কারণে অনেক সময় কাঙ্ক্ষিত উন্নয়ন ব্যাহত হয়। এ প্রেক্ষাপটে একজন শিক্ষকের বিষয়বস্তুর উপর গভীর জ্ঞান এবং কার্যকর শিখন-শেখানো কৌশল সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা থাকা অত্যন্ত জরুরি।

প্রাথমিক শিক্ষার গুণগত মান উন্নয়নের লক্ষ্যে প্রাথমিক পর্যায়ের শিক্ষকদের জন্য প্রবর্তিত ডিপ্লোমা ইন প্রাইমারি এডুকেশন (ডিপিএড) কোর্স দীর্ঘদিন ধরে মানসম্মত শিক্ষক তৈরিতে গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা পালন করে আসছে। সময়ের পরিবর্তনের সাথে সংগতি রেখে ডিপিএড ইফেক্টিভনেস স্টাডির আলোকে কোর্সটি পরিমার্জন করে ১০ মাসব্যাপী প্রাথমিক শিক্ষকদের জন্য মৌলিক প্রশিক্ষণ (বিটিপিটি) চালু করা হয়। পরবর্তীতে বিটিপিটি ইফেক্টিভনেস স্টাডি, বিগত বছরের মনিটরিং রিপোর্ট এবং অংশীজনদের নিকট থেকে প্রাপ্ত মতামতের ভিত্তিতে বিটিপিটি কোর্সের কাঠামো ও সময়সূচিতে গুরুত্বপূর্ণ পরিবর্তন আনা হয়। পরিবর্তিত সময়সূচি ও বাস্তব চাহিদার সাথে সংগতি রেখে চলমান বিটিপিটি কোর্সের মডিউলসমূহে এ পরিমার্জন করা হয়েছে। এ পরিমার্জনের ধারাবাহিকতায় এবার উপ-মডিউল কাঠামো বাতিল করে কেবল মডিউলভিত্তিক কাঠামো প্রবর্তন করা হয়েছে। অধিবেশনসমূহের মধ্যে অধিকতর সমন্বয় সাধন করা হয়েছে, বিষয়বস্তুর পুনরাবৃত্তি পরিহার করা হয়েছে এবং একাধিক অবিদ্যমান অধিবেশন সুবিন্যস্ত করে অধিবেশনের সংখ্যা হ্রাস করা হয়েছে। পাশাপাশি বিষয়গুলো আরও সহজ, সুস্পষ্ট ও ব্যবহারিকভাবে উপস্থাপন করা হয়েছে এবং মূল্যায়ন পদ্ধতিতেও প্রয়োজনীয় পরিমার্জন আনা হয়েছে।

বিদ্যালয়ের সার্বিক উন্নয়ন ও মানসম্মত প্রাথমিক শিক্ষা নিশ্চিতকরণে শিক্ষকগণের পেশাগত জ্ঞান, প্রায়োগিক দক্ষতা ও কার্যকর নেতৃত্ব বিকাশ অপরিহার্য। প্রাথমিক শিক্ষকদের জন্য মৌলিক প্রশিক্ষণের মাধ্যমে পেশাগত জ্ঞান ও দক্ষতা, প্রায়োগিক ব্যবহার ও মূল্যবোধের বিকাশ ঘটবে। এর ফলে দক্ষ, সৃজনশীল, অভিযোজনক্ষম, প্রতিফলনমূলক অনুশীলনে পারদর্শী, সহযোগী মানসিকতার এবং জীবনব্যাপী শিখনে আগ্রহী শিক্ষক তৈরি হবে বলে আমি প্রত্যাশা করি।

এ প্রশিক্ষণ মডিউলসমূহ প্রণয়ন, উন্নয়ন ও পরিমার্জনে যঁারা অক্লান্ত পরিশ্রম করেছেন তাঁদের প্রতি আমি আন্তরিক ধন্যবাদ ও কৃতজ্ঞতা প্রকাশ করছি। সেই সাথে মডিউল সম্পাদনা ও পরিমার্জনের কাজে সম্পৃক্ত সকল ব্যক্তি ও অংশীজনদের ধন্যবাদ জানাই। পিটিআইতে শিক্ষক প্রশিক্ষণে ব্যবহৃত এই মডিউলসমূহ প্রাথমিক শিক্ষার মানোন্নয়নে গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা পালন করবে বলে আমি দৃঢ়ভাবে বিশ্বাস করি।


(আবু তাহের মোঃ মাসুদ রানা)
সচিব
প্রাথমিক ও গণশিক্ষা মন্ত্রণালয়

প্রসঙ্গকথা

বাংলাদেশের প্রাথমিক পর্যায়ের শিক্ষকদের প্রশিক্ষণের জন্য প্রবর্তিত ডিপিএড (ডিপ্লোমা ইন প্রাইমারি এডুকেশন) কোর্স এযাবৎকাল মানসম্মত শিক্ষক তৈরিতে গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা রেখে এসেছে। তবে সময়ের পরিবর্তন ও যুগের চাহিদার সাথে সামঞ্জস্য বিধানের লক্ষ্যে ডিপিএড ইফেক্টিভনেস স্টাডি ও অন্যান্য গবেষণার ফলাফলের আলোকে কোর্সটি পরিমার্জন করে প্রাথমিক শিক্ষকদের জন্য মৌলিক প্রশিক্ষণ (বিটিপিটি) কোর্স চালু করা হয়।

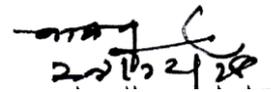
শিক্ষক প্রশিক্ষণের যেকোনো কোর্স পরিচালনার মূল লক্ষ্য হলো প্রাথমিক শিক্ষাক্রম ও সংশ্লিষ্ট শিখন সামগ্রীর সফল বাস্তবায়ন নিশ্চিত করা। ইতোমধ্যে প্রাথমিক শিক্ষাক্রমে ব্যাপক রূপান্তর ঘটেছে এবং শিক্ষার্থীদের জন্য প্রণীত পাঠ্যপুস্তকসমূহও পরিমার্জনের মধ্য দিয়ে অগ্রসর হচ্ছে। ফলে সময়ের প্রয়োজনে শিক্ষক প্রশিক্ষণ ব্যবস্থার সংস্কার ও যুগোপযোগী করা অত্যাবশ্যক হয়ে দাঁড়িয়েছে। এরই ধারাবাহিকতায় পিটিআই পর্যায়ে ১০ মাসব্যাপী প্রাথমিক শিক্ষকদের জন্য মৌলিক প্রশিক্ষণ (বিটিপিটি) কোর্সটি পরিমার্জন সময়ের দাবি হয়ে ওঠে।

পরিমার্জিত প্রশিক্ষণ কাঠামোর আওতায় প্রশিক্ষণার্থীগণ ০৭ মাস পিটিআইতে সরাসরি প্রশিক্ষণ গ্রহণের পাশাপাশি ০৩ মাস প্রশিক্ষণ বিদ্যালয়ে তাত্ত্বিক পেশাগত জ্ঞানের বাস্তব অনুশীলনের সুযোগ পাচ্ছেন। এর ফলে প্রশিক্ষণার্থীগণ পিটিআইতে অর্জিত তাত্ত্বিক জ্ঞান অনুশীলন বিদ্যালয়ে প্রয়োগের মাধ্যমে দক্ষতার উৎকর্ষ সাধন করতে পারছেন। পরবর্তীতে অর্জিত জ্ঞান ও দক্ষতা নিজ নিজ বিদ্যালয়ে প্রয়োগ করে মানসম্মত শিক্ষা বাস্তবায়নে তারা কার্যকর ভূমিকা রাখতে সক্ষম হবেন।

শিক্ষার্থীদের নির্ধারিত যোগ্যতা অর্জন ও কার্যকর শিখনের সবচেয়ে গুরুত্বপূর্ণ উপাদান হচ্ছেন শিক্ষক। কিন্তু শিক্ষকের যথাযথ প্রস্তুতির অভাব, প্রশিক্ষণ উপকরণ, প্রশিক্ষণ ব্যবস্থাপনা এবং প্রশিক্ষকের মানগত সীমাবদ্ধতার কারণে অনেক সময় শিক্ষকের কাঙ্ক্ষিত পেশাগত উন্নয়ন ব্যাহত হয়। এ প্রেক্ষাপটে একজন শিক্ষকের বিষয়বস্তু সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা, বিষয়গত জ্ঞান, কার্যকর শিখন-শেখানো পদ্ধতি ও কৌশল এবং উপযুক্ত মূল্যায়ন পদ্ধতি সম্পর্কে দক্ষতা অর্জন করা অত্যন্ত জরুরি।

১০ মাসব্যাপী প্রাথমিক শিক্ষকদের জন্য মৌলিক প্রশিক্ষণ (বিটিপিটি) কোর্সের আওতায় প্রণীত এ মডিউলসমূহে বর্ণিত অধিবেশনগুলো শিক্ষকগণের পেশাগত দায়িত্ব পালনে, সরকারি চাকরির বিধি-বিধান অনুসরণে এবং শ্রেণিকক্ষে কার্যকর পাঠদানে সহায়ক ভূমিকা রাখবে। অংশীজনদের মতামত ও চাহিদার ভিত্তিতে এ মডিউলসমূহের বিষয়বস্তু নির্ধারণ করা হয়েছে। নির্বাচিত বিষয়বস্তুর আলোকে জাতীয় পর্যায়ের দক্ষ ও অভিজ্ঞ ব্যক্তিবর্গ কর্তৃক বিষয়বস্তুর পরিমার্জন ও প্রয়োজন অনুযায়ী উন্নয়ন করা হয়েছে। পরে ব্যবহারকারী ও বিশেষজ্ঞদের মতামতের আলোকে মডিউলসমূহ চূড়ান্ত করা হয়েছে।

মেধা ও নিরলস শ্রম দিয়ে এ মডিউলসমূহ প্রণয়ন, উন্নয়ন ও পরিমার্জনে যঁারা অবদান রেখেছেন তাঁদের প্রতি আমি আন্তরিক কৃতজ্ঞতা ও ধন্যবাদ জ্ঞাপন করছি।



(আবু নূর মোঃ শামসুজ্জামান)
মহাপরিচালক
প্রাথমিক শিক্ষা অধিদপ্তর

অবতরণিকা

জাতীয় প্রাথমিক শিক্ষা একাডেমি (নেপ) ১৯৭৮ সালে প্রতিষ্ঠার পর থেকেই প্রাথমিক বিদ্যালয়ের শিক্ষকদের দীর্ঘমেয়াদি প্রশিক্ষণ কার্যক্রম পরিচালনায় গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা পালন করে আসছে। সার্টিফিকেট-ইন-এডুকেশন (সিইনএড) এবং পরবর্তীতে ২০১২ সাল থেকে চালু হওয়া ডিপ্লোমা ইন প্রাইমারি এডুকেশন (ডিপিএড) কোর্সের প্রশিক্ষণ নকশা, প্রশিক্ষণ সামগ্রী উন্নয়ন ও বাস্তবায়নে নেপ ধারাবাহিকভাবে কাজ করেছে। সর্বশেষ ২০২৩ সালের জুলাই মাস থেকে শুরু হওয়া পরিমার্জিত ডিপিএড, অর্থাৎ প্রাথমিক শিক্ষকদের জন্য মৌলিক প্রশিক্ষণ (বিটিপিটি) বাস্তবায়নের কাজও চলমান রয়েছে।

বিটিপিটি প্রশিক্ষণটি প্রচলিত সিইনএড ও ডিপিএড কোর্সের তুলনায় ধারণাগত দিক থেকে এবং বাস্তবায়ন প্রক্রিয়ায় নতুন। কোর্সটিকে যুগের চাহিদা ও পরিবর্তিত শিক্ষাব্যবস্থার সাথে সামঞ্জস্যপূর্ণ করার লক্ষ্যে কোর্স সামগ্রী ও নির্দেশিকা সামগ্রীতে পরিমার্জনের প্রয়োজনীয়তা দেখা দেয়। সে অনুযায়ী ২০২১ সাল থেকে এই প্রশিক্ষণের কারিকুলাম প্রণয়ন, প্রশিক্ষণ নকশা ও প্রশিক্ষণ সামগ্রী উন্নয়নের কার্যক্রম শুরু হয়।

২০২৩ সালের জুলাই মাসে পাইলটিংভিত্তিতে নির্ধারিত ১৫টি পিটিআইতে বিটিপিটি প্রশিক্ষণ বাস্তবায়ন করা হয়। পাইলটিং চলাকালে পরিচালিত মনিটরিং কার্যক্রম, পাইলটিং-এর ফলাফল, বিটিপিটি এফেক্টিভনেস স্টাডি এবং অংশীজনদের মতামতের আলোকে প্রশিক্ষণের বাস্তবায়ন প্রক্রিয়া, মূল্যায়ন ব্যবস্থা এবং মডিউল ও তথ্যপুস্তকসমূহে প্রয়োজনীয় পরিমার্জন আনা হয়। পাশাপাশি পিটিআইভিত্তিক অধিবেশন কাঠামো ও অনুশীলন সময়কাল (৭ মাস ও ৩ মাস) পুনর্বিদ্যায়ন করা হয়।

এই মডিউলসমূহ নতুন চাহিদাভিত্তিক পরিমার্জিত সংস্করণ। প্রাথমিক বিদ্যালয়ের শিক্ষকদের মধ্যে শিক্ষার্থীর চাহিদা ও আগ্রহ অনুধাবনের মাধ্যমে শিক্ষার্থীদের সার্বিক উন্নয়নে কার্যকর ভূমিকা পালনে এই মডিউল ও তথ্যপুস্তকসমূহ সহায়ক হবে বলে আমরা বিশ্বাস করি।

জাতীয় প্রাথমিক শিক্ষা একাডেমির তত্ত্বাবধানে এ পরিমার্জন কার্যক্রমে প্রাথমিক ও গণশিক্ষা মন্ত্রণালয়, প্রাথমিক শিক্ষা অধিদপ্তর, জাতীয় শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যপুস্তক বোর্ড, পিটিআই, উপজেলা রিসোর্স সেন্টার এবং মাঠপর্যায়ের প্যাডাগোজি ও এন্ড্রাগোজি বিশেষজ্ঞগণ অংশগ্রহণ করেছেন। সকলের সম্মিলিত প্রচেষ্টায় এই ম্যানুয়াল ও তথ্যপুস্তকসমূহ মানসম্মত রূপ লাভ করেছে। সুষ্ঠুভাবে দায়িত্ব পালনের জন্য সংশ্লিষ্ট সকলকে আন্তরিক ধন্যবাদ জানাই।

প্রাথমিক শিক্ষা অধিদপ্তরের মহাপরিচালক, অতিরিক্ত মহাপরিচালকবৃন্দ, পরিচালক (প্রশিক্ষণ) ও অন্যান্য কর্মকর্তাবৃন্দ এবং প্রাথমিক ও গণশিক্ষা মন্ত্রণালয়ের সচিব মহোদয়, অতিরিক্ত সচিব ও যুগ্মসচিববৃন্দের দিকনির্দেশনা ও সহযোগিতায় এই ম্যানুয়াল ও তথ্যপুস্তকসমূহ কাঙ্ক্ষিত মানে উন্নীত করা সম্ভব হয়েছে। তাঁদের সকলের প্রতি আমি আন্তরিক কৃতজ্ঞতা প্রকাশ করছি।

পরিশেষে আমি আশা করি, এই পরিমার্জিত ম্যানুয়াল ও তথ্যপুস্তকসমূহ পিটিআই ইন্সট্রাক্টর, প্রশিক্ষণার্থী ও সংশ্লিষ্ট কর্মকর্তাদের জন্য কার্যকর সহায়ক হিসেবে ব্যবহৃত হবে এবং প্রাথমিক শিক্ষার সার্বিক মানোন্নয়নে গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা পালন করবে।



(ফরিদ আহমদ)

মহাপরিচালক

জাতীয় প্রাথমিক শিক্ষা একাডেমি (নেপ)

ময়মনসিংহ

সূচিপত্র

অধিবেশন ১: গণিত শিক্ষার উদ্দেশ্য ও গাণিতিক সাক্ষরতা	৭
অধিবেশন ২: প্রাথমিক গণিত শিক্ষাক্রম.....	১১
অধিবেশন ৩: প্রাথমিক গণিত পাঠ্যপুস্তকের বিষয়বস্তু ও শিক্ষক সহায়িকা পর্যালোচনা এবং ব্যবহার	১৫
অধিবেশন ৪: যান্ত্রিক উপলব্ধি (Instrumental Understanding) ও সম্পর্কমূলক উপলব্ধি (Relational Understanding).....	১৯
অধিবেশন ৫: প্রাথমিক গণিত শিক্ষণ পদ্ধতি ও কৌশল	২২
অধিবেশন ৬: শিখন-শেখানো পদ্ধতি ও কৌশল অনুশীলন	২৬
অধিবেশন ৭: সংখ্যা ও গণনা	৩০
অধিবেশন ৮: সংখ্যা ও স্থানীয়মান	৩৫
অধিবেশন ৯: প্রাথমিক গণিতের মৌলিক চার নিয়ম (যোগ ও বিয়োগ)	৩৮
অধিবেশন ১০: প্রাথমিক গণিতের মৌলিক চার নিয়ম (গুণ ও ভাগ).....	৪২
অধিবেশন ১১: প্রাথমিক গণিতের মৌলিক চার নিয়ম (পাঠ অনুশীলন)	৪৮
অধিবেশন ১২: সংখ্যা রাশি ও গাণিতিক বাক্য	৫৫
অধিবেশন ১৩: লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক.....	৫৯
অধিবেশন ১৪: গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক	৬২
অধিবেশন ১৫: সাধারণ ভগ্নাংশ: ভগ্নাংশের ধারণা এবং যোগ ও বিয়োগ	৬৪
অধিবেশন ১৬: দশমিক ভগ্নাংশ	৬৮
অধিবেশন ১৭: গড়	৭৩
অধিবেশন ১৮: শতকরা.....	৭৫
অধিবেশন ১৯: পরিমাপ (দৈর্ঘ্য ও ওজন).....	৭৭
অধিবেশন ২০: পরিমাপ (তরল পদার্থের আয়তন ও সময়).....	৮২
অধিবেশন ২১: জ্যামিতিক আকৃতি (ত্রিভুজ, চতুর্ভুজ ও বৃত্ত).....	৮৪
অধিবেশন ২২: জ্যামিতিক আকৃতি (পাঠদান কৌশল ও অনুশীলন).....	৯০
অধিবেশন ২৫: জ্যামিতিক আকৃতি (পাঠদান কৌশল ও অনুশীলন)	৯৫
অধিবেশন ২৬: উপাত্ত উপস্থাপন	৯৬
অধিবেশন ২৭: গণিত শিক্ষা উপকরণ	১০১
অধিবেশন ২৮: পাঠপরিকল্পনা	১০৬
অধিবেশন ২৯: পাঠ প্রদর্শন, পর্যবেক্ষণ ও ফলাবর্তন	১১০
অধিবেশন ৩০: গণিত শিখন মূল্যায়ন	১১৩

লক্ষ্য বা উদ্দেশ্যবিহীন কোন কাজ সুষ্ঠুভাবে সম্পন্ন করা যায় না। শিক্ষারও নির্দিষ্ট লক্ষ্য বা উদ্দেশ্য থাকে। সে লক্ষ্য বা উদ্দেশ্যকে সামনে রেখে শিশুর জন্য অধীত বিষয়বস্তুর শিক্ষাদান পদ্ধতি নির্ধারণ করা হয়। জাতীয় শিক্ষানীতি-২০১০ এর আলোকে বাংলাদেশে প্রাথমিক গণিত শিক্ষার লক্ষ্য হলো এই স্তরের শিক্ষার্থীদের কল্পনা, কৌতুহল, সৃজনশীলতা ও বুদ্ধির বিকাশে প্রয়োজনীয় গাণিতিক ধারণা ও দক্ষতা অর্জন এবং যৌক্তিক চিন্তার মাধ্যমে গাণিতিক সমস্যার সমাধান করতে পারা। প্রাথমিক গণিত শিক্ষা শিক্ষার্থীদের সংখ্যার ধারণা, পরিমাপ, যুক্তি ও সমস্যা সমাধানের মৌলিক দক্ষতা গড়ে তোলে। দৈনন্দিন জীবনে গণিতের কার্যকর ব্যবহার এবং যৌক্তিক ও বিশ্লেষণধর্মী চিন্তার বিকাশ সাধন করা প্রাথমিক গণিত শিক্ষার প্রধান উদ্দেশ্য। সহজ ও আনন্দদায়ক শেখার অভিজ্ঞতার মাধ্যমে এটি শিক্ষার্থীদের ভবিষ্যৎ গণিত শিক্ষার জন্য শক্ত ভিত্তি তৈরি করে। গাণিতিক সাক্ষরতা হলো বাস্তব জীবনের বিভিন্ন সমস্যা বোঝা, বিশ্লেষণ করা এবং গণিতের জ্ঞান ও কৌশল ব্যবহার করে তা সমাধান করার সক্ষমতা। এটি শুধু গণনা-নির্ভর দক্ষতা নয়; বরং যুক্তিবাদী চিন্তা, অনুমান, বিশ্লেষণ, সিদ্ধান্ত গ্রহণ এবং গণিতকে বাস্তব পরিস্থিতিতে প্রয়োগ করার ক্ষমতা গড়ে তোলে। তাই শিক্ষার সকল স্তরের গাণিতিক সাক্ষরতা অর্জন বর্তমান সময়ের অন্যতম অপরিহার্য চাহিদা। এই অধ্যায় অধ্যয়ন শেষে শিক্ষার্থীরা গণিত শিক্ষার উদ্দেশ্য ও গাণিতিক সাক্ষরতা সম্পর্কে সম্যক ধারণা অর্জন করবে বলে আশা করা যায়।

গণিত শিক্ষার উদ্দেশ্য

গণিত শিক্ষার উদ্দেশ্যকে মূলত ৩টি ভাগে ভাগ করা হয়েছে-

- ১। ব্যবহারিক উদ্দেশ্য
- ২। সাংস্কৃতিক ও নৈতিক উদ্দেশ্য
- ৩। শৃঙ্খলামূলক ও যৌক্তিক উদ্দেশ্য

১। ব্যবহারিক উদ্দেশ্য: গণিত শিক্ষার ব্যবহারিক উদ্দেশ্যকে ৪টি শ্রেণিতে ভাগ করা যায়-

ক) দৈনন্দিন প্রয়োজনে গণিতের ব্যবহার

দৈনন্দিন জীবন যাত্রায় গণিতের ব্যবহার অবিচ্ছেদ্য। গণনায়, সকল প্রকার পরিমাপে, আকার আকৃতি প্রকাশে, ক্রয় বিক্রয় ও সকল প্রকার আর্থিক লেনদেনে গণিত ব্যবহৃত হয়। আমাদের পোশাক-পরিচ্ছদ, আসবাবপত্র, ঘরবাড়ি ইত্যাদি তৈরি, ব্যাংক, অফিস ও কৃষিকাজের প্রতিটি ক্ষেত্রে গণিতের জ্ঞান প্রয়োজন। ব্যক্তিগত, প্রাতিষ্ঠানিক ও জাতীয় বাজেটে, সময়, দূরত্ব, মজুরি, কমিশন ইত্যাদি নির্ধারণে এবং গবেষণা ও পরিসংখ্যানের ক্ষেত্রে গণিত অপরিহার্য।

খ) যোগাযোগ বা ভাবের আদান-প্রদান ও যাতায়াতে গণিতের ব্যবহার

সাধারণভাবে যোগাযোগ বলতে সড়ক, রেল, নৌ ও বিমান চলাচলকে বোঝায়। এছাড়া যোগাযোগ বলতে ভাবের বা তথ্যের আদান প্রদানকেও বুঝায়। এ সকল ক্ষেত্রে গণিত ব্যাপকভাবে ব্যবহার হয়ে থাকে। যোগাযোগের মাধ্যম হিসাবে আমরা রেডিও, টেলিফোন, ই-মেইল, ফ্যাক্স, ইন্টারনেট ব্যবস্থা, সংবাদপত্র ইত্যাদির উল্লেখ করতে পারি। প্রতিটি মাধ্যমে যে চালিকাশক্তি কাজ করেছে তা হলো গণিত। বিশ্বব্যাপী তথ্য প্রযুক্তির যে বিস্ফোরণ ঘটেছে এর মূলেও রয়েছে গণিত। যাতায়াত ও পরিবহনের ক্ষেত্রে গণিতের অনেক ব্যবহার রয়েছে। যানবাহনের গঠন, এর পরিচালনার নিয়ম-কানুন, সময়সূচি, টিকিট ক্রয়-বিক্রয়, যাত্রাপথ, দূরত্ব নির্দেশক ফলক, দিক নির্দেশক যন্ত্র, চলন্ত অবস্থার গতি ও গতিপথ নিয়ন্ত্রণসহ যাতায়াত ব্যবস্থার সকল প্রকার আর্থিক ও সাধারণ হিসাব নিকাশে গণিতের ব্যবহার অপরিহার্য।

গ) পেশাগত উৎকর্ষ সাধনে গণিত

জীবন ও জীবিকা নির্বাহের জন্য মানুষের পেশা বিচিত্র রকমের। কৃষিকাজ, ব্যবসা-বাণিজ্য, চাকুরি ইত্যাদি মানুষের প্রধান পেশা। কৃষিকাজে বীজ ও সারের পরিমাণ, জমির মাপ, উৎপন্ন ফসলের হিসাব, ব্যবসা-বাণিজ্যে, ক্রয়-বিক্রয়, আমদানি-রপ্তানি, সঞ্চয়, মূলধন, লাভ-লোকসান নির্ধারণ ইত্যাদি ক্ষেত্রে গণিতের ব্যবহার রয়েছে। চাকুরির ক্ষেত্রে বেতন, ভাতা, বোনাস, ইনক্রিমেন্ট, পেনশন ইত্যাদি নির্ধারণের ক্ষেত্রে গণিতই সবচেয়ে বড় হাতিয়ার। গণিতের জ্ঞান ছাড়া কোন পেশাতেই উৎকর্ষ লাভ করা যায় না।

ঘ) অন্যান্য বিষয় শেখায় গণিতের ব্যবহার

শিক্ষাক্ষেত্রে সকল বিষয়ের সাথে গণিতের গুরুত্বপূর্ণ সম্পর্ক রয়েছে। বিজ্ঞানের প্রত্যেকটি নিয়ম কানুন ও সূত্র গণিতের সঠিক পরিমাপের উপর ভিত্তি করে প্রতিষ্ঠিত। সামাজিক বিজ্ঞানের ক্ষেত্রগুলোতেও গণিত প্রত্যক্ষ ও পরোক্ষভাবে সাহায্য করে থাকে। ভাষা শিক্ষার বর্ণ, শব্দ, বাক্য ইত্যাদি গঠনে গণিত কাজে লাগে। চারু ও কারুকলার বিভিন্ন কাজে গাণিতিক জ্ঞান অপরিহার্য। নানা রকম হাতের কাজে গাণিতিক জ্ঞান কাজে লাগানো হয়। সঙ্গীতের সুর, তাল, লয়, ছন্দ ইত্যাদি গাণিতিক নিয়মে আবদ্ধ। শারীরিক শিক্ষায় খেলার সামগ্রী, খেলার মাঠ, খেলোয়াড়ের সংখ্যা, খেলার নিয়ম কানুন ইত্যাদির জন্য গণিতের ব্যবহার খুবই গুরুত্বপূর্ণ।

২। গণিত শিক্ষার সাংস্কৃতিক ও নৈতিক উদ্দেশ্য:

গণিত শিক্ষার সাংস্কৃতিক ও নৈতিক উদ্দেশ্যকে ৩টি শ্রেণিতে ভাগ করা যায়-

ক) সৌন্দর্য বিকাশে গণিত

প্রকৃতির একটি নিজস্ব সৌন্দর্য রয়েছে যা নদী-নালা, সাগর, পাহাড়, গাছপালা ফুলে ফলে বিরাজমান। এ সৌন্দর্য মানুষের তৈরি ঘরবাড়ি, দালান কোঠা, পোশাক পরিচ্ছেদ ইত্যাদিতে পরিস্ফুটিত হয়। গণিত শিক্ষার্থীদের মাঝে এ সৌন্দর্যবোধ জাগাতে সাহায্য করে। আবহমানকাল থেকে গণিতের ত্রিভুজ, চতুর্ভুজ, বৃত্ত ইত্যাদি জ্যামিতিক চিত্রগুলো আদর্শ সৌন্দর্যের প্রতীকরূপে গণ্য হয়ে আসছে। তাই মিশরের পিরামিড, আথার তাজমহল, রোমের সেন্ট পিটার্স গীর্জা, তুরস্কের আয়াসোফিয়া মসজিদ, চিত্রকর্ম মোনালিসা ইত্যাদিতে উদ্ভাসিত হয়ে উঠেছে গাণিতিক অনুপাত ও প্রতिसাম্য। গাণিতিক নিয়ম মেনে চলা হয়েছে বলেই মানুষের তৈরি এসব জিনিস এত সৌন্দর্যমন্ডিত।

খ) সভ্যতার বিকাশে গণিত

গণিতকে বর্তমান সভ্যতার মেরুদণ্ড বলা যেতে পারে। প্রাচীন কাল থেকেই সভ্যতা ও সংস্কৃতি, প্রকৌশল বিদ্যা, নৌবিদ্যা, বিমান চালনা, আকাশ জয়ের জ্ঞান-বিজ্ঞান, রেলপথ, গগনচুম্বী ভবন নির্মাণ ইত্যাদিতে গণিত বিশেষ অবদান রেখে চলছে ও চলবে। সভ্যতার বিশেষ উপাদান হলে সংস্কৃতি। এ সংস্কৃতির বিভিন্ন উপাদানের সাথে গণিত ওতপ্রোতভাবে জড়িত। চিত্রকলা, ভাস্কর্য, সঙ্গীত, সাহিত্য ইত্যাদি প্রতিটি ক্ষেত্রে গণিতের অবদান অপরিসীম।

গ) নৈতিক ও আধ্যাত্মিক মূল্যবোধ সৃষ্টিতে গণিত

গণিত যুক্তি ও সত্যের উপর ভিত্তি করে গড়ে উঠে। ভুল বা অসত্য তথ্য নিয়ে কাজ করলে গণিতে কোন সমস্যার সমাধান করা যায় না। তাই গণিত শিক্ষা শিশুর মনে আত্ম-প্রত্যয়ের উন্মেষ ঘটায় যা শিশুর নৈতিক বিকাশে সহায়তা করে। এর ফলে পরবর্তীতে বাস্তব জীবনের সমস্যা সমাধানের ক্ষেত্রে অসত্য তথ্য সংগ্রহ ও ব্যবহার থেকে বিরত থাকতে পারে। গাণিতিক জ্ঞান শিশুর মধ্যে আধ্যাত্মিক মূল্যবোধ সৃষ্টিতে সহায়তা করে। গণিতের বিভিন্ন রকমের প্রক্রিয়া অসীমকে নির্দেশ করে। সংখ্যা গণনায় ১, ২, ৩, ইত্যাদি নিয়ে ভাবতে ভাবতে শিশুর মনে অসীমের ধারণা জন্মে। শিশুর এ ধারণা সৃষ্টিকর্তা ও তার অসীমতা সম্পর্কে ধারণা পেতে সহায়ক হয়।

৩। গণিত শিক্ষার শৃঙ্খলামূলক ও যৌক্তিক উদ্দেশ্য:

গণিত শিক্ষার শৃঙ্খলামূলক ও যৌক্তিক উদ্দেশ্যকে ৪টি শ্রেণিতে ভাগ করা যায়-

ক) সরলতা ও সততায় গণিত

গণিতে অস্পষ্টতা, মিথ্যা বা অসঙ্গতির কোন অবকাশ নেই। সঠিক গাণিতিক নিয়মের মাধ্যমে নির্দিষ্ট সুশৃঙ্খল ও যৌক্তিক পদ্ধতিতে সমস্যা সমাধান করতে হয়। সমস্যা সমাধানের পরও নির্ভুলতা ও যথার্থতা যাচাই করার সুযোগ থাকে। এভাবে গণিত পরোক্ষভাবে হলেও সৎ হতে শেখায়।

খ) যৌক্তিক চিন্তার বিকাশে গণিত

যুক্তির মাধ্যমে সত্য উদঘাটনে গণিত শিক্ষার্থীকে উৎসাহিত করে। মুখস্ত বিদ্যা দিয়ে গণিত শেখা যায় না। গণিতে গভীর মনঃসংযোগের সাথে প্রতিটি ধাপ পার হয়ে সঠিক সিদ্ধান্ত বা কাঙ্ক্ষিত ফলাফলে উপনীত হতে হয়। বলা যায় যুক্তিপূর্ণ চিন্তাধারার বিকাশে গণিত সহায়ক। যৌক্তিক চিন্তার বিকাশের জন্য আরোহী, অবরোহী, সংযোগ, বিনিময় ইত্যাদি বিধি চর্চার ক্ষেত্র গণিত।

গ) মৌলিক চিন্তার বিকাশে গণিত

এটা সর্বজনবিদিত যে মুখস্থ করে গণিত শেখা যায় না। গণিতের জন্য প্রয়োজন শিক্ষার্থীর মৌলিক বা নিজস্ব চিন্তাধারার বিকাশ। নিজস্ব চিন্তাধারার প্রয়োগ করতে না পারলে বা মৌলিক চিন্তা করার ক্ষমতা প্রয়োগ করতে না পারলে গণিতের সমস্যা সমাধান সম্ভব নয়। এজন্য মৌলিক চিন্তাধারার বিকাশের মাধ্যমে গণিতের জানা নিয়মগুলো থেকে সঠিক নিয়মটি নির্বাচন করে সমস্যা সমাধান করা শিশুর পক্ষে সহজ হয়।

ঘ) আত্ম-মূল্যায়ন ও আত্ম-সমালোচনায় গণিত

গণিত শিক্ষার্থীদেরকে আত্ম-মূল্যায়ন ও আত্ম-সমালোচনা করতে শেখায়। গণিতের প্রশ্নের উত্তর সুস্পষ্ট ও অনন্য। গণিতের ফলাফলে কোন মতামতের অবকাশ না থাকার কারণে নির্দিষ্ট ফল লাভের জন্য একাত্ম মনে কাজ করে যেতে হয় এবং নির্দিষ্ট ফল লাভ করতে ব্যর্থ হলে নিজের কাজ আবার দেখতে ও উত্তরের শুদ্ধতা যাচাই করতে হয়। এভাবে শিশুর আত্ম-মূল্যায়ন ও আত্ম-সমালোচনার সুযোগ ঘটে। গণিত শিক্ষার উদ্দেশ্য হলো শিক্ষার্থীদের যৌক্তিক চিন্তার বিকাশ, সমস্যা সমাধান ও বাস্তব জীবনে গণিতের প্রয়োগ সক্ষমতা বৃদ্ধি করা। এতে তারা ভবিষ্যৎ শিক্ষা ও দৈনন্দিন জীবনের জন্য প্রয়োজনীয় মৌলিক গাণিতিক দক্ষতা অর্জন করবে।

অংশ-খ

গাণিতিক সাক্ষরতার ধারণা ও সাক্ষরতা পরিমাপের মানদণ্ড

গাণিতিক সাক্ষরতা

একজন শিক্ষার্থীর জন্য ভাষাগত সাক্ষরতা বা Language Literacy এর মতো গাণিতিক সাক্ষরতা বা Mathematical Literacy অর্জনও অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ। ব্যক্তির দৈনন্দিন জীবনের চাহিদা পূরণে গণিতের সাথে সম্পৃক্ত হওয়ার সক্ষমতাই গাণিতিক সাক্ষরতা। গাণিতিক সাক্ষরতা (Mathematical Literacy) বলতে অনুধাবন, বিশ্লেষণ ও প্রয়োগের সমন্বয়কে বোঝায় যা একজন শিক্ষার্থীকে বাস্তব জীবনের বিভিন্ন সমস্যা সমাধানে গণিতের ধারণা ও পদ্ধতি ব্যবহার করতে সক্ষম করে। একজন শিক্ষার্থী যখন তার গাণিতিক দক্ষতাকে কীভাবে কাজে লাগানো যায় তা অনুধাবন করতে পারে, বিভিন্ন গাণিতিক ধারণার যৌক্তিক বিশ্লেষণ করতে পারে এবং আত্মবিশ্বাসের সাথে কার্যকরী উপায়ে গাণিতিক ধারণা ব্যবহার করতে পারে তখনই সে গাণিতিকভাবে সাক্ষর বা Mathematically Literate বলে বিবেচিত হয়। এটি শুধু গণিত শেখার মধ্যেই সীমাবদ্ধ নয়, বরং গণিতের সাহায্যে যুক্তি-বুদ্ধি প্রয়োগ, সিদ্ধান্ত গ্রহণ, এবং দৈনন্দিন জীবনের পরিস্থিতিতে বিশ্লেষণ করার দক্ষতা উন্নয়নে সহায়তা করে। গাণিতিক সাক্ষরতা একটি অত্যাৱশ্যকীয় জীবনদক্ষতা, যা শিক্ষার্থীদের শুধু পরীক্ষার জন্য নয়, জীবনের বিভিন্ন ক্ষেত্রে (যেমন অর্থব্যবস্থা, বিজ্ঞান, প্রযুক্তি, তথ্যপ্রযুক্তি ও সামাজিক ক্ষেত্রে) কার্যকরভাবে অংশগ্রহণ করতে সক্ষম করে।

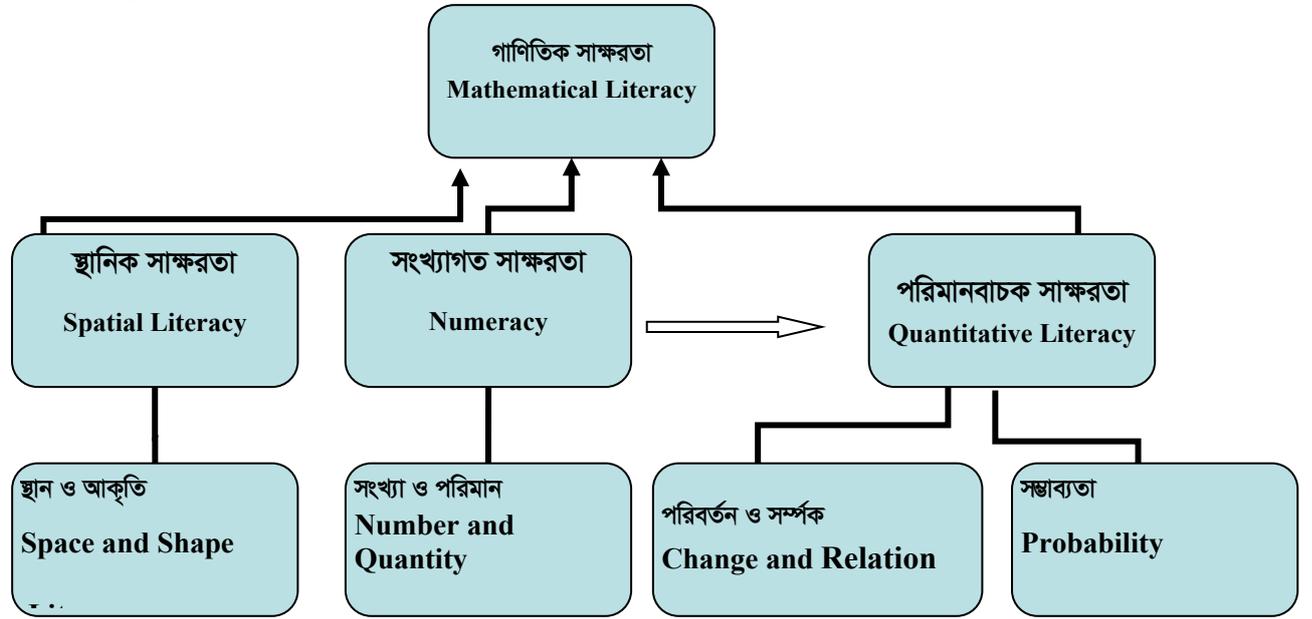
তাই গাণিতিক সাক্ষরতা বলতে বোঝায়-

- ✓ গাণিতিক ধারণা অনুধাবনের সক্ষমতা
- ✓ নম্বর, গ্রাফ, প্রতীক, চিত্র সম্বলিত তথ্যকে যৌক্তিক বিশ্লেষণ করার সক্ষমতা
- ✓ গাণিতিক ব্যাখ্যা উপস্থাপনের দক্ষতা এবং
- ✓ সর্বোপরি, গাণিতিক সমস্যা সমাধানের দক্ষতা

গাণিতিক সাক্ষরতা পরিমাপের ৩টি মানদণ্ড রয়েছে।

- (১) স্থানিক সাক্ষরতা (Spatial Literacy)
- (২) সংখ্যাগত সাক্ষরতা (Numeracy)
- (৩) পরিমাণবাচক সাক্ষরতা (Quantitative Literacy)

De Lange এর গাণিতিক সাক্ষরতার Tree- Structure টি নিচে তুলে ধরা হলো-



De Lange- এর গাণিতিক সাক্ষরতার Tree- Structure

স্থানিক সাক্ষরতা: যে ত্রিমাত্রিক জগতে ব্যক্তি বাস করে তার অন্তর্গত বিভিন্ন বস্তুর বৈশিষ্ট্য ও আপেক্ষিক অবস্থান সংশ্লিষ্ট বিভিন্ন ধারণা অনুধাবন, বিশ্লেষণ এবং প্রয়োগজনিত সক্ষমতাই হলো ব্যক্তির স্থানিক সাক্ষরতা। স্থানিক সাক্ষরতা অর্জনের প্রারম্ভিক লক্ষ্যে জ্যামিতিক জ্ঞান ও চিন্তন দক্ষতা অর্জনে সহায়তার জন্য প্রাথমিক গণিত শিক্ষাক্রমে বিন্দু, রেখা, তল, লম্ব, সমান্তরাল রেখা, ত্রিভুজ, চতুর্ভুজ ও বৃত্ত সম্পর্কিত বিভিন্ন প্রাথমিক ধারণা সংগঠন করা হয়।

সংখ্যাগত সাক্ষরতা: সংখ্যাগত সাক্ষরতার মাধ্যমে ব্যক্তির সংখ্যা সংশ্লিষ্ট বিভিন্ন প্রক্রিয়াজনিত ধারণা অনুধাবন, বিশ্লেষণ এবং প্রয়োগজনিত সক্ষমতা প্রকাশ পায়। সংখ্যাগত সাক্ষরতা অর্জনের প্রারম্ভিক লক্ষ্যে প্রাথমিক গণিত শিক্ষাক্রমে সংখ্যার মৌলিক ধারণা যেমন- সংখ্যা গণনা ও পড়া, জোড় ও বিজোড় সংখ্যা, মানসংখ্যা ও ক্রমসংখ্যা, স্থানীয় মান, সংখ্যার তুলনা, বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম সংখ্যা; সংখ্যার প্রাথমিক চার নিয়ম - যোগ ও বিয়োগ, গুণ ও ভাগ, প্রাথমিক চার নিয়ম সংক্রান্ত সমস্যা সমাধান; গড়ের ধারণা ও ব্যবহার; গ.সা.গু ও ল.সা.গু এবং এ সংক্রান্ত সমস্যা সমাধান; বিভিন্ন প্রকার ভগ্নাংশ, ভগ্নাংশের তুলনা, ভগ্নাংশের যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ এবং দৈনন্দিন জীবনে এ সংক্রান্ত সমস্যা সমাধান; দশমিক ভগ্নাংশের ধারণা, দশমিক ভগ্নাংশের স্থানীয় মান, দশমিক ভগ্নাংশের রূপান্তর ও ভগ্নাংশের তুলনা এবং এ সংক্রান্ত সমস্যা সমাধান নিয়ে আলোচনা করা হয়।

পরিমাণবাচক সাক্ষরতা: ব্যক্তির পরিমাণবাচক সাক্ষরতা বলতে বিভিন্ন পরিমাণের মধ্যকার পরিবর্তন ও সম্পর্ক সংশ্লিষ্ট ধারণা অনুধাবন, বিশ্লেষণ এবং প্রয়োগজনিত সক্ষমতা বোঝায়- যার মধ্যে সম্ভাব্যতার ধারণাও অন্তর্ভুক্ত। সংখ্যাগত সাক্ষরতা ও পরিমাণবাচক সাক্ষরতার মধ্যে আন্তঃ সম্পর্ক রয়েছে। পরিমাণবাচক সাক্ষরতা অর্জনের প্রারম্ভিক লক্ষ্যে প্রাথমিক গণিত শিক্ষাক্রমে ঐকিক নিয়মে গাণিতিক সমস্যার সমাধান; শতকরার ধারণা, শতকরাকে ভগ্নাংশে এবং ভগ্নাংশকে শতকরায় রূপান্তর এবং শতকরার ব্যবহার (জনসংখ্যা, লাভ-ক্ষতি, মুনাফা); উপাত্ত উপস্থাপনে উপাত্ত সংগ্রহ ও বিন্যস্তকরণ, বিন্যস্ত ও অবিন্যস্ত উপাত্ত লেখচিত্রে (স্তম্ভচিত্রে) উপস্থাপন ও বিশ্লেষণ, জনসংখ্যা সম্পর্কিত সমস্যা সমাধান এবং সমস্যা তৈরি ও সমাধান; ক্যালকুলেটর ও কম্পিউটারের ব্যবহার নিয়ে আলোচনা করা হয়।

অংশ-ক	শিখনক্ষেত্রভিত্তিক যোগ্যতা
-------	----------------------------

শিখনক্ষেত্র	যোগ্যতা
গণিত ও যুক্তি	[১] গাণিতিক সংখ্যা ও প্রক্রিয়ার (যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ) ধারণা লাভ করে গাণিতিক সমস্যা সমাধানের দক্ষতা অর্জন করা।
	[২] জ্যামিতিক আকৃতি ও বিভিন্ন ধরনের পরিমাপের ধারণা লাভ করে প্রাত্যহিক জীবনে তা ব্যবহার করতে পারা।
	[৩] পর্যবেক্ষণ ও পারস্পরিক যোগাযোগের (মিথস্ক্রিয়া) মাধ্যমে তথ্য সংগ্রহ, প্রক্রিয়াকরণ ও বিশ্লেষণ করে যৌক্তিক সিদ্ধান্তে উপনীত হওয়ার দক্ষতা অর্জন করা।
	[৪] দৈনন্দিন জীবনে সৃজনশীলতার সঙ্গে ইতিবাচক ও যৌক্তিকভাবে গাণিতিক দক্ষতা প্রয়োগ করে ব্যক্তিগত এবং সামাজিক সমস্যা সমাধান করতে পারা।

২০২৫ সনে পরিমার্জিত প্রাথমিক স্তরের বিষয়ভিত্তিক যোগ্যতা (গণিত)

১. সংখ্যার ধারণা লাভ করে গণনা করতে এবং সংখ্যাকে বিভিন্ন প্যাটার্নে সাজাতে পারা ও দৈনন্দিন জীবনে সংখ্যা ব্যবহার করতে পারা।
২. গাণিতিক প্রক্রিয়ার ধারণা লাভ করা এবং গাণিতিক যুক্তি ও সমাধানের ধাপের ধারাবাহিকতা (অ্যালগরিদম) বজায় রেখে দৈনন্দিন জীবনের বিভিন্ন সমস্যা সমাধান করতে পারা।
৩. ভগ্নাংশ ও শতকরার ধারণা লাভ করে দৈনন্দিন জীবনে এ সম্পর্কিত বিভিন্ন সমস্যার সমাধান করতে পারা।
৪. মুদ্রা ব্যবহার করে দৈনন্দিন লেনদেন করা এবং সঞ্চয়ে অগ্রহী হয়ে তা কল্যাণকর কাজে ব্যবহার করতে পারা।
৫. গাণিতিক প্রক্রিয়ায় প্রতীক পারস্পরিক সম্পর্কের ব্যবহার জেনে গাণিতিক বাক্য গঠন করা ও সমস্যা সমাধান করতে পারা।
৬. জ্যামিতিক আকার ও আকৃতির ধারণা লাভ করে প্যাটার্ন অনুযায়ী শ্রেণিবিন্যাস করতে পারা এবং দৈনন্দিন জীবনের বিভিন্ন সমস্যা সমাধানে প্রয়োগ করতে পারা।
৭. পরিমাপের ধারণা লাভ করে পরিমাপ করতে ও দৈনন্দিন জীবনে তা ব্যবহার করতে পারা।
৮. বিভিন্ন তথ্য সংগ্রহ, প্রক্রিয়াকরণ ও বিশ্লেষণ করতে পারা এবং দৈনন্দিন জীবনে-এ দক্ষতা প্রয়োগ করে সিদ্ধান্ত গ্রহণ করতে পারা।

অংশ-খ	প্রাথমিক গণিত বিষয়ের আবশ্যিকীয় শিখনক্রম
-------	---

আবশ্যিকীয় শিখনক্রম (প্রাথমিক গণিত)

শিক্ষার্থীর বয়স, সামর্থ্য, ধারণ ক্ষমতা অনুযায়ী সহজ থেকে শিক্ষার্থীর বয়স, সামর্থ্য, ধারণ ক্ষমতা অনুযায়ী সহজ থেকে কঠিন ক্রম অনুসরণ করে গণিতের বিষয়ভিত্তিক প্রান্তিক যোগ্যতাগুলোকে শ্রেণিভিত্তিক বিভাজন করা হয়েছে। বিষয়ভিত্তিক প্রান্তিক যোগ্যতার শ্রেণিভিত্তিক এই বিভাজনই হলো শ্রেণিভিত্তিক অর্জন উপযোগী যোগ্যতা বা আবশ্যিকীয় শিখনক্রম। বিষয়ভিত্তিক প্রান্তিক যোগ্যতাগুলো একটি নির্দিষ্ট শ্রেণিতে শুরু হয়ে আরেকটি নির্দিষ্ট শ্রেণিতে শেষ হবে। যেমন, ১ নং যোগ্যতাটি অর্থাৎ সংখ্যা ও গণনার ধারণা শুরু হবে ১ম শ্রেণিতে এবং অর্জন শেষ হবে ৪র্থ শ্রেণিতে। আবার, ৩ নং যোগ্যতাটি অর্থাৎ ভগ্নাংশ ও শতকরার ধারণা ও সমস্যা সমাধান শুরু হবে ৩য় শ্রেণিতে এবং অর্জন শেষ হবে ৫ম শ্রেণিতে।

বিষয়ভিত্তিক যোগ্যতা	শ্রেণিভিত্তিক অর্জন উপযোগী যোগ্যতা				
	প্রথম শ্রেণি	দ্বিতীয় শ্রেণি	তৃতীয় শ্রেণি	চতুর্থ শ্রেণি	পঞ্চম শ্রেণি
১. সংখ্যার ধারণা লাভ করে গণনা করতে এবং সংখ্যাকে বিভিন্ন প্যাটার্নে সাজাতে পারা ও দৈনন্দিন জীবনে সংখ্যা ব্যবহার করতে পারা।	১.১ উৎসাহের সাথে বিভিন্ন জিনিস তুলনা করে গণিতের প্রাথমিক ধারণা লাভ করতে পারা।	-	-	-	-
	১.২ গণনার ধারণা লাভ করে উৎসাহের সঙ্গে বিভিন্ন বস্তু গণনা করতে পারা।	-	-	-	-
	১.৩ সংখ্যা গণনা করতে, পড়তে, লিখতে ও তুলনা করতে পারা এবং উৎসাহের সঙ্গে পরিবেশের বিভিন্ন উপাদানের সঙ্গে সম্পর্ক স্থাপন করতে পারা।	১.৩ সংখ্যা গণনা করতে, পড়তে, লিখতে ও তুলনা করতে পারা এবং উৎসাহের সঙ্গে পরিবেশের বিভিন্ন উপাদান সংখ্যায় প্রকাশ করতে পারা।	-	-	-
	১.৪ স্থানীয়মানের ধারণা লাভ করে তা যথাযথভাবে ব্যবহার করতে পারা।	১.৪ স্থানীয়মানের ধারণা লাভ করে বিভিন্ন গাণিতিক সমস্যা সমাধানে তা প্রয়োগ করতে পারা।	১.৪ স্থানীয়মানের ধারণা ব্যবহার করে সংখ্যা পড়তে, লিখতে ও সংখ্যার তুলনা করতে পারা এবং দৈনন্দিন জীবনে ব্যবহৃত বিভিন্ন সংখ্যা নিয়ে উৎসাহের সঙ্গে আলোচনা ও ব্যবহার করতে পারা।	১.৪ স্থানীয়মানের ধারণা ব্যবহার করে সংখ্যা পড়া, অঙ্কে ও কথায় লিখতে পারা এবং সংখ্যার তুলনা করতে পারা ও ক্রমানুসারে সাজাতে পারা এবং দৈনন্দিন জীবনে বিভিন্ন সংখ্যা নিয়ে উৎসাহের সঙ্গে আলোচনা ও ব্যবহার করতে পারা।	-

প্রাথমিক গণিতের বিষয়ের আবশ্যিকীয় শিখনক্রমের বৈশিষ্ট্য:

- আবশ্যিকীয় শিখনক্রমে শিক্ষার্থীর বয়স, মানসিক ক্ষমতা এবং শেখার আগ্রহ অনুযায়ী যোগ্যতাগুলো সাজানো থাকে।
- প্রাথমিক স্তরে শুধু জ্ঞান নয়, বরং বুঝতে পারা, ব্যাখ্যা করা, হাতে-কলমে কাজ করা, সমস্যা সমাধান করা এসব সক্ষমতার উন্নয়নে গুরুত্ব দেওয়া হয়। শিখনফল স্পষ্টভাবে নির্ধারিত থাকে।
- কঠিন থেকে সহজ বিষয় এই নিয়মে শিক্ষাক্রম সাজানো।
- শিক্ষার্থীর বয়স, বোধগম্যতা ও মানসিক বিকাশ বিবেচনা করে প্রতিটি শ্রেণির জন্য আলাদা যোগ্যতা নির্ধারিত আছে।

অংশ-গ	প্রাথমিক গণিত বিষয়ের আবশ্যিকীয় শিখনক্রম
-------	---

প্রাথমিক গণিতের বিস্তৃত শিক্ষাক্রম

বিস্তৃত শিক্ষাক্রমে প্রতিটি উপাদান পারস্পরিকভাবে নির্ভরশীল ও সুসমন্বিতভাবে সংগঠিত। বিষয়ভিত্তিক প্রান্তিক যোগ্যতা শিক্ষার্থীর দীর্ঘমেয়াদি সক্ষমতার লক্ষ্য নির্দেশ করে, আর সেই লক্ষ্যকে ভিত্তি করেই নির্ধারিত হয় শ্রেণিভিত্তিক অর্জন উপযোগী যোগ্যতা ও শিখনফল। শিখনফলের চাহিদা অনুযায়ী নির্বাচিত হয় সংশ্লিষ্ট বিষয়বস্তু বস্তু যা শেখার প্রকৃতি অনুযায়ী উপযুক্ত পদ্ধতি ও কৌশল প্রয়োগের দিকনির্দেশনা প্রদান করে। ব্যবহৃত পদ্ধতি ও কৌশলের সাথে সামঞ্জস্য রেখে পরিকল্পিত হয় মূল্যায়ন কৌশল, যাতে শেখার অর্জন যথাযথভাবে যাচাই করা যায়। আর এই মূল্যায়ন কৌশলই নির্ধারণ করে কোন মূল্যায়ন টুলস ব্যবহার করা হবে। এভাবে বিষয়ভিত্তিক যোগ্যতা থেকে টুলস পর্যন্তসকল উপাদান একটি ধারাবাহিক, যুক্তিসংগত কাঠামো গড়ে তোলে।

বিষয়ভিত্তিক যোগ্যতা	শ্রেণিভিত্তিক অর্জন উপযোগী যোগ্যতা	শিখনফল	বিষয় বস্তু	শিখন-শেখানো কার্যাবলি		মূল্যায়ন নির্দেশনা	
				পদ্ধতি/কৌশল	পরিকল্পিত কাজ	পদ্ধতি	টুলস
১. সংখ্যার ধারণা লাভ করে গণনা করতে এবং সংখ্যাকে বিভিন্ন প্যাটার্নে সাজাতে পারা ও দৈনন্দিন জীবনে সংখ্যা ব্যবহার করতে পারা।	১.১ উৎসাহের সাথে বিভিন্ন জিনিস তুলনা করে গণিতের প্রাথমিক ধারণা লাভ করতে পারা।	১.১.১ কম-বেশি তুলনা করতে পারবে।	তুলনা	ছবি সম্পর্কে বলা প্রকৃতি পর্যবেক্ষণ প্রদর্শন আলোচনা প্রশ্নমালা	ছবি দেখে নিজের মতো করে বলা। পরিবেশের বিভিন্ন বস্তুপর্যবেক্ষণ এবং তুলনা করা। ছবি/ভিডিও প্রদর্শনের মাধ্যমে বিভিন্ন জিনিস তুলনা ও পার্থক্য করা।	পর্যবেক্ষণ মৌখিক	চেকলিস্ট প্রশ্নমালা
		১.১.২ ছোট-বড় তুলনা করতে পারবে।					
		১.১.৩ খাটো-লম্বা তুলনা করতে পারবে।					
		১.১.৪ কাছে-দূরে নির্ণয় করতে পারবে।					
		১.১.৫ হালকা-ভারি তুলনা করতে পারবে।					
		১.১.৬ নিকট পরিবেশের বিভিন্ন জিনিসের মধ্যে					

বিষয়ভিত্তিক যোগ্যতা	শ্রেণিভিত্তিক অর্জন উপযোগী যোগ্যতা	শিখনফল	বিষয় বস্তু	শিখন-শেখানো কার্যাবলি		মূল্যায়ন নির্দেশনা	
				পদ্ধতি/কৌশল	পরিকল্পিত কাজ	পদ্ধতি	টুলস
		তুলনা করতে উৎসাহী হবে।					
	১.২ গণনার ধারণা লাভ করে উৎসাহের সঙ্গে বিভিন্ন বস্তুগণনা করতে পারা।	১.২.১ গণনার ধারণা ব্যক্ত করতে পারবে। ১.২.২ অনধিক ১০টি বস্তুগণনা করতে পারবে। ১.২.৩ নিকট পরিবেশের বিভিন্ন বস্তুগণনা করতে উৎসাহী হবে।	গণনা	ভুল ধারণা যাচাই অনুশীলন গণনার খেলা দলগত কাজ প্রকৃতি পর্যবেক্ষণ	১ থেকে ১০ পর্যন্তপর্যায়ক্রমে একে একে (প্রত্যেকে ১টি করে) হাত তালির সঙ্গে বলা (Counting Routine)। ছড়া ও গানের তালে তালে ১ থেকে ১০ পর্যন্তগণনা করা। পরিবেশের বিভিন্ন বস্তু(সর্বোচ্চ ১০টি) গণনা করা। ব-ক ব্যবহার করে গণনা করা।	পর্যবেক্ষণ মৌখিক	চেকলিস্ট প্রশ্নমালা

প্রাথমিক গণিতের বিষয়ের বিস্তৃত শিক্ষাক্রমের বৈশিষ্ট্য:

- গণিত বিষয়ের প্রান্তিক যোগ্যতা, শ্রেণি ভিত্তিক অর্জন উপযোগী যোগ্যতা উল্লেখ করা আছে।
- শ্রেণিভিত্তিক অর্জন উপযোগী যোগ্যতাকে বিন্যস্ত করে প্রণীত শিখনফল অন্তর্ভুক্ত করা আছে।
- শিখনফলের আলোকে শিক্ষার্থীর জন্য পরিকল্পিত কাজের উল্লেখ করা আছে।
- পরিকল্পিত কাজগুলোর জন্য শিক্ষার্থীকেন্দ্রিক কিছু পদ্ধতি ও কৌশল উল্লেখ করা হয়েছে।
- যোগ্যতা অর্জন মূল্যায়নের জন্য পদ্ধতি ও টুলস ব্যবহারের নির্দেশনা দেওয়া হয়েছে।

এ শিক্ষাক্রমে বিভিন্ন কার্যক্রমভিত্তিক শিখন, দলগত কাজ, বাস্তব উপকরণ ব্যবহার, পর্যবেক্ষণ ও অনুসন্ধানমূলক শিখনকে গুরুত্ব দেয়া হয়েছে, যা শিশুদের যৌক্তিক চিন্তা ও গাণিতিক দক্ষতার বিকাশে সহায়তা করে। শিক্ষাক্রমে উল্লিখিত গণিতের যোগ্যতাসমূহের এই বিন্যাস শিশুর গাণিতিক দক্ষতা ধাপে ধাপে উন্নয়নে এবং একই সঙ্গে উচ্চতর শ্রেণিতে জটিল গণিত ধারণা শেখার মানসিক প্রস্তুতি গ্রহণে সহায়তা করে।

সর্বোপরি, প্রাথমিক গণিত শিক্ষাক্রম একটি শিশুকে সমন্বিতভাবে বেড়ে উঠতে সহায়তা করে যেখানে বিশ্লেষণধর্মী চিন্তা, যৌক্তিক সিদ্ধান্ত গ্রহণ, সৃজনশীল সমস্যা সমাধান এবং সংখ্যার প্রতি ইতিবাচক মনোভাব গড়ে ওঠে। তাই ভবিষ্যৎ শিক্ষাজীবন, দৈনন্দিন হিসাব-নিকাশ ও প্রযুক্তিনির্ভর আধুনিক সমাজে সফলভাবে চলার জন্য এটি এক অপরিহার্য ভিত্তি।

অনুশীলনী

১. পরিমার্জিত কারিকুলাম অনুযায়ী প্রাথমিক গণিতে শিক্ষার্থীর ভিত্তি গঠনে আবশ্যিকীয় শিক্ষাক্রম কেন অপরিহার্য?
২. প্রাথমিক গণিতে যোগ্যতাভিত্তিক শিক্ষাক্রম বাস্তবায়নে শিক্ষককে কোন কোন বিষয় বিবেচনায় নিতে হয়? আবশ্যিকীয় ও বিস্তৃত শিক্ষাক্রম উভয় প্রয়োগের ক্ষেত্রে শিক্ষকের ভূমিকা ব্যাখ্যা করুন।
৩. বিস্তৃত শিক্ষাক্রমের উপাদানগুলোর পারস্পরিক সম্পর্ক ব্যাখ্যা করুন।
৪. আবশ্যিকীয় ও বিস্তৃত শিক্ষাক্রমের পার্থক্য লিখুন।

৩য়-৫ম শ্রেণির গণিত পাঠ্যপুস্তক পরিচিতি ও পাঠ্যপুস্তকের বিষয়বস্তুতে শিক্ষাক্রমের প্রতিফলন প্রাথমিক গণিতের ৩য় থেকে ৫ম শ্রেণির পাঠ্যপুস্তকের পাঠ্যসূচি শিক্ষার্থীদের ভিত্তিমূলক দক্ষতা দৃঢ় করে ধাপে ধাপে উচ্চতর গণিত ধারণা গঠনের জন্য সাজানো হয়েছে। পরিমার্জিত শিক্ষাক্রম অনুযায়ী এই শ্রেণিগুলোর পাঠ্যপুস্তকে সংখ্যার ধারণা, ভগ্নাংশ, গুণভাগ, গাণিতিক প্রতীক, গুণিতক, গুণনীয়ক, গড়, ভগ্নাংশ, শতকরা, পরিমাপ, জ্যামিতিক আকৃতি, উপাত্ত এবং সমস্যা সমাধান দক্ষতা বাস্তব উদাহরণের মাধ্যমে উপস্থাপন করা হয়েছে।

নিচে ৩য়-৫ম শ্রেণির গণিত পাঠ্যপুস্তকের পাঠ্যসূচি দেয়া হলো -

সূচিপত্র			সূচিপত্র			সূচিপত্র		
অধ্যায়	বিষয়বস্তু	পৃষ্ঠা	অধ্যায়	বিষয়বস্তু	পৃষ্ঠা	অধ্যায়	বিষয়বস্তু	পৃষ্ঠা
১	গুণ ও ভাগ	১	১	সংখ্যা	১	১	সংখ্যা ও স্থানীয় মান	১
২	গাণিতিক বাক্য	১৭	২	যোগ	২০	২	যোগ ও বিয়োগ	২৩
৩	গুণিতক ও গুণনীয়ক	৩১	৩	বিয়োগ	২৯	৩	গুণ	৪১
৪	সাধারণ ভগ্নাংশ	৪৯	৪	যোগ ও বিয়োগের সম্পর্ক	৩৪	৪	জ্ঞান	৪৯
৫	দশমিক ভগ্নাংশ	৬৩	৫	গুণ	৩৯	৫	গাণিতিক বাক্য	৬৭
৬	শতকরা	৯১	৬	ভাগ	৫৯	৬	গুণিতক ও গুণনীয়ক	৮১
৭	গড়	১০৫	৭	গুণ ও ভাগের সম্পর্ক	৭৩	৭	সাধারণ ভগ্নাংশ	৯৭
৮	পরিমাপ	১১৫	৮	যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগসংক্রান্ত সমস্যা	৭৮	৮	দশমিক ভগ্নাংশ	১১১
৯	জ্যামিতি	১৪৯	৯	ভগ্নাংশ	৮৪	৯	পরিমাপ	১২১
১০	উপাত্ত বিন্যস্তকরণ	১৭১	১০	বাংলাদেশি মুরা	৯৯	১০	জ্যামিতি	১৪৩
			১১	পরিমাপ	১১০	১১	উপাত্ত সংগ্রহ ও বিন্যস্তকরণ	১৬৯
			১২	জ্যামিতি	১২৩			
			১৩	উপাত্ত সংগ্রহ ও বিন্যস্তকরণ	১৩৭			

প্রাথমিক শ্রেণির গণিতে নির্ধারিত অর্জন উপযোগী যোগ্যতা অনুযায়ী শিক্ষার্থীকে নির্দিষ্ট গাণিতিক দক্ষতা অর্জন করতে হয়। সেই যোগ্যতার ভিত্তিতেই শিখনফল নির্ধারণ করা হয়। প্রতিটি পাঠ ও কার্যক্রম শিখনফলের সঙ্গে সরাসরি সামঞ্জস্য রেখে সাজানো। বিষয়বস্তু, উদাহরণ ও অনুশীলন শিখনফল অর্জনে সহায়ক ভূমিকা পালন করে। ফলে পাঠ্যপুস্তক, বিষয়ভিত্তিক যোগ্যতার শ্রেণিভিত্তিক অর্জনপোযোগী যোগ্যতা, শিখনফল, বিষয়বস্তু ও মূল্যায়ন নির্দেশনা মিলেই শিক্ষাক্রম বাস্তবায়নের মূল কাঠামো তৈরি করে। নমুনা হিসেবে শিক্ষাক্রম থেকে ৫ম শ্রেণির প্রাথমিক গণিত পাঠ্যপুস্তকের সাথে ৬নং বিষয়ভিত্তিক যোগ্যতার অন্তর্গত শ্রেণিভিত্তিক অর্জনপোযোগী যোগ্যতা, শিখনফল, বিষয়বস্তু ও মূল্যায়ন নির্দেশনার প্রতিফলন দেখানো হলো।

শ্রেণিভিত্তিক অর্জন উপযোগী যোগ্যতা	শিখনফল	বিষয়বস্তু
৬.৫ বৃত্ত সম্পর্কে প্রাথমিক ধারণা লাভ করে উৎসাহের সঙ্গে এর বিভিন্ন অংশ আঁকতে ও চিহ্নিত করতে পারা।	৬.৫.১ বৃত্তের ধারণা ব্যক্ত করতে পারবে।	বৃত্ত
	৬.৫.২ উৎসাহের সঙ্গে বিভিন্ন বস্তু ব্যবহার করে বৃত্ত আঁকতে পারবে।	

৬ নং বিষয়ভিত্তিক যোগ্যতার অন্তর্গত শিখনফল

প্রাথমিক গণিত

আমরা যদি পিনটির চারদিকে একবার পেনসিলটি ঘুরিয়ে আনি, তাহলে কেমন আকৃতি তৈরি করতে পারব?

একটি বিন্দু ও সুন্দর একটি গোল আকৃতি পাব।

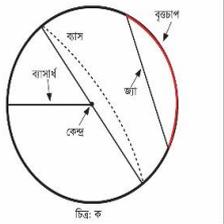
এই গোল আকৃতিকে বলা হয় বৃত্ত। যে বক্ররেখা বৃত্তটিকে আবদ্ধ করে রাখে তাকে বলা হয় পরিধি। বৃত্ত একটি আবদ্ধ বক্ররেখা যার প্রত্যেক বিন্দু ভিতরের একটি বিন্দু থেকে সমান দূরে। বৃত্তের ভিতরের এই নির্দিষ্ট বিন্দুটিকে বৃত্তের কেন্দ্র।



কেন্দ্র থেকে পরিধির প্রতিটি বিন্দুর দূরত্ব কি সমান? কেন? আলোচনা করি।

বৃত্তের অংশগুলো জানপাশে দেওয়া আছে।

- ব্যাসার্ধ হলো কেন্দ্র থেকে পরিধির দূরত্ব।
- বৃত্তচাপ পরিধির একটি অংশ।
- জ্যা হলো একটি বৃত্তচাপের প্রান্তবিন্দু দুইটির সংযোজক রেখাংশ।
- ব্যাস হলো বৃত্তের কেন্দ্রগামী জ্যা। ব্যাস হলো বৃত্তের বৃহত্তম জ্যা।



একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ এবং ব্যাসের মধ্যে সম্পর্ক কী?

বৃত্ত 'ক'-এর দিকে খেয়াল করলে দেখা যাবে যে, বৃত্তের কেন্দ্র থেকে পরিধি পর্যন্ত দূরত্ব বা ব্যাসার্ধ সব সময় সমান।

খেয়াল করলে আরও দেখা যাবে যে, ব্যাস হলো ব্যাসার্ধের দ্বিগুণ। ব্যাসকে বৃত্তের কেন্দ্রগামী জ্যা বলা হয়। ব্যাস হলো বৃত্তের বৃহত্তম জ্যা।

১৬০

প্রাথমিক গণিত

৪ বৃত্ত সম্পর্কিত বাক্যের খালি ঘর পূরণ করি।

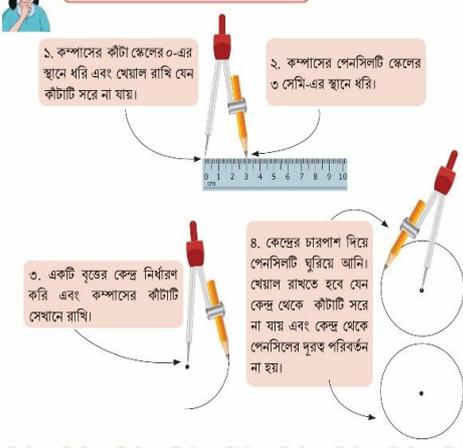
- কেন্দ্র থেকে পরিধি পর্যন্ত দূরত্ব হলো
- পরিধির একটি অংশ হলো
- একটি রেখা যা বৃত্তের যেকোনো দুইটি বিন্দু যোগ করে তা হলো
- জ্যা যদি বৃত্তের কেন্দ্র দিয়ে যায়, তাহলে তাকে বলে
- যদি ব্যাস ১২ সেমি হয়, তাহলে ব্যাসার্ধ হবে সেমি।

৫ পেনসিল কম্পাস ব্যবহার করে ৩ সেমি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বৃত্ত অঙ্কন করি।

প্রদত্ত ব্যাসার্ধ নিয়ে কীভাবে বৃত্ত অঙ্কন করা যায়?

অঙ্কনের ধাপসমূহ লক্ষ করি।

- কম্পাসের কীটা স্কেলের ০-এর স্থানে খরি এবং খেয়াল রাখি যেন কীটাটি সরে না যায়।
- কম্পাসের পেনসিলটি স্কেলের ৩ সেমি-এর স্থানে খরি।
- একটি বৃত্তের কেন্দ্র নির্ধারণ করি এবং কম্পাসের কীটাটি সেখানে রাখি।
- কেন্দ্রের চারপাশ দিয়ে পেনসিলটি ঘুরিয়ে আনি। খেয়াল রাখতে হবে যেন কেন্দ্র থেকে কীটাটি সরে না যায় এবং কেন্দ্র থেকে পেনসিলের দূরত্ব পরিবর্তন না হয়।



১৬১

পাঠ্যপুস্তকে শিক্ষাক্রমের প্রতিফলন:

কাজেই শিক্ষাক্রম, পাঠ্যপুস্তক ও শিক্ষক সহায়িকা একই ধারাবাহিক কাঠামোর পরিপূরক উপাদান। শিক্ষাক্রম নির্ধারণ করে শেখার লক্ষ্য, শিখনফল ও শ্রেণিভিত্তিক যোগ্যতা, মূল্যায়ন নির্দেশনা। পাঠ্যপুস্তক সেই লক্ষ্যবাস্তবায়নের জন্য প্রয়োজনীয় বিষয়বস্তু ও কার্যক্রমকে সুসংগঠিতভাবে উপস্থাপন করে আর শিক্ষক সহায়িকা শিক্ষকের জন্য পদ্ধতিগত নির্দেশনা, শিক্ষণ কৌশল ও মূল্যায়ন নির্দেশিকা প্রদান করে। এ তিনটির সমন্বিত ব্যবহার শিক্ষার্থীর শেখার অভিজ্ঞতাকে সমৃদ্ধ ও ফলপ্রসূ করে, এবং শিক্ষাক্রমের উদ্দেশ্যকে বাস্তবে রূপ দেয়।

অংশ-খ	প্রাথমিক গণিত পাঠ্যপুস্তক
-------	---------------------------

গণিত পাঠ্যপুস্তক (১ম-২য় শ্রেণি)

প্রাথমিক স্তরের জন্য প্রণীত সামগ্রীগুলোর মধ্যে সবচেয়ে গুরুত্বপূর্ণ হলো পাঠ্যপুস্তক। শিক্ষাক্রম, নির্ধারিত যোগ্যতা, শিখনফল বিবেচনা করেই পাঠ্যপুস্তক প্রণয়ন করা হয়। শিক্ষাক্রমের সফল বাস্তবায়নের জন্য প্রত্যেক শিক্ষকের অবশ্যই জানতে হবে-

- পাঠ্যপুস্তকে কী বিষয়বস্তু উপস্থাপন করা হয়েছে?
- কীভাবে বিষয়বস্তু উপস্থাপন করা হয়েছে?
- পাঠ্যপুস্তকের বিষয়বস্তুতে শিক্ষার্থীদের প্রতিক্রিয়া কীরূপ?

প্রাথমিক গণিত পাঠ্যপুস্তকের বৈশিষ্ট্য

- শিক্ষার্থীর বয়স ও বাস্তব অভিজ্ঞতার সঙ্গে সামঞ্জস্যপূর্ণ
- সহজ থেকে জটিলে অগ্রসর হয়ে আগের ধারণার সাথে নতুন ধারণার সংযোগ।
- কার্যভিত্তিক ও অনুসন্ধানমূলক শিখনের সুযোগ আছে।
- হাতে কলমে কাজ, তুলনা, পরিমাপ, গণনা, চিত্র ব্যবহারের উপর গুরুত দেওয়া হয়েছে।
- পরিমার্জিত জাতীয় শিক্ষাক্রমের শিখনফল অনুযায়ী সাজানো।
- প্রতিটি অধ্যায় নির্দিষ্ট দক্ষতা ও শিখনফলের সঙ্গে যুক্ত।
- চিত্রভিত্তিক উপস্থাপন ও ব্যবহারবান্ধব বিন্যাস।
- শিখন-শেখানোতে বৈচিত্র
- খেলা, গল্প, আলোচনা, সমস্যা সমাধান, দলীয় কার্যক্রম এগুলোর সংযোজন।

১ম ও ২য় শ্রেণির গণিত পাঠ্যপুস্তক পরিচিতি:

প্রাথমিক শিক্ষায় গণিতের ভিত্তি হিসেবে ১ম ও ২য় শ্রেণির গণিত পাঠ্যসূচি শিশুদের মৌলিক সংখ্যা জ্ঞান, গণনা ক্ষমতা এবং যুক্তিবোধ গঠনে গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা পালন করে। পরিমার্জিত জাতীয় শিক্ষাক্রম অনুযায়ী গণিত বিষয়কে শেখানো হচ্ছে হাতে-কলমে ও বাস্তব অভিজ্ঞতার মাধ্যমে, যাতে শিশুরা গণিতকে ভয়ের বিষয় নয় বরং আনন্দময় শেখার অংশ হিসেবে গ্রহণ করতে পারে। পাঠ্যসূচিতে সংখ্যা চেনা, যোগ-বিয়োগ, আকার-আকৃতি, দৈর্ঘ্য-পরিমাপ, সময় ও দৈনন্দিন জীবনের সাধারণ গণিত ধারণাকে সহজ ও বয়স উপযোগীভাবে সাজানো হয়েছে। প্রাথমিকস্তরের এই ভিত্তিমূলক পাঠ্যসূচিই পরবর্তী শ্রেণিগুলোর গণিত শেখাকে সুদৃঢ় ও স্বচ্ছ করে তোলে।

নিচে ১ম ও ২য় শ্রেণির

সূচিপত্র			সূচিপত্র		
অধ্যায়	বিষয়বস্তু	পৃষ্ঠা	অধ্যায়	বিষয়বস্তু	পৃষ্ঠা
১	তুলনা করি	১	১	সংখ্যা ও স্থানীয় মান	১
২	গণনা	৫		সংখ্যা পড়ি ও কথায় লিখি (২১ থেকে ১০০)	৮
৩	সংখ্যা (১ থেকে ১০)	৯		গণনা	১৪
৪	যোগের ধারণা	২৯		সংখ্যার তুলনা	১৭
৫	বিয়োগের ধারণা	৪৩		স্থানীয় মান	২২
৬	সংখ্যা : ১১ থেকে ২০	৫৪		সংখ্যার তুলনা (স্থানীয় মানের সাহায্যে)	২৫
৭	যোগ (১১ থেকে ২০)	৫৮		ছোট-বিছোট সংখ্যা ও সংখ্যা প্যাটার্ন	৩৪
৮	বিয়োগ (১১ থেকে ২০)	৬৬	২	ক্রমবাহক সংখ্যা	৩৪
৯	সংখ্যা (২১ থেকে ৪০)	৬৯		যোগ ও বিয়োগ	৪০
১০	স্থানীয় মান	৭৪		যোগ (১)	৪৬
১১	নিজে করি	৭৯		বিয়োগ (১)	৫৩
১২	জ্যামিতি	৮২		গাণিতিক সম্পর্ক (যোগ ও বিয়োগ)	৫৩
১৩	প্যাটার্ন	৮৬		যোগ (২)	৫৫
১৪	সংখ্যা (৪১ থেকে ১০০)	৯২		বিয়োগ (২)	৬৪
১৫	যোগ	৯৭		যোগ ও বিয়োগ সংক্রান্ত সমস্যা	৬৯
১৬	বিয়োগ	১০১	৩	মুঠ	৭৩
১৭	বাংলাদেশি মুদ্রা	১০৫		গুণের ধারণা	৭৩
১৮	নিজে করি	১০৯	৪	জ্যামিতিক আকৃতি ও প্যাটার্ন	১০২
				জ্যামিতিক আকৃতি	১০৫
				প্যাটার্ন	১০৫
			৫	পরিমাপ	১০৭
				দৈর্ঘ্য পরিমাপ	১১১
				ওজন পরিমাপ	১১৪
				তরলের আয়তন পরিমাপ	১১৭
				সময় পরিমাপ	১১৭
			৬	মুদ্রা	১২১
				বাংলাদেশি মুদ্রা	১২১
			৭	উপাত্ত	১২৫
				উপাত্ত সমস্যা এবং সাজানো	১২৫

প্রাথমিক গণিত শিক্ষক সহায়িকা

প্রাথমিক পর্যায়ের শিক্ষার্থীদের গণিত শেখানো একটি সংবেদনশীল ও গুরুত্বপূর্ণ দায়িত্ব। শিশুরা প্রথমবারের মতো সংখ্যা, পরিমাপ, জ্যামিতি এবং বিভিন্ন যুক্তিভিত্তিক ধারণার সঙ্গে পরিচিত হয় এই স্তরেই। তাই শিক্ষককে সহজ ও কার্যকর করতে একজন দক্ষ শিক্ষকের পাশাপাশি প্রয়োজন একটি উপযোগী শিক্ষক সহায়িকা। প্রাথমিক গণিত

শিক্ষক সহায়িকা শিক্ষককে পাঠ পরিকল্পনা, শিক্ষণ-পদ্ধতি, উপকরণ ব্যবহার, শ্রেণি কার্যক্রম, মূল্যায়ন কৌশলসহ নানা ক্ষেত্রে নির্দেশনা প্রদান করে। এতে ধাপে ধাপে শিক্ষার্থীর বোধগম্যতার স্তর অনুসারে কীভাবে পাঠ পরিচালনা করতে হবে তা স্পষ্টভাবে ব্যাখ্যা করা থাকে। ফলে শিক্ষক আত্মবিশ্বাসের সঙ্গে শ্রেণিকক্ষে গণিতের পাঠ উপস্থাপন করতে পারেন এবং শিক্ষার্থীদের শেখায় আগ্রহী করে তুলতে সক্ষম হন। এই সহায়িকা কেবল পাঠদানের বই নয় এটি একটি বাস্তবসম্মত দিকনির্দেশনা যেখানে শেখানো ও শেখার প্রক্রিয়া আরও গতিশীল, অংশগ্রহণমূলক ও শিক্ষার্থী-কেন্দ্রিক হয়ে ওঠে। প্রাথমিক গণিত শিক্ষার গুণগত উন্নয়ন নিশ্চিত করতে শিক্ষক সহায়িকার ভূমিকা তাই অনস্বীকার্য।

পাঠ্যপুস্তকের বিষয়বস্তু শিখন-শেখানোয় শিক্ষক সহায়িকার গুরুত্ব

- শিক্ষক সহায়িকা পাঠ্যপুস্তকের প্রতিটি অধ্যায় কীভাবে শেখাতে হবে তার বিস্তারিত নির্দেশনা দেয়া থাকে। এতে পাঠের শিখনফল, মূল ধারণা ও সময়সূচি থাকে, যা শিক্ষককে কার্যকর পাঠ পরিকল্পনা করতে সাহায্য করে।
- সহায়িকায় সাধারণত বিভিন্ন শিক্ষণ-পদ্ধতি (যেমন, দলগত কাজ, প্রশ্নোত্তর, অনুসন্ধানমূলক কাজ) কীভাবে ব্যবহার করতে হবে তা উল্লেখ থাকে। ফলে শিক্ষক শিক্ষার্থীর প্রয়োজন অনুযায়ী সঠিক পদ্ধতি বেছে নিতে পারেন।
- শিক্ষক সহায়িকায় এমন কার্যক্রম থাকে যা শিক্ষার্থীদের পাঠে সক্রিয়ভাবে যুক্ত করে। যেমন- অনুশীলনমূলক কাজ, আলোচনা ইত্যাদি।
- সহায়িকায় গঠনমূলক ও সমাপনী মূল্যায়নের উদাহরণ থাকে। শিক্ষক কোন শিখনফল কীভাবে মূল্যায়ন করবেন তা স্পষ্টভাবে জানতে পারেন।
- শ্রেণিকক্ষে কীভাবে কাজ বিভাজন করবেন, সময় ব্যবস্থাপনা ও শিক্ষার্থীর ভিন্ন ধরণ শেখার পরিপ্রেক্ষিতে কীভাবে পাঠ দেবেন এসব বিষয়ে সহায়িকা গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা রাখে।

গণিত শিক্ষক সহায়িকা ব্যবহারের কৌশল

প্রাথমিক শিক্ষায় পাঠ্যপুস্তকের বিষয়বস্তু কার্যকরভাবে শেখানোর জন্য শিক্ষক সহায়িকা অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ। পাঠের আগে শিক্ষক সহায়িকা পড়ে পাঠের শিখনফল, পদ্ধতি ও কৌশল, প্রয়োজনীয় উপকরণ ও কার্যক্রম সম্পর্কে ধারণা পাওয়া যায়। সহায়িকা অনুযায়ী পাঠ পরিকল্পনা তৈরি করে সময় ও কার্যক্রম ঠিক করা হয়। শ্রেণিকক্ষে খেলা, একক কাজ, দলগত কাজ, জোড়ায় কাজ ইত্যাদি কার্যক্রম প্রয়োগ করলে শিক্ষার্থীরা সক্রিয়ভাবে অংশগ্রহণ করে। জটিল বিষয়গুলোর সহজ ব্যাখ্যা শিক্ষার্থীর বোধগম্যতা বাড়াইয়। এছাড়া মূল্যায়নের জন্য সহায়িকায় দেওয়া প্রশ্ন ও পর্যবেক্ষণ তালিকা ব্যবহার করে শেখার অগ্রগতি যাচাই করা হয়। পাঠ শেষে পর্যালোচনা করে শিক্ষক পাঠদানের দক্ষতা বৃদ্ধি করেন। এভাবে শিক্ষক সহায়িকার সঠিক ব্যবহার পাঠদানকে সুসংগঠিত, কার্যকর ও আনন্দদায়ক করে। গণিত শিক্ষক সহায়িকা শিক্ষককে শুধু দিকনির্দেশনা দেয় না, বরং শিক্ষাকে অংশগ্রহণমূলক, আনন্দময় ও স্থায়ী করে তোলে। কারণ একজন দক্ষ শিক্ষক জানেন সহায়িকা একটি সহায়ক সামগ্রী যা পাঠ্যপুস্তকের বিষয়বস্তু শিক্ষার্থীর জীবনের সাথে যুক্ত করে শেখনকে অর্থবহ করে তোলে।

অনুশীলন

১. একজন শিক্ষকের গণিত পাঠ্যপুস্তক পড়ার আগে শিক্ষক সহায়িকা ব্যবহার করার কী কী সুবিধা আছে?
২. শিক্ষক সহায়িকা কীভাবে পাঠ্যপুস্তকের বিষয়বস্তুকে শিক্ষার্থীদের পূর্বজ্ঞান ও বাস্তবতার সাথে যুক্ত করে শিখন প্রক্রিয়া সহজ করে তোলে বিশ্লেষণ করি।
৩. শিক্ষাক্রম কীভাবে পাঠ্যপুস্তকের বিষয়বস্তু নির্ধারণ করে উদাহরণসহ লিখি।
৪. প্রাথমিক শিক্ষায় নতুন শিক্ষাক্রম বাস্তবায়ন পাঠ্যপুস্তক ও শিক্ষক সহায়িকার ভূমিকা আলোচনা করি।

সহায়ক তথ্য ০৪	অধিবেশন ৪: যান্ত্রিক উপলব্ধি (Instrumental Understanding) ও সম্পর্কমূলক উপলব্ধি (Relational Understanding)
-------------------	---

অংশ-ক	যান্ত্রিক উপলব্ধি ও সম্পর্কমূলক উপলব্ধি
-------	---

শুধু নিয়ম বা সূত্র মুখস্থ করে গণিতের সমস্যা সমাধান করাকে যান্ত্রিক উপলব্ধি বলে। এ ক্ষেত্রে শিক্ষার্থী কীভাবে করতে হয় তা জানে, কিন্তু কেন করতে হয় সে ব্যাপারে গভীর ধারণা থাকে না। অথচ শিক্ষার্থীরা যখন কোনো গাণিতিক সমস্যা বুঝে শুনে সমস্যা সমাধান প্রক্রিয়ায় অর্থাৎ কোথা থেকে শুরু করতে হবে, কী করতে হবে এবং কেন করতে হবে তা বুঝতে ও ব্যাখ্যা করতে পারে তখন শিক্ষার্থীর যে শিখন হয় তাকে সম্পর্কমূলক শিখন/উপলব্ধি বলে। প্রাথমিক স্তরের শিশুদের গণিত শিখনের ক্ষেত্রে এই দুইটি পদ্ধতির মধ্যে সম্পর্কমূলক উপলব্ধি বা শিখন অধিক গ্রহণযোগ্য।

উদাহরণ: দুইটি ঘণ্টার মধ্যে প্রথমটি ৪ মিনিট অন্তর এবং দ্বিতীয়টি ৬ মিনিট অন্তর বাজে। ঘণ্টা দুইটি সকাল ৮ টায় একত্রে বাজে। পরবর্তী কোন সময়ে ঘণ্টা দুইটি একত্রে বাজবে?

সমাধান : যান্ত্রিক উপলব্ধি প্রয়োগের মাধ্যমে-

ঘণ্টা দুটি সকাল ৮:০০ টায় একত্রে বাজার পর পরবর্তী একত্রে বাজার সময় হলো ৪ ও ৬ এর লসাঙ্ক।

৪ এর মৌলিক উৎপাদক: 2×2

৬ এর মৌলিক উৎপাদক: 2×3

৪, ৬ এর লসাঙ্ক = $2 \times 2 \times 3 = 12$

ঘণ্টা দুটি প্রতি ১২ মিনিট পর পর একসাথে বাজবে।

সকাল ৮:০০ টায় একসাথে বাজার পর, তারা আবার একসাথে বাজবে (৮:০০ + ১২) মিনিট = সকাল ৮:১২ টায়।

সম্পর্কমূলক উপলব্ধি প্রয়োগের মাধ্যমে-

প্রথম ঘণ্টাটি বাজে: ৮:০০, ৮:০৪, ৮:০৮, ৮:১২, ৮:১৬, ৮:২০, ... (প্রতি ৪ মিনিট পর পর)

দ্বিতীয় ঘণ্টাটি বাজে: ৮:০০, ৮:০৬, ৮:১২, ৮:১৮, ৮:২৪, ... (প্রতি ৬ মিনিট পর পর)

অতএব, ৮:১২ টায় ঘণ্টা দুটি আবার একসাথে বাজবে।

উপর্যুক্ত পদ্ধতি দুটির মধ্যে প্রথমটির নিয়ম মুখস্থ করে শিক্ষার্থীরা লসাঙ্ক নির্ণয় করেছে। কিন্তু তারা প্রকৃত বিষয়টি অনুধাবন করতে সক্ষম হয়নি। দ্বিতীয় পদ্ধতিতে শিক্ষার্থীরা সকাল ৮টার পরে পরবর্তী কোন সময়ে ঘণ্টা দুটি একত্রে বাজবে তার মিল খোঁজার চেষ্টা করে ফলাফল নির্ণয় করেছে।

অংশ-খ	যান্ত্রিক উপলব্ধি ও সম্পর্কমূলক উপলব্ধির সুবিধা-অসুবিধা
-------	---

যান্ত্রিক উপলব্ধি	সম্পর্কমূলক উপলব্ধির
১. গুণের নামতা টেবিল মুখস্থ বলতে পারে এবং টেবিল ব্যবহার করে গুণ অঙ্ক করতে পারে।	১. গুণের ভেতর সংখ্যাভয়ের মধ্যে সম্পর্ক খুঁজে দেখে এবং পরে গুণ করে, গুণের নামতা ব্যবহার করে।
২. সমতল আকার-আকৃতি চিহ্নিত করে ক্ষেত্রফল নির্ণয় করে।	২. সমতল আকার-আকৃতির মধ্যে সম্পর্ক খুঁজতে বিভিন্ন দিক থেকে সহায়তা নেয়।
৩. ভগ্নাংশ ও দশমিক ভগ্নাংশের গুণ ও ভাগ করতে পারে।	৩. ভগ্নাংশের গুণ ও ভাগের মধ্যে সম্পর্ক খুঁজে পাওয়ার চেষ্টা করে।
৪. ঐকিক নিয়মের সমস্যা সমাধান করতে পারে।	৪. সমস্যা সমাধানের ক্ষেত্রে সমানুপাতিক সম্পর্ক সংখ্যার সাথে খুঁজে বের করে।
৫. আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে দৈর্ঘ্য-প্রস্থ নির্ণয় করে সমস্যা সমাধান করতে পারে।	৫. ছোট ছোট ক্ষেত্রফলের সমষ্টি নির্ণয় করে বড় ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করে।
৬. নিয়ম সংক্ষিপ্ত বলে সময় কম লাগে।	৬. নিয়মের ধারাবাহিকতা বেশি থাকে বলে সময় বেশি লাগে।
৭. এই পদ্ধতিতে একসাথে অনেক শিক্ষার্থীর মূল্যায়ন করা যায়।	৭. এই পদ্ধতি সময়সাপেক্ষ, তাই অনেক শিক্ষার্থীকে একসাথে মূল্যায়ন করা যায়না।
৮. কেবলমাত্র মখস্থ করতে হয়। যন্ত্রের মতো ব্যবহার করা হয়।	৮. সমস্যা এবং সংশ্লিষ্ট প্রক্রিয়া বুঝতে হয়। সমস্যা সমাধানে তৃপ্তি ও আনন্দ পাওয়া যায়

সম্পর্কমূলক উপলব্ধি ব্যবহার করে শিখনে সুবিধা-

- শিক্ষার্থীরা পূর্বে অর্জিত জ্ঞানের আলোকে সূত্র খুঁজে দেখতে পারে।
- শিক্ষার্থীরা গণিতের বিষয়বস্তু খুব গভীরভাবে বুঝতে পারে।
- শিক্ষার্থী শিখনের প্রতি ইতিবাচক দৃষ্টিভঙ্গি জাগ্রত করে।
- নতুন ধ্যান-ধারণা সম্পর্কে শেখা খুব সহজ।
- এতে খুব কম মুখস্থ করতে হয়।
- শিখনফল স্থায়ী হয়।
- সৃজনশীল ক্ষমতা ও বুদ্ধিমত্তা বৃদ্ধি পায়।
- শিক্ষার্থীদের পাঠের প্রতি আকর্ষণ ও আনন্দ বৃদ্ধি পায়।
- শিক্ষার্থীদের সৃজনশীলতা/মেধা মূল্যায়ন করা সহজতর হয়। সম্পর্কমূলক উপলব্ধির অনেক সুবিধা রয়েছে। তবুও বেশিরভাগ শিক্ষক গণিত শিখনে যান্ত্রিক উপলব্ধি ব্যবহার করেন। তবে যান্ত্রিক উপলব্ধির কোন উপযোগিতা নেই এটাও অবশ্য সঠিক নয়।
- নিচে যান্ত্রিক উপলব্ধির উপযোগিতা নিয়ে আলোকপাত করা হলো-নিজস্ব পটভূমিতে যান্ত্রিক উপলব্ধি ব্যবহার করে গণিতের অনেক বিষয়বস্তু বুঝতে অনেক সহজ। যেমন, দুইটি ভগ্নাংশের ভাগ যান্ত্রিক উপলব্ধিতে শেখানো খুব সহজ।
- এতে নতুন কাজে খাপ খাওয়ানো খুব সহজ।
- শিক্ষার্থীরা সঠিক উত্তর খুব সহজে খুঁজে পায়।
- নির্দিষ্ট/স্বল্প সময়ের মধ্যে সিলেবাস শেষ করার জন্য বিদ্যালয়ের যথেষ্ট সময় থাকে না, তাই এটি অধিক জনপ্রিয়।

- যান্ত্রিক উপলব্ধির জন্য শিখনের সময় কম লাগে, এবং সম্পূর্ণ না বুঝে শিক্ষার্থী কম সময়ে পরীক্ষার প্রশ্নের উত্তরদানে সক্ষম হয়।

অংশ-গ	যান্ত্রিক উপলব্ধি ও সম্পর্কমূলক উপলব্ধির প্রয়োগ
-------	--

গাণিতিক সমস্যা সমাধানে সম্পর্কমূলক উপলব্ধি ও যান্ত্রিক উপলব্ধি উভয়েরই গুরুত্ব রয়েছে। তবে যেকোনো বিষয় সম্পর্কে শিক্ষক হিসেবে নতুন ধারণা দিতে গেলে প্রথমে সম্পর্কমূলক উপলব্ধির ব্যবহারই শিশুর জন্য অধিক উপযোগী। তাই নতুনভাবে গাণিতিক কোনো ধারণা প্রদান করতে হলে সম্পর্কমূলক উপলব্ধি প্রয়োগ করার মাধ্যমে শিক্ষার্থীদের ঐ বিষয়ে ধারণা প্রদান করা প্রয়োজন। সম্পর্কমূলক উপলব্ধির ব্যবহার করতে গেলে প্রথমে শিক্ষককে বাস্তব জীবন থেকে বিভিন্ন গাণিতিক সমস্যা বা পরিপ্রেক্ষিত সংগ্রহ করতে হবে। পরবর্তীতে এরূপ গাণিতিক সমস্যাগুলো কীভাবে সমাধান করা যায় শিক্ষার্থীদের সে সম্পর্কে যথেষ্ট চিন্তা করার সুযোগ দিতে হবে। চিন্তা করার পর সমস্যা সমাধানে এগিয়ে যেতে হবে। পাশাপাশি এখান থেকে শিক্ষার্থী নিয়ম/সূত্র খুঁজে বের করার চেষ্টা করবে এবং পরবর্তীতে যে কোনো পরিস্থিতিতে/পরিপ্রেক্ষিতে এ সকল সূত্র ব্যবহার করতে পারবে। সম্পর্কমূলক উপলব্ধির ব্যবহারে শিক্ষার্থী বাস্তব পরিবেশের কনটেক্সট ও কনসেপ্ট সমন্বয়ের মাধ্যমে বুঝে-শুনে গাণিতিক সমস্যা সমাধানে অগ্রসর হতে হয় বলে একটু সময় বেশি লাগাটাই স্বাভাবিক। যান্ত্রিক উপলব্ধিতে কেবলমাত্র সূত্র বা নিয়ম প্রয়োগ করতে হয় বলে সময় কম লাগে। তাই আমাদের দেশে শিক্ষকগণ শ্রেণিকক্ষে যান্ত্রিক উপলব্ধি বহুল ব্যবহার করে থাকেন। গাণিতিক সমস্যা সমাধানে কোন কনটেক্সট কী কী কনসেপ্ট ব্যবহার করতে হবে তথা কোন প্রক্রিয়ায় সমস্যাটি সমাধান করতে হবে তা বুঝতে পারা খুবই গুরুত্বপূর্ণ এবং ইহাই হলো সম্পর্কমূলক উপলব্ধি। সম্পর্কমূলক উপলব্ধিতে একজন শিক্ষার্থী পারদর্শী হলে পরিবর্তিত পরিস্থিতিতে যান্ত্রিকভাবে সূত্র ব্যবহার করে গাণিতিক সমস্যা সমাধান করতে পারবেন।

গণিত বিষয়ের বিভিন্ন শিখন-শেখানো পদ্ধতি ও কৌশলসমূহ**আরোহী পদ্ধতি (Inductive Method):**

যে পদ্ধতিতে উদাহরণ, পর্যবেক্ষণ ও বিশ্লেষণের মাধ্যমে সূত্র বা সংজ্ঞা গঠন করা হয় তা হলো আরোহী পদ্ধতি। আরোহী পদ্ধতির ইংরেজি হলো Inductive Method। জানা থেকে অজানা, মূর্ত থেকে বিমূর্ত, সহজ থেকে কঠিন, বিশেষ থেকে সাধারণ সত্যে উপনীত হওয়া, উদাহরণ থেকে সূত্র গঠন করাকে আরোহী পদ্ধতি বলে। কতগুলো উদাহরণ ভালোভাবে পরীক্ষা করে সেগুলো থেকে যদি যুক্তির সাহায্যে কোনো সাধারণ সিদ্ধান্তে উপনীত হওয়া যায় বা সূত্র গঠন করা যায় তবেই আরোহী পদ্ধতি কার্যকর হয়। আরোহী পদ্ধতির মূল কথা হলো 'উদাহরণ থেকে সূত্র'। প্রশিক্ষণার্থীর সামনে কতগুলো উদাহরণ তুলে ধরলে তারা সেগুলোকে বিচার বিশ্লেষণ করে নিজস্ব চিন্তা ও যুক্তি-বিন্যাস ক্ষমতা দ্বারা স্বাভাবিক পথে সূত্র বা সিদ্ধান্তে পৌঁছবে।

আরোহী পদ্ধতির বৈশিষ্ট্য:

- আরোহী পদ্ধতিতে প্রশিক্ষণার্থীরা এক দিকে যেমন নিষ্ক্রিয় শ্রোতা হয়ে বসে থাকে না, অন্যদিকে তেমন বুদ্ধিকে কাজে লাগিয়ে একটি নতুন তত্ত্ব ও তথ্য উদঘাটনের আনন্দ লাভ করে।
- কোনো সর্বজনীন সত্য বা সাধারণ সূত্র নির্ণয়ের জন্য কতকগুলো বিশেষ দৃষ্টান্তের সহায়তায় তার সত্যতা যাচাই করা হয়।
- আরোহী পদ্ধতি অনুমান পরীক্ষা প্রসূত।
- আরোহী পদ্ধতিতে প্রাপ্ত সাধারণ সিদ্ধান্তকে সবসময় চূড়ান্ত বলে ধরে নেয়া যায় না। তবে সেগুলো সঠিক হওয়ার সম্ভাবনা বেশি।
- গাণিতিক ক্ষেত্রে আরোহী পদ্ধতি বিশেষভাবে কার্যকর, কেননা গণিতের প্রাথমিক রূপই হলো আরোহী। ব্যাকরণ শেখানোর ক্ষেত্রেও আরোহী পদ্ধতি খুবই উপযোগী।
- আরোহী পদ্ধতি একটি মনোবিজ্ঞানসম্মত পদ্ধতি।

অবরোহী পদ্ধতি (Deductive Method):

অবরোহী পদ্ধতির ইংরেজি অর্থ হলো Deductive Method। কোনো বিবৃতি থেকে সেটির মূল বক্তব্যে পৌঁছার জন্য গৃহীত প্রক্রিয়াকে অবরোহী পদ্ধতি নামে গণ্য করা হয়। অবরোহী পদ্ধতি আরোহী পদ্ধতির সম্পূর্ণ বিপরীত। কোনো সূত্র প্রয়োগ করে যে সত্য পাওয়া যায় তা নির্ধারণ করাই অবরোহী পদ্ধতি। যে পদ্ধতিতে কোনো একটি সাধারণ তথ্যকে স্বীকার করে বা প্রতিষ্ঠিত কোনো সত্য বা সূত্রকে ভিত্তি করে নতুন কোনো সত্যতা প্রমাণ করা হয় তাকে অবরোহী পদ্ধতি বলে। অল্প কথায় বলা যায়, বিমূর্ত থেকে মূর্ত তথ্যে উপনীত হওয়ার পদ্ধতি অবরোহী পদ্ধতি নামে খ্যাত।

এই পদ্ধতিতে 'সূত্র থেকে উদাহরণে' যাওয়া যায় বলে গণিতের কোনো সূত্রকে প্রশিক্ষণার্থীদের সামনে তুলে ধরলে তারা তা আয়ত্ত করে, তারপর সেটিকে বিভিন্ন ক্ষেত্রে বিভিন্ন উদাহরণ ও দৃষ্টান্তের মধ্যে প্রয়োগ করে বা বিভিন্ন সমস্যা সমাধানে তার নির্ভুলতা নির্ণয় করতে পারে।

অবরোহী পদ্ধতির বৈশিষ্ট্য:

- অবরোহী পদ্ধতি ঠিক আরোহী পদ্ধতির বিপরীত পদ্ধতি।
- অবরোহী পদ্ধতির সিদ্ধান্তগুলো ব্যাকরণ শাস্ত্র সম্মত।
- অবরোহী পদ্ধতিতে সাধারণ সত্য থেকে বিশেষ সত্যে উপনীত হওয়া যায়।
- অবরোহী পদ্ধতির সত্যগুলো আরোহী পদ্ধতিতে নিরূপিত হয়।
- ব্যবহারিক ক্ষেত্রে ভাষা ব্যবহার ও ভাষা ব্যবহারের দক্ষতা বৃদ্ধির দিক থেকে অবরোহী পদ্ধতি খুবই গুরুত্বপূর্ণ। কারণ ভাষার ক্ষেত্রে যথাযথভাবে প্রয়োগ ছাড়া নিছক ব্যাকরণ-জ্ঞান অনাবশ্যিক।

আবিষ্কার পদ্ধতি (Heuristic Method):

আবিষ্কার পদ্ধতি বা Heuristic Method এর উদ্ভাবক হেনরি এডওয়ার্ড আর্মস্ট্রং। তিনি ১৮৪৮ সালের ৬ মে ইংল্যান্ডে জন্মগ্রহণ করেন। আবিষ্কার পদ্ধতি কাকে বলে তা আলোচনার আগে আবিষ্কার কথাটির অর্থ ব্যাখ্যা করার প্রয়োজন। আবিষ্কার বা Heuristic কথাটি এসেছে গ্রীক শব্দ থেকে। শব্দটির অর্থ হল আমি আবিষ্কার করি (I find out)। এই কথাটির মধ্যেই আবিষ্কার পদ্ধতির অর্থ নিহিত রয়েছে। এখানে প্রশিক্ষণার্থী নিজে আবিষ্কার করে বলেই এই পদ্ধতিকে আবিষ্কার পদ্ধতি বলা হয়েছে।

আবিষ্কার পদ্ধতির বৈশিষ্ট্য:

এই পদ্ধতির প্রধান বৈশিষ্ট্য হলো প্রশিক্ষণার্থীকে কোন কিছু বলে দেওয়া হবে না, সে নিজে তার প্রস্তুতি ও অগ্রহ অনুযায়ী সমস্যা নির্বাচন করবে ও তার সমাধান করবে। তাই বলে শিক্ষকও নিষ্ক্রিয় হয়ে বসে থাকবেন না। তিনি অত্যন্ত দক্ষতার সঙ্গে শ্রেণিকক্ষে এমন একটি সহায়ক পরিবেশ সৃষ্টি করবেন যাতে প্রশিক্ষণার্থীরা নিজেরাই স্বতঃস্ফূর্তভাবে পাঠের বিষয়বস্তু নির্বাচন করবে, তার সমাধানের পথ খুঁজে বের করতে উৎসাহিত হবে, উপযুক্ত নিয়ম ও সূত্র ব্যবহার করে সমস্যা সমাধান করবে। এক্ষেত্রে সহায়ক পরিবেশ বলতে প্রশিক্ষণার্থীদের সঙ্গে শিক্ষকের বন্ধুসুলভ ব্যবহার থেকে শুরু করে, বইপত্র ও যন্ত্রপাতি ইত্যাদি গণিত শিক্ষায় প্রয়োজনীয় সব কিছু সরবরাহ করাকে বুঝায়। শুধু সহায়ক পরিবেশ সৃষ্টি করে তিনি ক্ষান্ত হবেন না। শ্রেণিকক্ষের শিক্ষাদান ও শিক্ষার্জনের কাজের পুরো দায়িত্বে তিনি থাকবেন, প্রশিক্ষণার্থীদের প্রয়োজনীয় নির্দেশ দিবেন এবং ছোট ছোট প্রশ্নের মাধ্যমে তাদেরকে জ্ঞান লাভের সঠিক পথে এগিয়ে যেতে সাহায্য করবেন। বস্তুত এই পদ্ধতিতে ছাত্র-শিক্ষক উভয়ে জ্ঞানলাভের কার্যে পুরোপুরি সক্রিয় থাকবে। কেউ নিষ্ক্রিয় থাকবে না।

পরিশেষে বলা যায় যে, এই পদ্ধতি পৃথক কোন পদ্ধতি নয়। এটি একটি বাস্তবমুখী কৌশল এবং এই কৌশল সব পদ্ধতির মাঝেই থাকতে পারে। এখানে প্রশিক্ষণার্থীরা নিজেরা আবিষ্কার করে বলেই এই পদ্ধতিকে আবিষ্কার পদ্ধতি বলা হচ্ছে। বস্তুত যে কার্যকর পদ্ধতিতে প্রশিক্ষণার্থীরা নিজেরা আবিষ্কার করে বলেই এই পদ্ধতিকে আবিষ্কার পদ্ধতি বলা হচ্ছে। এই পদ্ধতিতে প্রশিক্ষণার্থীদের নিজেদের সমাধান খুঁজে বের করতে দেওয়া হয়। তবে তফাৎ হচ্ছে এই যে, এই পদ্ধতিতে প্রশিক্ষণার্থীদের দ্বারা আবিষ্কার উপর গুরুত্ব দেওয়া হয়। অন্য পদ্ধতিতে প্রশিক্ষণার্থীরা একটু আধটু আবিষ্কার করতেও পারে আর নাও পারে কিন্তু এই পদ্ধতিতে তাকে আবিষ্কারের কাজে নিয়োজিত থাকতেই হবে, তথ্য সংগ্রহ করতে হবে, সমস্যা সমাধানের জন্য হাইপোথেসিস নির্ধারণ করতে হবে এবং তার সত্যতা নির্ধারণের জন্য পরিকল্পনা অনুযায়ী অগ্রসর হতে হবে। এভাবে প্রশিক্ষণার্থী মূর্ত তথ্য হতে বিমূর্ত জ্ঞানলাভ করতে সক্ষম হবে।

এই পদ্ধতি বেশ সময় সাপেক্ষ বলে বর্তমানে এই পদ্ধতির কিছুটা সংশোধন করে নির্দেশ অনুসারে আবিষ্কার পদ্ধতি (Guided Discovery) অনুসরণ করা হয়।

সমস্যা সমাধান পদ্ধতি (Problem-Solving Method):

প্রাচীনকাল থেকেই শিখন-শেখানো কার্যক্রমে এই পদ্ধতি প্রয়োগ করা হচ্ছে। গ্রিক দার্শনিক সক্রেটিস (খ্রিস্টপূর্ব ৪৭০-৩৯৯) শিক্ষণের ক্ষেত্রে প্রথমে একটি সমস্যা তৈরি করতেন; পরে সমস্যাটির বাস্তবভিত্তিক সমাধানের জন্য প্রশিক্ষণার্থীদের উৎসাহ দিতেন। নীতিগতভাবে সক্রেটিস এই পদ্ধতির প্রবক্তা হলেও মার্কিন দার্শনিক জন ডিউই তার প্রয়োগবাদী দর্শনের ভিত্তিতে এই পদ্ধতিকে একটি পরিণত রূপ দেন। কাজেই জন ডিউই সমস্যা সমাধান পদ্ধতির প্রবর্তক।

জন ডিউই ১৮৫৯ সালের ২০ অক্টোবর আমেরিকার বার্লিংটন নামক একটি ছোট শহরে জন্মগ্রহণ করেন। চার ভাইয়ের মধ্যে ডিউই ছিলেন তৃতীয়। ছোটবেলা শিক্ষার প্রতি তার অনুরাগ ছিল। তিনি আমেরিকার ভার্নন বিশ্ববিদ্যালয় থেকে স্নাতক এবং হপকিনস্ বিশ্ববিদ্যালয় থেকে পিএইচডি ডিগ্রি অর্জন করেন। তিনি শিকাগো ও কলম্বিয়া বিশ্ববিদ্যালয়ে অধ্যাপনা করেন এবং বিভিন্ন দেশে আমন্ত্রিত বক্তা হিসাবে বক্তৃতা দেন। তিনি ছিলেন উচ্চ পর্যায়ের লেখক। শিক্ষাক্ষেত্রে প্রয়োগবাদের প্রবক্তা জন ডিউই সারা বিশ্বের একজন শ্রেষ্ঠ শিক্ষা দার্শনিক হিসেবে খ্যাতিমান।

জন ডিউই মনে করতেন শিক্ষা ব্যক্তির সেই সকল গুণের বিকাশ সাধন করবে, যা দ্বারা ব্যক্তি তার পরিবেশের সঙ্গে সার্থক অভিযোজন করতে পারবে এবং সমাজ জীবনের দায়িত্ব সার্থকভাবে পালন করতে সক্ষম হবে। শিক্ষার লক্ষ্য হলো প্রশিক্ষণার্থীর সর্বাঙ্গীণ বিকাশ সাধনের মাধ্যমে বাস্তব জীবনের উপযোগী করে গড়ে তোলা। জন ডিউই এর মতে প্রশিক্ষণার্থীর আগ্রহ ও প্রবণতার ভিত্তিতে সমস্যা নির্বাচন করবে, যখনই সে এই ধরনের সমস্যার সম্মুখীন হবে তখনই বুদ্ধিমত্তা দিয়ে তা সমাধানের চেষ্টা করবে। এই সমাধানের জন্য সে তথ্য সংগ্রহ করবে এবং তা ব্যবহার করে সমস্যার সমাধান করবে। এভাবে অর্জিত জ্ঞান প্রশিক্ষণার্থী তার বাস্তব জীবনের অন্যান্য ক্ষেত্রে প্রয়োগ করবে।

শ্রেণিকক্ষে পাঠদানের ক্ষেত্রে সমস্যা সমাধান পদ্ধতি হলো এমন একটি পদ্ধতি, যে পদ্ধতিতে শিক্ষক বিষয় সংক্রান্ত সমস্যা শ্রেণিতে উপস্থাপন করবেন এবং সমস্যাটি সমাধানের জন্য প্রশিক্ষণার্থীদের উৎসাহ দিবেন। প্রশিক্ষণার্থীরা সমস্যার সঠিক সমাধান বের করার জন্য তাদের সামর্থ্য অনুযায়ী চেষ্টা করবে। শিখন-শেখানো কার্যক্রমে এই পদ্ধতি অন্যান্য পদ্ধতির মতোই গুরুত্বপূর্ণ এবং কার্যকর। গণিত শ্রেণিতে প্রয়োগের জন্য এই পদ্ধতি অত্যন্ত কার্যকর পদ্ধতি।

এ পদ্ধতিতে সমস্যা সমাধানের ক্ষেত্রে পঞ্চস্তর (UPTCE) কাঠামোটি নিম্নরূপ:

১. উপলব্ধি (Understand): কী দেওয়া আছে? কী বের করতে হবে?
২. পরিকল্পনা (Planning): কী করতে পারি? কীভাবে করতে পারি?
৩. প্রচেষ্টা (Trying): পরিকল্পনা অনুসারে কাজ করি।
৪. যাচাই (Check): আমি কি সঠিক উত্তর পেয়েছি? উত্তরটি কি অর্থবহ হয়েছে?
৫. সম্প্রসারণ (Extend): আমি কী শিখলাম? বিকল্প কোন উপায় আছে কি?

সমস্যা সমাধান পদ্ধতির বৈশিষ্ট্য:

- প্রশিক্ষণার্থীর চিন্তণ-দক্ষতা বিকাশের ক্ষেত্রে তৈরি হয়।
- বিষয়বস্তুর কাঠিন্য অনুযায়ী একক, জোড়া বা দলীয়ভাবে সমস্যার সমাধান করা যায়।
- প্রশিক্ষণার্থীদের বৈজ্ঞানিক দৃষ্টিভঙ্গী ও উদ্ভাবনীমূলক দক্ষতার বিকাশ সাধনে সহায়ক।
- প্রশিক্ষণার্থীরা সমস্যা সমাধানের জন্য আশ্রয় চেষ্টা করে।
- প্রশিক্ষণার্থীরা একটি সমস্যাকে ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র সমস্যায় বিশ্লেষণ করে সমাধান খোঁজার চেষ্টা করে ফলে বিশ্লেষণ ক্ষমতার বিকাশ ঘটে।
- প্রশিক্ষণার্থীদের পরীক্ষণ, পর্যবেক্ষণ, তথ্য-সংগ্রহ, তথ্য-ব্যবহার এবং মূল্যায়ন দক্ষতা বিকাশের সহায়ক।

প্রকল্প-পদ্ধতি (Project Method):

প্রকল্প-পদ্ধতির প্রবক্তা উইলিয়াম হার্ড কিলপ্যাট্রিক (William Heard Kilpatrick) ১৮৭১ সালের ২০ নভেম্বর জর্জিয়াতে জন্মগ্রহণ করেন। ছোটবেলা থেকেই তিনি খুব মেধাবী ছিলেন। মাত্র একুশ বছর বয়সে তিনি বিশ্ববিদ্যালয় থেকে গ্রাজুয়েশন ও এম এ ডিগ্রি অর্জন করেন। পেশাগত জীবনে তিনি প্রথমত বিদ্যালয়ে, পরবর্তীতে বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয়ে শিক্ষকতা করেন। এই সময়ে তিনি শিক্ষা বিষয়ে গবেষণা করেন এবং বিভিন্ন গ্রন্থ রচনা করেন। ১৯৬৫ সালের ১৩ ফেব্রুয়ারি ৯৩ বছর বয়সে নিউইয়র্ক শহরে তিনি মৃত্যুবরণ করেন।

বিশ্বখ্যাত দার্শনিক জন ডিউই এর প্রয়োগবাদ শিক্ষাদর্শনকে ভিত্তি করেই কিলপ্যাট্রিক এর প্রকল্প পদ্ধতি প্রবর্তিত। প্রয়োগবাদের ইংরেজী Pragmatism শব্দটি এসেছে গ্রিক শব্দ Pragmatics হতে। Pragmatics শব্দের আভিধানিক অর্থ কার্যক্ষমতা বা উপযোগিতা। জন ডিউই এর মতে জীবনের সাথে সম্পর্কিত সমস্যাসমূহের সমাধানের মধ্য দিয়ে প্রশিক্ষণার্থীরা জ্ঞান অর্জন করে। কাজেই প্রশিক্ষণার্থীর জ্ঞান অর্জনের জন্য প্রয়োজন তার আগ্রহ, প্রবণতা ও মানসিক ক্ষমতার উপযোগী সমস্যা এবং সক্রিয়তা।

প্রকল্প-পদ্ধতিতে প্রশিক্ষণার্থীর শিখন হয় তার কাজের মাধ্যমে। দার্শনিক দিক থেকে জন ডিউই এর প্রবর্তিত সমস্যা-সমাধান পদ্ধতি সক্রিয়তা তত্ত্বের ভিত্তিতে প্রতিষ্ঠিত হলেও উইলিয়াম হার্ড কিলপ্যাট্রিক ১৮১৮ সালে প্রকল্প পদ্ধতির বাস্তব রূপ প্রদান করেন।

প্রকল্প বলতে তিনি কোন উদ্দেশ্যমূলক কাজকে বুঝিয়েছেন, যা একটি সমাজের পরিবেশের মধ্যে আন্তরিকতার সাথে সম্পন্ন করা হয়। ('A whole hearted Purposeful activity proceeding in a social environment') এই পদ্ধতিতে খর্নডাইকের প্রচেষ্টা ও ভুল সংশোধন কৌশলকে প্রত্যক্ষভাবে প্রয়োগ করা হয়। কাজেই পদ্ধতিটি মনোবিজ্ঞানসম্মত। প্রকল্প পদ্ধতি প্রয়োগে চারটি স্তর অনুসরণ করতে হয়-

১. উদ্দেশ্য (Purpose) ২. পরিকল্পনা (Planning) ৩. কার্যসম্পাদন (Execution) ৪. মূল্যায়ন (Evaluation)

নিচে এ স্তরগুলোর সংক্ষিপ্ত আলোচনা করা হলো:

১. উদ্দেশ্য (Purpose): এক বা একাধিক উদ্দেশ্যকে বিবেচনায় নিয়ে প্রকল্প নির্ধারণ করা হয়। এই স্তরে শিক্ষকের সহযোগিতায় প্রথমেই প্রশিক্ষার্থীরা একটি কাজ বা প্রকল্প স্থির করে। কাজটি করলে তাদের কী উদ্দেশ্য অর্জন হবে তাও নির্ধারণ করে।
২. পরিকল্পনা (Planning): এ স্তরে শিক্ষকের সহযোগিতায় প্রশিক্ষার্থীরা একটি কার্যকর পরিকল্পনা তৈরি করে। প্রকল্পটির বাস্তবায়ন প্রক্রিয়ার ধারাবাহিক কার্যক্রম এই স্তরে নির্ধারণ করা হয়।
৩. কার্যসম্পাদন (Execution): এ স্তরে প্রশিক্ষার্থীরা তাদের কর্মপরিকল্পনা অনুসারে কর্ম সম্পাদন করে। শিক্ষক পাশে থেকে প্রয়োজনে সহযোগিতা করেন। কার্য সম্পাদন স্তরই প্রকৃতপক্ষে প্রকল্প বাস্তবায়ন স্তর।
৪. মূল্যায়ন (Evaluation): এ স্তরে যে উদ্দেশ্যের ভিত্তিতে প্রকল্পটি গ্রহণ করা হয়েছিল তা অর্জিত হয়েছে কিনা, তা মূল্যায়ন করা হয়। কার্যসম্পাদন করার সময় উদ্দেশ্য অর্জনে কী কী অসুবিধা হলো তা এই স্তরে জানা যায়।

প্রকল্প-পদ্ধতিতে প্রশিক্ষার্থীরা স্বাধীনভাবে জীবন-ঘনিষ্ঠ সমস্যা নিজের শারীরিক ও মানসিক শক্তি ব্যবহার করে আশ্রয় চেষ্টার দ্বারা কার্য সম্পাদন করে। ফলে প্রশিক্ষার্থীরা প্রকৃত জ্ঞান ও অভিজ্ঞতা অর্জনের সুযোগ পায়। এই পদ্ধতিতে প্রশিক্ষার্থীদের মধ্যে পারস্পরিক সহযোগিতা, শ্রদ্ধাবোধ, দলের প্রতি আনুগত্য ইত্যাদি সামাজিক গুণাবলির বিকাশ ঘটে।

প্রকল্প-পদ্ধতির বৈশিষ্ট্য:

- জীবন-ঘনিষ্ঠ সমস্যা সমাধানের সহায়ক।
- পাঠ্য বিষয়ের সাথে সামাজিক ও প্রাকৃতিক পরিবেশের বাস্তব উপাদানের সমন্বয় সাধন করে।
- প্রশিক্ষার্থী তার সমগ্র চিন্তা ও কর্মদক্ষতা প্রয়োগ করে স্বাধীনভাবে কাজ করার সুযোগ পায়।
- সক্রিয়তা এ পদ্ধতির প্রধান বৈশিষ্ট্য। প্রকল্প প্রণয়ন থেকে শুরু করে ফলাফল যাচাই পর্যন্ত প্রতিটি ধাপেই প্রশিক্ষার্থীকে সক্রিয় থাকতে হয়।
- এ পদ্ধতি প্রশিক্ষার্থীর মধ্যে পারস্পরিক সহযোগিতা, শ্রদ্ধাবোধ, দলের প্রতি আনুগত্য ইত্যাদির সামাজিক গুণাবলির বিকাশ সাধন করে।

প্রকল্প-পদ্ধতি প্রয়োগের কৌশল:

১. শ্রেণির প্রশিক্ষার্থীদের প্রয়োজনীয় সংখ্যক দলে বিভক্তকরণ।
২. দলের সাথে আলাপ আলোচনার ভিত্তিতে প্রকল্প নির্বাচন।
৩. প্রকল্পের উদ্দেশ্য নিরূপণ।
৪. প্রকল্প বাস্তবায়নের উপযোগী কার্য-সম্পাদন পরিকল্পনা প্রণয়ন।
৫. প্রয়োজনীয় পরামর্শ প্রদান।
৬. প্রশিক্ষার্থীদের স্বাধীনভাবে কাজ করার জন্য উৎসাহ প্রদান।
৭. শিক্ষক কর্তৃক সম্পাদিত কাজের ফলাফল মূল্যায়ন।
৮. প্রকল্পের উদ্দেশ্য যাচাই।
৯. প্রকল্প পদ্ধতির প্রতিটি ধাপ ধারাবাহিক ভাবে অনুসরণীয়।

গণিত বিষয়ের বিভিন্ন শিখন-শেখানো পদ্ধতি ও কৌশলসমূহ

শিক্ষাদানের বিষয়বস্তু নির্দিষ্ট হয়ে গেলেই প্রশ্ন আসে এই বিষয়বস্তু কীভাবে শিক্ষার্থীদের শেখানো যায়? অর্থাৎ এই বিষয়বস্তু শ্রেণিকক্ষে কীভাবে উপস্থাপন করলে কীভাবে শিক্ষার্থীদের তা বোঝালে, ব্যাখ্যা করলে তারা বিষয়বস্তুটি ভালভাবে বুঝতে পারবে? ভালভাবে গণিত বিষয় শেখাতে হলে গণিতের বিভিন্ন পদ্ধতি সম্পর্কে জানতে হবে। প্রাথমিক স্তরের প্রতিটি শ্রেণিতে গাণিতিক সমস্যা সমাধানে কোন না কোন পদ্ধতি ও কৌশল অবলম্বন করা হয়েছে। আরোহী ও অবরোহী পদ্ধতি: আরোহী পদ্ধতিতে নিম্নোক্ত সমস্যাটি সমাধান করি।

সমস্যা: ৭% হারে ৮০০ টাকার ৫ বছরের মুনাফা কত?

সমাধান : ১০০ টাকার ১ বছরের মুনাফা ৭ টাকা

$$১ \quad " \quad ১ \quad " \quad " \quad = \quad \frac{৭}{১০০} \quad "$$

$$৮০০ \quad " \quad ১ \quad " \quad " \quad = \quad \frac{৮০০ \times ৭}{১০০} \quad "$$

$$৮০০ \quad " \quad ৫ \quad " \quad " \quad = \quad \frac{৮০০ \times ৭ \times ৫}{১০০} \quad "$$

$$= ২৮০ \text{ টাকা}$$

যদি, আসল = ৮০০ টাকা, সময় = ৫ বছর, মুনাফার হার = ৭ টাকা, তাহলে মুনাফা নির্ণয়ের সূত্র হবে:

$$\text{মুনাফা} = \frac{\text{আসল} \times \text{মুনাফার হার} \times \text{সময়}}{১০০}$$

উল্লিখিত উদাহরণে প্রথমে একটি বিশেষ সত্যকে বা তথ্যকে স্বীকার করে নেওয়া হয়েছে (১০০ টাকার ১ বছরের মুনাফা ৭ টাকা) এরপর এর একক নির্ণয় করে সাধারণ সিদ্ধান্তে উপনীত হতে হয়েছে। অর্থাৎ বিশেষ দৃষ্টান্ত থেকে সাধারণ সিদ্ধান্তে উপনীত হওয়াকেই আরোহী পদ্ধতি বলে।

অবরোহী পদ্ধতি:

আরোহী পদ্ধতির ঠিক উল্টোটি হচ্ছে অবরোহী পদ্ধতি। এই পদ্ধতিতে প্রথমে একটি সাধারণ সত্যকে বা তথ্যকে স্বীকার করে নিতে হয়, এরপর বিশেষ বিশেষ ক্ষেত্রে তাদের সত্যতা প্রমাণ করা হয়। উল্লিখিত উদাহরণ থেকে প্রাপ্ত সাধারণ সূত্রকে সাধারণ সত্য হিসেবে স্বীকার করে নিলে বিশেষ বিশেষ ক্ষেত্রে তাদের সত্যতা প্রমাণ করা যাবে।

$$\text{যেমন : মুনাফার সূত্র : মুনাফা} = \frac{\text{আসল} \times \text{মুনাফার হার} \times \text{সময়}}{১০০}$$

$$\therefore \text{মুনাফা} = \frac{\text{আসল} \times \text{মুনাফার হার} \times \text{সময়}}{১০০} = \frac{৮০০ \times ৭ \times ৫}{১০০} = ২৮০ \text{ টাকা}$$

আবিষ্কার পদ্ধতি (Heuristic Method):

এই পদ্ধতিতে সেই সব বিষয়বস্তু শিক্ষার্থীদের সামনে উপস্থাপিত করা হয় যা তারা শিখতে চাইবে। অর্থাৎ খুব সোজা বা খুব কঠিন বিষয় এই পদ্ধতিতে শেখাবার উপযোগী নয়। এই পদ্ধতিতে শিক্ষার্থীদের বিষয়বস্তু বলে না দিয়ে তাদের এসব নির্বাচনে সাহায্যে করা হয়। এখানে কোন বাঁধা ধরা নিয়ম নেই। অনেক সময় দেখা যায় এই পদ্ধতিতে শিক্ষাদানের উপযোগী করে পাঠ্যপুস্তকে সমস্যা দেওয়া হয়। শিক্ষার্থীরা নিজেরা এসব সমস্যা নির্বাচন করে ও সমাধান করে। আবার কখনো কখনো শিক্ষক শিক্ষার্থীদের সংগে ঘরোয়া পরিবেশে পূর্ব পাঠের আলোচনা করেন যেখানে শিক্ষার্থীরা পরে কি কি বিষয়ে শিক্ষালাভ করবে তার একটা ধারণা দেন। তখন শিক্ষার্থীরা উৎসাহী হয়ে আলোচিত বিষয়গুলি থেকে নিজেদের পছন্দমত বিষয় শিক্ষা লাভের জন্য বেছে নেয়। অনেক সময় শিক্ষার্থীরা তাদের নিজেদের মাঝে এ নিয়ে আলাপ আলোচনা করতে উৎসাহিত করা হয় এবং সেই আলোচনার মাধ্যমে

শিক্ষার্থীরা শিক্ষার বিষয় নির্বাচন করে। লাইব্রেরিতে বই পুস্তক পাঠ করার সময় সমস্যা সম্পর্কে কৌতুহলের উদ্বেক হয়। তখন সেখান থেকেও শিক্ষার্থীরা সমস্যা নির্বাচন করতে পারে। আবিষ্কার পদ্ধতির জন্য নিম্নের উদাহরণগুলো দেখা যেতে পারে।

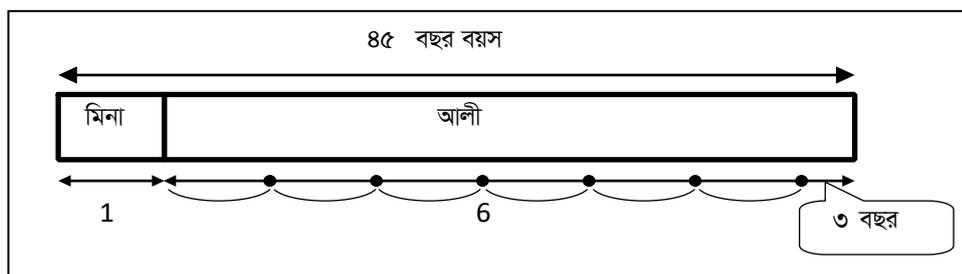
সমস্যা: মিনা, আলীর মেয়ে। তাদের বয়স একত্রে ৪৫ বছর। আলীর বয়স মিনার বয়সের ৬ গুণের চেয়ে ৩ বছরের বেশি। আলী সাহেব ও মিনার বয়স কত?

উক্ত সমস্যা সমাধানের জন্য আবিষ্কার পদ্ধতির তিনটি কৌশল নিম্নে বর্ণিত হল:

কৌশল-১: চিত্র অংকন

এখানে চিত্রে সম্ভাব্য সমাধানটির দৃশ্যরূপ দেখানো হল।

তাদের বয়সের সমষ্টি ৪৫ বছর। আলী সাহেবের বয়স মিনার বয়সের ৬ গুণের চেয়ে ৩ বছর বেশি। নিচের



মিনার বয়সের ৭ গুণ = ৪৫ বছর - ৩ বছর = ৪২ বছর

চিত্রে ব্যাপারটি প্রকাশ করা হয়েছে।

এজন্য, মিনার বয়স = $৪২ \div ৭ = ৬$ বছর এবং আলীর বয়স = $৬ \times ৬ + ৩ = ৩৯$ বছর

উত্তর: মিনার বয়স ৬ বছর, আলীর বয়স ৩৯ বছর।

উত্তরটি সঠিক হয়েছে কিনা তা যাচাই করুন: মোট বয়স = $৬ + ৩৯ = ৪৫$,

আলীর বয়স $৬ \times ৬ + ৩ = ৩৯$

কৌশল-২: নমুনা খুঁজে পাওয়া

এ কৌশলে কিছু ক্ষেত্রে একই ধরনের প্যাটার্ন খুঁজে নিতে হয়। এ জন্য কয়েক বার ভুল-প্রচেষ্টা অনুশীলন করতে হয়। সমস্যাটিতে যদি মিনার বয়স ১ বছর ধরা হয়, তাহলে আলীর বয়স হবে: $১ \times ৬ + ৩ = ৯$ বছর। একত্রে মোট বয়স হবে $১ + ৯ = ১০$ বছর।

নিম্নের ছকটিতে ৩ পর্যন্ত এই প্রক্রিয়া দেখান হয়েছে।

মিনার বয়স	১	২	৩	৪	৫	৬	---
আলীর বয়স	৯	১৫	২১				
মোট বয়স	১০	১৭	২৪				

মোট বয়সের সারিটির ১০, ১৭, ২৪ পরেরটি আগেরটি থেকে ৭ বেশি। ৭ করে বৃদ্ধিতে মোট যোগফল ১০, ১৭ এবং ২৪। যখন মিনার ৪, ৫, ৬, --- বছর বয়স হবে তখন মোট যোগফল হবে ৩১, ৩৮, ৪৫, ----- হবে। এজন্য, যখন মিনার বয়স ৬ বছর, তখন একত্রে মোট বয়স হবে ৪৫ বছর। তাহলে আলীর বয়স হলো ৩৯ বছর। এটিকে একটি প্যাটার্নও বলা যায়।

উত্তর: মিনার বয়স ৬ বছর এবং আলীর বয়স ৩৯ বছর।

কৌশল-৩: সম্ভাব্য সকল কিছু পরীক্ষা করা

এ পদ্ধতিটি খুবই সাধারণ। সঠিক উত্তর খুঁজে না পাওয়া পর্যন্ত সমস্যার সম্ভাব্য সকল মান বসিয়ে পরীক্ষা করে দেখতে হবে। এজন্য অনেকবার ভুল এবং সংশোধন করে করে প্রতিবার পরীক্ষা করে দেখতে হবে। পূর্বোক্ত আবিষ্কার পদ্ধতির ২ নং কৌশলের সমস্যাটি যদি এই প্রক্রিয়ায় সমাধান করতে চাই তাহলে আমরা মিনার বয়স ১ বছর ধরব। অর্থাৎ ১ থেকে শুরু করব, তাহলে নিম্নে বর্ণিত ছক অনুসারে হিসাব নিকাশ করতে হবে।

মিনার বয়স	১	২	৩	৪	৫	৬	---
আলীর বয়স	৯	১৫	২১	২৭	৩৩	৩৯	
মোট বয়স	১০	১৭	২৪	৩১	৩৮	৪৫	

উপরোক্ত ছক থেকে আমরা একটি উত্তর পাই; মিনার বয়স ৬ বছর এবং আলীর বয়স ৩৯ বছর। এছাড়া, বিষয়টি বর্ধিতরূপে অনুধাবনের জন্য আমরা যে কোনো সংখ্যা দিয়ে শুরু করতে পারি। আগের উদাহরণে মিনার বয়স ৮ বছর ধরা হয়, তাহলে ৮ সংখ্যা দিয়ে শুরু করতে হবে-

১) যদি মিনার বয়স ৮ বছর হয়, তাহলে আলীর বয়স = $৮ \times ৬ + ৩ = ৫১$ বছর

দুই জনের একত্রে বা মোট হয় = $৮ + ৫১ = ৫৯ > ৪৫$

এটি সঠিক নয়। মোট বয়স এর থেকে কম। তাই পরের মানগুলো কমাতে হবে।

যদি মিনার বয়স ৭ বছর হয়, তাহলে আলীর বয়স = $৭ \times ৬ + ৩ = ৪৫$ বছর

দুই জনের মোট হয় = $৭ + ৪৫ = ৫২ > ৪৫$

এটিও সঠিক নয়। মোট বয়স এর থেকে কম। তাই পরের মান আরো কমবে।

২) যদি মিনার বয়স ৬ বছর হয়, তাহলে আলীর বয়স = $৬ \times ৬ + ৩ = ৩৯$ বছর

দুই জনের মোট বয়স হয় = $৬ + ৩৯ = ৪৫$ এটি সঠিক মান।

অতএব মিনার বয়স ৬ বছর এবং আলীর বয়স ৩৯ বছর।

সমস্যা: আয়তক্ষেত্রের ধর্মাবলি আবিষ্কার কর। শিক্ষক প্রয়োজনবোধে কোন কোন দলকে পুনরাবৃত্তি করতে বলবেন এবং তাদের দক্ষতা মূল্যায়ন করবেন।

সমস্যা সমাধান পদ্ধতি (Problem Solving Method):

সমস্যা: ৬টি চেয়ার এবং ৪টি টেবিলের মূল্য একত্রে ৯৫৭০ টাকা। একটি চেয়ারের মূল্য ৬২৫ টাকা হলে একটি টেবিলের মূল্য কত?

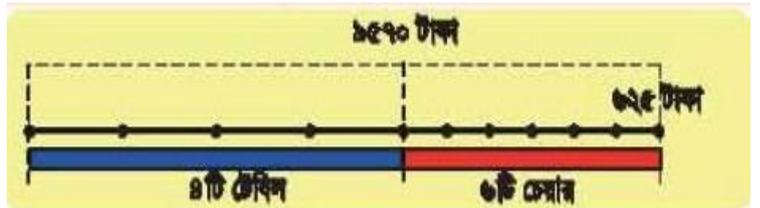
১. উপলব্ধি (Understand): কী দেওয়া আছে? কী বের করতে হবে?

- এখানে চেয়ার ও টেবিলের মূল্য একত্রে কত টাকা আছে ৯৫৭০ টাকা
- একটি চেয়ারের মূল্য ৬২৫ টাকা
- ৬টি চেয়ারের মূল্য বের করতে হবে
- মোট মূল্য হতে ৬টি চেয়ারের মূল্য বাদ দিলে ৪টি টেবিলের মূল্য পাওয়া যাবে
- ৪টি টেবিলের মূল্য হতে একটি টেবিলের মূল্য বের করতে হবে

২. পরিকল্পনা (Planning): কী করতে পারি?

কিভাবে করতে পারি?

পার্শ্বের চিত্র অঙ্কন করে শিক্ষার্থীদের সাথে প্রশ্নোত্তর আলোচনা করে বুঝতে সহায়তা করুন। একটি চেয়ারের দাম ৬২৫ টাকা কে ৬ দ্বারা গুণ করে মোট ৯৫৭০ টাকা হতে বাদ দিলে ৪টি টেবিলের মূল্য পাওয়া যায়। একে ৪ দ্বারা ভাগ করলে একটি টেবিলের মূল্য পাওয়া যাবে।



৩. প্রচেষ্টা (Trying): পরিকল্পনা অনুসারে কাজ করি।

সমাধানঃ ১টি চেয়ারের দাম ৬২৫ টাকা
৬ টি চেয়ারের দাম = (৬২৫×৬) টাকা
= ৩৭৫০ টাকা
৪টি টেবিলের মূল্য = (৯৫৭০-৩৭৫০) টাকা
= ৫৮২০ টাকা
১টি টেবিলের মূল্য = (৫৮২০ ÷ ৪) টাকা
= ১৪৫৫ টাকা

উত্তরঃ ১টি চেয়ারের মূল্য ১৪৫৫ টাকা

৪. যাচাই (Check): আমি কি সঠিক উত্তর পেয়েছি? উত্তরটি কি অর্থবহ হয়েছে?

সমস্যার সমাধান প্রক্রিয়াটি যাচাই করি

চেয়ারের মোট মূল্য + টেবিলের মোট মূল্য = মোট মূল্য

$$৩৭৫০ + ৫৮২০ = ৯৫৭০ \text{ যা সঠিক}$$

৫. সম্প্রসারণ (Extend): আমি কী শিখলাম? বিকল্প কোন উপায় আছে কি?

আমরা মূলত প্রাথমিক স্তরের চার প্রক্রিয়া শিখতে পারলাম বিকল্প হিসাবে গাণিতিক বাক্য আকারে সাজিয়ে পাই

- কথায় গাণিতিক বাক্যটি হচ্ছে: (মোট মূল্য - ৬টি চেয়ারের মূল্য) ÷ টেবিলের সংখ্যা
- গাণিতিক বাক্যটি হচ্ছে: $(৯৫৭০ - ৬২৫ \times ৬) \div ৪$
- হিসাব: $= (৯৫৭০ - ৩৭৫০) \div ৪$
 $= ৫৮২০ \div ৪ = ১৪৫৫$

উত্তর: ১৪৫৫ টাকা

অংশ-ক

সংখ্যা ও অঙ্ক

সংখ্যা হচ্ছে একটি বস্তু নিরপেক্ষ ধারণা। দৃশ্যমান সবকিছুরই পরিমাণ সংখ্যা দ্বারা প্রকাশ করা যায়। যেমন, বস্তুর পরিমাণ বুঝাবার জন্য আমরা সাধারণত সাতটি বই, সাতটি পেন্সিল, সাতটি কলম এভাবে বলে থাকি। এখানে সবগুলো জিনিসেরই পরিমাণ হচ্ছে সাত। এখানে '৭' দ্বারা বস্তুর পরিমাণকে প্রকাশ করা হচ্ছে। অর্থাৎ '৭' হলো একটি সংখ্যা। এভাবে এক হাতে ৫টি আঙুল, এক মাসে ৩০ দিন, ঢাকা থেকে চট্টগ্রামের দূরত্ব ২৫০ কিমি ইত্যাদি বাক্যে ৫, ৩০ এবং ২৫০ দ্বারা আঙুল, দিন এবং দূরত্বের পরিমাণ বোঝানো হয়েছে। তাই ৫, ৩০ ও ২৫০ প্রত্যেকেই এক একটি সংখ্যা। সংখ্যা হলো গণিতের প্রাণ। সংখ্যার পরিমাণ অসীম।

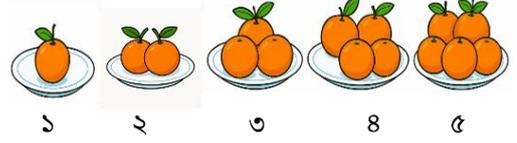
বস্তু নিরপেক্ষ সংখ্যা লিখে প্রকাশের জন্য কিছু চিহ্ন বা প্রতীক ব্যবহার করা হয়। এই প্রতীকগুলোকে অঙ্ক বা সংখ্যা প্রতীক বলা হয়। আমরা যে সংখ্যা পদ্ধতি ব্যবহার করি তাতে ১০টি সংখ্যা প্রতীক বা অঙ্ক রয়েছে। যেমন, আমাদের দেশে ব্যবহৃত সংখ্যা প্রতীক বা অঙ্কগুলো হলো ০, ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭, ৮ ও ৯। একটি সংখ্যা প্রকাশের জন্য এক বা একাধিক সংখ্যা প্রতীক বা অঙ্ক ব্যবহার করা হয়।

মানসংখ্যা (Cardinal number) ও ক্রমবাচক সংখ্যা (Ordinal Number)

মানসংখ্যা হলো পরিমাণ প্রকাশক। ১, ২, ৩, ৪, ৫ -গুলো দ্বারা বস্তুর মান বা পরিমাণ প্রকাশ করে।

ক্রমবাচকসংখ্যা কোনো কিছুর অবস্থান বোঝানোর জন্য ব্যবহার করা হয়। যেমন, দৌড়ে কে প্রথম হয়েছে? তোমার কততম জন্মদিন আজ? ইত্যাদি প্রশ্নের উত্তর খুঁজতে যে সংখ্যা ব্যবহার

করা হয় তাকে ক্রমবাচক সংখ্যা বলা হয়। ক্রমসংখ্যার ক্ষেত্রে কোন দিক থেকে গণনা শুরু হতে পারে তার উপর



১ম ২য় ৩য় ৪র্থ ৫ম

৫ম ৪র্থ ৩য় ২য় ১ম



ব্যক্তি/বস্তুর অবস্থান বা ক্রম নির্ধারণ হয়। যেমন,

উদাহরণ: পাশের চিত্রে যেকোনো একটি বাক্সের মধ্যে ১টি আপেল আছে। রাজু এক এক করে খোলার পর তা দেখতে পেল।

৩টি খোলা বাক্স, ২টি বন্ধ বাক্স ও ১টি আপেল রয়েছে।

অর্থাৎ এখানে ৩, ২, ১ হলো মানসংখ্যা। বাম দিক থেকে চতুর্থ বাক্সে আপেল আছে। ডান দিক থেকে তৃতীয় বাক্সে আপেল আছে। ক্রমসংখ্যা চতুর্থ এবং তৃতীয়।



অংশ-খ

সংখ্যার প্রকারভেদ

আমরা পূর্বেই জেনেছি গণিতের সবচেয়ে মৌলিক ও গুরুত্বপূর্ণ ধারণাগুলোর মধ্যে 'সংখ্যা' একটি প্রধান বিষয়। আমাদের দৈনন্দিন জীবনের প্রতিটি কাজে গণনা, পরিমাপ, হিসাব-নিকাশ, সময় নির্ণয়, দাম জানা সব জায়গাতেই সংখ্যা ব্যবহার করতে হয়। কিন্তু সব সংখ্যা একই ধরনের নয়, সংখ্যাকে তাদের বৈশিষ্ট্য, ব্যবহার ও গঠন অনুযায়ী বিভিন্ন ভাগে বিভক্ত করা হয়। যেমন: বাস্তব সংখ্যা, স্বাভাবিক সংখ্যা, পূর্ণ সংখ্যা, মূলদ সংখ্যা, অমূলদ সংখ্যা, জোড় ও বিজোড় সংখ্যা, মৌলিক ও যৌগিক সংখ্যা ইত্যাদি। সংখ্যার এই প্রকারভেদ সম্পর্কে

পরিষ্কার ধারণা থাকলে গণনা, সমাধান, সমস্যা বিশ্লেষণসহ গণিতের অন্যান্য অংশ শেখা অনেক সহজ হয়ে যায়। নিচে সংখ্যার প্রকারভেদ নিয়ে বিস্তারিত আলোচনা করা হলো।

বাস্তব সংখ্যা: শূন্যসহ সকল ধনাত্মক ও ঋণাত্মক সংখ্যা দিয়ে বাস্তব সংখ্যার সেট গঠিত। ছোট থেকে বড় সংখ্যার বিয়োগ প্রক্রিয়া থেকে আসে ঋণাত্মক সংখ্যা। বর্গমূল, ঘনমূল ইত্যাদি প্রক্রিয়া থেকে আসে অমূলদ সংখ্যা। অর্থাৎ সব মূলদ ও অমূলদ সংখ্যাকে একত্রে বলা হয় বাস্তব সংখ্যা।

বাস্তব সংখ্যার শ্রেণিবিভাগ: বাস্তব সংখ্যাকে মূলত চার ভাগে ভাগ করা যায়। যথা-

১. স্বাভাবিক সংখ্যা: শূন্য অপেক্ষা বড় যে কোন পূর্ণ সংখ্যাকে স্বাভাবিক সংখ্যা বলে। যেমন: ২, ৩, ৫...। এগুলো গণনাকারী সংখ্যা হিসেবেও পরিচিত। গণনা থেকেই প্রথম স্বাভাবিক সংখ্যা আবিষ্কার করা হয়।

২. পূর্ণ সংখ্যা: ভগ্নাংশহীন সংখ্যাই হলো পূর্ণ সংখ্যা। শূন্যসহ ধনাত্মক বা ঋণাত্মক অসীম সংখ্যার সেটের প্রতিটি সদস্যই একটি পূর্ণ সংখ্যা।

যেমন: -২, ০, ৩ ইত্যাদি পূর্ণ সংখ্যা। পূর্ণ সংখ্যা সংখ্যারেখায় দেখানো হলো।



পূর্ণসংখ্যাকে চারভাগে ভাগ করা যায়-

(ক) জোড় সংখ্যা: যেসব সংখ্যাকে ২ দিয়ে ভাগ করলে কোন ভাগশেষ থাকে না, তাদের জোড় সংখ্যা বলে। শূন্যকেও জোড় সংখ্যা হিসেবে বিবেচনা করা হয়। কোন সংখ্যার শেষে ২, ৪, ৬, ৮ বা ০ থাকলে সেগুলো জোড় সংখ্যা বা জোড় সংখ্যার প্যাটার্ন। যেমন: -৪, -২, ০, ২, ৪, ৬, ৮, ১০, ১২, ১৪.....এর প্রত্যেকটি জোড় সংখ্যা।

(খ) বিজোড় সংখ্যা: যেসব সংখ্যা পূর্ণসংখ্যা ২ দিয়ে বিভাজ্য নয় তাদের বিজোড় সংখ্যা বলে। কোন সংখ্যার শেষে ১, ৩, ৫, ৭ বা ৯ থাকলে সেগুলো বিজোড় সংখ্যা বা বিজোড় সংখ্যার প্যাটার্ন। যেমন: -৩, -১, ১, ৩, ৫, ৭, ৯, ১১... এর প্রত্যেকটি বিজোড় সংখ্যা।

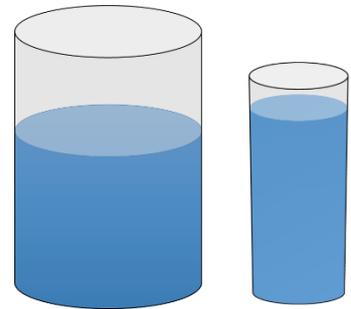
(গ) মৌলিক সংখ্যা: যে সংখ্যাগুলো কেবল ১ ও সেই সংখ্যা দিয়ে বিভাজ্য, তাদের মৌলিক সংখ্যা বলে। যেমন: ২, ৩, ৫, ৭, ১১, ১৩, ১৭ ইত্যাদি।

(ঘ) যৌগিক সংখ্যা: মৌলিক সংখ্যা নয় এমন সকল সংখ্যাকে যৌগিক সংখ্যা বলা হয়। যৌগিক সংখ্যার ২-এর অধিক গুণনীয়ক থাকে। যেমন: ৪, ৬, ৮, ৯, ১৫ ইত্যাদি।

৩. মূলদ সংখ্যা: নিচের উদাহরণটি ভালোভাবে লক্ষ্য করি এবং মূলদ সংখ্যার ধারণা লাভ করার চেষ্টা করি।

ধরা যাক, একটি পাত্রে ৩ গ্লাস পানি ধরে। ১ গ্লাস পানি দ্বারা পাত্রের কত অংশ পূর্ণ হয়? এ প্রশ্নের উত্তর হলো; $1/3$, এটি একটি মূলদ সংখ্যা।

যেসব সংখ্যা পূর্ণসংখ্যায় প্রকাশ করা যায় না তা ভগ্নাংশ রূপে প্রকাশ করা যায়। সংখ্যাকে ভগ্নাংশে রূপ দেয়া সংখ্যাই হলো মূলদ সংখ্যা। অর্থাৎ যে সংখ্যাকে দুটি পূর্ণ সংখ্যার ভাগফল আকারে প্রকাশ করা যায় তাকে মূলদ সংখ্যা বলে। যেমন: $2/3$, $5/6$ ইত্যাদি। মূলদ সংখ্যা প্রকৃত পক্ষে দুইটি পূর্ণ সংখ্যার অনুপাত। দুইটি মূলদ সংখ্যার মাঝে অসংখ্য মূলদ সংখ্যা থাকে। মূলদ সংখ্যার বিস্তৃতি অসীম।



৪. অমূলদ সংখ্যা: যে সংখ্যাকে দুটি পূর্ণ সংখ্যার ভাগফল আকারে প্রকাশ করা যায় না, তাকে অমূলদ সংখ্যা বলে। যেমন যেমন, $\sqrt{2} = 1.41421356237...$ অংশ-গ

সংখ্যা শিখন-শেখানো কৌশল

১. প্রাক-সংখ্যার ধারণা: যত-তত, কম-বেশি, বড়-ছোট

শিশুদের সংখ্যা ধারণা গঠনে 'যত-তত', 'কম-বেশি' এবং 'বড়-ছোট' ধারণাগুলো অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ। তাই এগুলোকে সংখ্যা শেখার আগের ভিত্তি বা প্রাক-সংখ্যা ধারণা বলা হয়। শিশুরা যখন ২টি মার্বেল, ২টি কাঠি, ২টি বীচি বা ২টি পাথর একসাথে দেখতে পায়, তখন তারা বুঝতে পারে যে, সব জায়গায় জিনিসের সংখ্যা সমান। এই সমান সংখ্যার দল দেখার মাধ্যমে তাদের '২' সংখ্যাটি সম্পর্কে ধারণা তৈরি হয়। অর্থাৎ, 'যত-তত' ধারণা শিশুদের সংখ্যা বোঝার শুরুতে বড় ভূমিকা রাখে।

একইভাবে, যদি ২টি মার্বেল ও ৩টি মার্বেল আলাদা রাখা হয়, শিশু সহজেই দেখতে পায় যে ৩টি মার্বেল ২টির চেয়ে বেশি এবং ২টি মার্বেল ৩টির চেয়ে কম। এভাবেই 'কম-বেশি' ধারণা শিশুদের ২ ও ৩ সংখ্যার পার্থক্য বোঝায়। ঠিক তেমনি বড় ও ছোটের ধারণাও সংখ্যার ভিন্নতা বুঝতে সাহায্য করে।

তাই সংখ্যা শেখানোর শুরুতে বিভিন্ন উপকরণ বা ছবি, চার্ট ব্যবহার করে 'যত-তত', 'কম-বেশি' এবং 'বড়-ছোট' ধারণা শিশুদের দেওয়া খুব জরুরি। কারণ এগুলো সংখ্যা শেখার আগের গুরুত্বপূর্ণ পূর্বজ্ঞান।

ধারণা গঠন: যত-তত



যত বল

কয়টি বল-তিনটি



তত ফুল

কয়টি ফুল-তিনটি

ধারণা গঠন: কম-বেশি



আম কম

কয়টি আম-তিনটি



কাঁঠাল বেশি

কয়টি কাঁঠাল-চারটি

এভাবে আরও উদাহরণের মাধ্যমে 'কম-বেশি', 'বড়-ছোট' ধারণা শেখাতে হবে। সংখ্যা প্রতীক ও সংখ্যা শিখনের পর সংখ্যার 'বড়-ছোট' শেখাতে হবে।

২. ১ থেকে ১০ পর্যন্ত সংখ্যা গণনা শিখন-শেখানো কৌশল

১ থেকে ১০ পর্যন্ত সংখ্যা শেখানো শিশুদের গণিতের ভিত্তি গঠনের প্রথম ধাপ। এই ধাপে শিশু যেন চোখে দেখে, হাতে ধরে, গণনা করে এবং অনুভব করে সংখ্যা শিখতে পারে সেজন্য শিক্ষকের বিশেষ কৌশল প্রয়োগ করা প্রয়োজন। নিচে প্রাথমিক গণিতে সংখ্যা শেখানোর কার্যকর তিন পর্যায়ে কৌশল উপস্থাপন করা হলো।

বাস্তব পর্যায়

এ পর্যায়ে শিশু বাস্তব বস্তু ব্যবহার করে সংখ্যা শেখে। এক্ষেত্রে গণনা যেমন: তেঁতুলবীচি, লিচুবীচি, খেলনা, বই, পেন্সিল, শ্রেণিকক্ষের বস্তু (ডেস্ক, চেয়ার, দরজা ইত্যাদি), বোতলের ঢাকনি, পুরাতন ম্যাচবাক্স, বাঁশের কাঠি, কাঠের ব্লক, মার্বেল ইত্যাদি ব্যবহার করা যেতে পারে। শিশু বাস্তব বস্তু নাড়াচাড়া করে, ছুঁয়ে দেখে গণনা করবে। যেমন ১টি মার্বেল, ২টি কাঠি, ৩টি বীচি, ৪টি বোতাম এভাবে ১০ পর্যন্ত। শিশুর চারপাশের পরিচিত জিনিস দিয়ে সংখ্যার ধারণা স্বাভাবিকভাবে তৈরি করা যায়। যেমন: তোমার কয়টি বই? তোমার দুই হাতে মোট কয়টি আঙুল? শ্রেণিতে কয়জন ছেলে? কয়টি জানালা আছে? শিশুকে চিনতে, দেখতে, গণনা করতে উৎসাহিত করা হলো মূল উদ্দেশ্য।

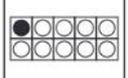
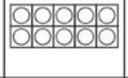
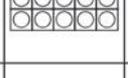
অর্ধবাস্তব পর্যায়

শিশুর পরিচিত জিনিসপত্রের ছবির মাধ্যমে সংখ্যার ধারণা এবং সংখ্যা পঠন ও লিখন শিক্ষাদান করা যেতে পারে। যেখানে বাস্তব জিনিসের জায়গায় ছবি, চার্ট, কার্ড ব্যবহৃত হয়। এক্ষেত্রে ৩ সেট কার্ড তৈরি করা যায়। সংখ্যা কার্ড (১-১০) ছবির কার্ড (১টি ছবি, ২টি ছবি...১০টি ছবি) সংখ্যা কথায় লেখা কার্ড (এক, দুই...দশ) শিশুরা তিনটি কার্ড মিলিয়ে সাজাবে $৩ = তিন = তিনটি বল, ৭ = সাত = সাতটি ফুল$ । আবার সংখ্যা প্রদর্শন ও সংখ্যা লেখা শেখানোর ক্ষেত্রে শিক্ষক কার্ড তুলে বলবেন 'এটি ১, এখানে ১টি ছবি আছে, এখানে 'এক' লেখা আছে।' শিশু আঙুল দিয়ে বাতাসে বা টেবিলে '১' আঁকবে। এভাবে ২ থেকে ১০ পর্যন্ত।

বস্তু নিরপেক্ষ পর্যায়

শিশু বাস্তব বা ছবির সহায়তা ছাড়াই শুধুমাত্র সংখ্যা প্রতীক নিয়ে কাজ করতে শেখে। এ পর্যায়ে শ্রেণিকক্ষে ১ থেকে ১০ পর্যন্ত বড় আকারের পোস্টার টানিয়ে সংখ্যা চেনা, নাম বলা এবং সঠিকভাবে সংখ্যা লেখানো অনুশীলন করা যেতে পারে। শিশু সংখ্যা গুলোকে ছোট থেকে বড় বা বড় থেকে ছোট সাজাতে শিখে, যেমন: ১, ২, ৩, ৪, ৫ বা ১০, ৯, ৮, ৭, যা তার সংখ্যাবোধকে দৃঢ় করে। একইভাবে '৬ কি ৪ থেকে বড়?' বা '২ কি ৯ থেকে ছোট?' এ ধরনের তুলনামূলক প্রশ্নের মাধ্যমে বড়-ছোট ধারণা গড়ে ওঠে। এছাড়া ডটেড (dotted) সংখ্যার সাহায্যে শিশু নিজে নিজে সংখ্যা লিখে অনুশীলন করে, ফলে তার লিখন দক্ষতা উন্নত হয়।

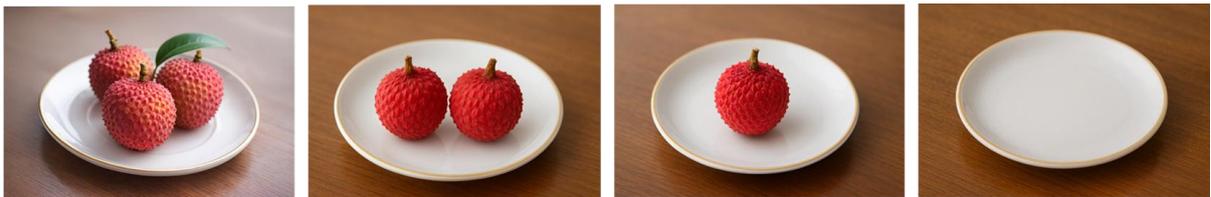
সংখ্যা (১ থেকে ১০)

গণনা, রং করা, পড়া ও লেখা			
গণনা করি	সমান সংখ্যক রং করি	পড়ি	লিখি
		১	১ ১
		২	২ ২
		৩	৩ ৩
		৪	৪ ৪
		৫	৫ ৫

প্রাথমিক গণিত ১ম শ্রেণির পাঠ্যপুস্তকের ১৩ নং পৃষ্ঠা লক্ষ্য করি। ছবিটিতে সংখ্যা শেখানোর কৌশল ধাপে ধাপে দেখানো হয়েছে, যেখানে প্রথমে শিশুকে বাস্তব জিনিস যেমন ফল দেখে গণনা করতে দেওয়া হয়, এরপর সেই সংখ্যার সমান রং করে ঘর পূরণ করতে হয় যা যত-তত ধারণা তৈরি করে। পরে বড় আকারে লেখা সংখ্যাগুলো দেখে শিশু সংখ্যা চেনা, পড়া ও বলা শিখে, এবং শেষে ডটেড (dotted) সংখ্যার ওপর লিখন অনুশীলনের মাধ্যমে সঠিকভাবে সংখ্যা লেখা শেখে। ফলে বাস্তব বস্তু → চিত্রভিত্তিক উপস্থাপন → প্রতীক চেনা → লিখন অনুশীলন। এই ধারাবাহিক প্রক্রিয়ায় শিশু দেখে, রং করে, পড়ে ও লিখে সংখ্যা সম্পর্কে পূর্ণ ও অর্থবহ ধারণা অর্জন করে।

৩. শূন্যের ধারণা

শূন্য মানে হলো কিছু না থাকা। যখন কোনো পাত্রে, ঘরে বা স্থানে যখন একটিও বস্তু থাকে না, তখন সেই সংখ্যাকে শূন্য বলা হয়। শূন্যকে আমরা ০ সংখ্যা দিয়ে লিখি।



৩

২

১

০

প্রথমে বস্তু গুনে সংখ্যা লেখা হয়। যেমন, কোনো পাত্রে যদি ৩টি লিচু থাকে, আমরা লিখি ৩; ২টি থাকলে ২; ১টি থাকলে ১টি আর একটিও না থাকলে লিখি ০।

শূন্য বোঝাতে প্রাথমিক গণিতে খালি ঘর, খালি বৃত্ত বা খালি বাক্স দেখানো হয়। এগুলো দেখে শিশুরা বুঝতে শেখে যে খালি মানেই শূন্য। এভাবে তারা বস্তু গণনা, সংখ্যা চেনা এবং শেষ পর্যন্ত খালি ঘরের জন্য শূন্য (০) লিখতে শেখে।

সংখ্যা শিখনে উপকরণের ব্যবহার

১. রঙিন বোতাম/কাঠি/কিউব

সংখ্যা গণনার জন্য ব্যবহার করা হয়। যেমন, শিশুকে ৫টি রঙিন বোতাম দিই। বলি: ‘একটা, দুইটা, তিনটা...’ প্রতিটি সংখ্যা উচ্চারণের সময় একটি করে বস্তু ধরতে বলি।

২. সংখ্যা কার্ড

প্রতিটি কার্ডে একটি করে সংখ্যা থাকে (১-১০০ বা আরও বেশি)। সংখ্যা চিনতে ও সাজাতে সাহায্য করে। যেমন, সংখ্যা কার্ড দেখিয়ে জিজ্ঞাসা করি: ‘এটা কত?’ শিশুরা বলা সংখ্যাটি খুঁজে দেখাবে। এছাড়া ১-১০ পর্যন্ত কার্ড এলোমেলো করে দিই। শিশুকে সঠিকভাবে সাজাতে বলি, ইত্যাদি।

৩. সংখ্যা রেখা

সরল রেখায় ০ থেকে শুরু করে ধারাবাহিকভাবে সংখ্যা বসানো হয়। এটি যোগ-বিয়োগ শেখার জন্য খুব কার্যকর। সংখ্যা রেখা ও বোতাম দিয়ে [০-১০ পর্যন্ত একটি সংখ্যা রেখা (কাগজে/বোর্ডে আঁকা), একটি ছোট তীর/বোতাম/ক্লিপ (যেটা সরানো যায়)]: শিক্ষক বলবেন: ধরো, তোমার কাছে ৩টা পেন্সিল আছে। শিক্ষার্থী সংখ্যা রেখায় ০ থেকে শুরু করে ৩-এ এসে থামবে। শিক্ষক আবার বলবেন: “আমি আরও ২টা পেন্সিল দিলাম।” শিক্ষার্থী সংখ্যা রেখায় ডান দিকে আরও ২ ধাপ এগোবে। সবমিলে কত হলো? এভাবেও শিক্ষার্থী সংখ্যা রেখা ব্যবহার করে সংখ্যার ধারণা লাভ করে।

৪. ডাইস ও ঘূর্ণন চাকা

খেলার মাধ্যমে সংখ্যার চর্চা করা যায়। সংখ্যা চেনা ও গণনা শেখার মজার উপায়। একটি ডাইস ঘুরিয়ে ফলাফলের সঙ্গে মিলিয়ে বস্তু গুনতে বলা।

৫. বিভিন্ন আকৃতির বস্তু

বিভিন্ন আকৃতির বস্তু ব্যবহার করে শিশুদের সংখ্যা শেখানো খুবই সহজ ও মজার একটি উপায়। বিভিন্ন আকৃতির বা রঙের গোলাকার, বর্গাকার, ত্রিভুজাকার বস্তুবা খেলনা সামনে রেখে শিশুকে আগে রঙ বা আকৃতি অনুযায়ী আলাদা করতে বলা হয়, তারপর প্রতিটি দলে থাকা বস্তু গণনা করতে বলা হয়। এতে তারা বুঝতে পারে রঙ বা আকৃতি যাই হোক, গণনার নিয়ম একই। এর ফলে সংখ্যা ও পরিমাণ বোঝা সহজ হয় এবং গুনতে পারার অভ্যাস তৈরি হয়। রঙ ও সংখ্যা চিহ্নিত করে গণনার অনুশীলন।

৬. চিত্রসংবলিত সংখ্যা চার্ট

প্রতিটি সংখ্যার পাশে সেই সংখ্যার পরিমাণ অনুযায়ী বস্তু থাকে। প্রতিটি চিত্র একবার করে ছুঁয়ে বলতে শেখায়: ‘১, ২, ৩’ গণনার মাধ্যমে শিশু সংখ্যা ও পরিমাণ মেলাতে শেখে।

অংশ-ক

সহায়ক তথ্য-২

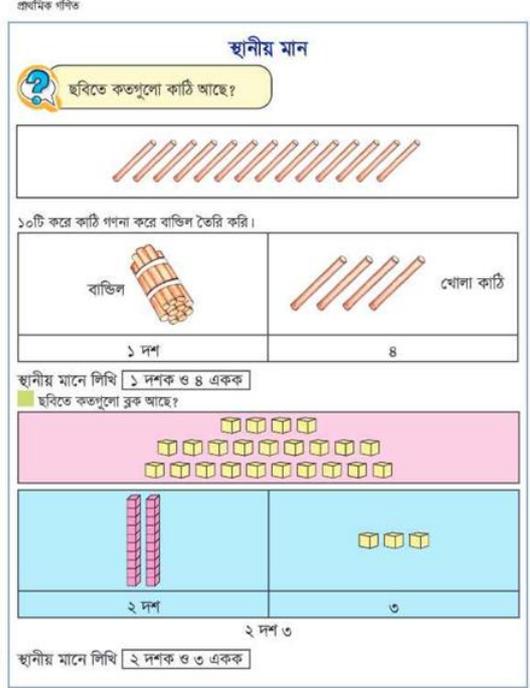
স্থানীয়মান ব্যবহার করে ১১ থেকে ১০০ পর্যন্ত সংখ্যা শিখন-শেখানো কৌশল

এক্ষেত্রে সবচেয়ে সহজ কৌশল হলো স্থানীয় মানের ধারণা প্রয়োগ করে সংখ্যা গণনা করা। আমরা আগেই আলোচনা করেছি যে, কোন সংখ্যা ০ থেকে ৯ এই দশটি অঙ্ক দিয়ে গঠিত হয়। প্রতিটি অঙ্কের মান শুধু তার সংখ্যাগত মানে নির্ভর করে না, বরং সে কোন স্থানে বসেছে তার ওপরও নির্ভর করে। একই অঙ্ক এককের ঘরে বসলে একক মান, আবার হাজারের ঘরে বসলে হাজারের মান প্রকাশ করে। অঙ্কের এই অবস্থান নির্ভর মানকেই বলা হয় স্থানীয় মান। স্থানীয় মান নির্ণয় শিখন-শেখানো কৌশল বর্ণনা করলেই ১১ থেকে ১০০ বা অসীম পর্যন্ত সংখ্যা গণনা শিখন সহজ হবে। প্রাথমিক গণিত ২য় শ্রেণির পাঠ্যপুস্তকের ২৭ নং পৃষ্ঠায় স্থানীয় মান শিখন পদ্ধতি লক্ষ্য করি। স্থানীয় মান ধারণা গঠনে শিশু ধাপে ধাপে বাস্তব বস্তু থেকে প্রতীকী পর্যায়ে অগ্রসর হয়। প্রথমে কাঠি বা অনুরূপ উপকরণ গণনার মাধ্যমে সংখ্যা সম্পর্কে তার প্রাথমিক ধারণা তৈরি করা হয়। পরবর্তী ধাপে ১০টি কাঠিকে একত্র করে একটি বাউন্ডল বা “দশক” এবং খোলা কাঠিগুলোকে “একক” হিসেবে প্রদর্শন করা হয়, যাতে শিশু বুঝতে শেখে যে এককের দল গঠন করলে তার মান পরিবর্তিত হয়ে দশকে রূপ নেয়। এরপর দশক ও এককের সমন্বয়ে সংখ্যা গঠন যেমন: ১ দশক ও ৪ একক = ১৪ এভাবে স্থানীয় মানের ভিত্তিগত ধারণা পরিষ্কার করা হয়। পরবর্তী ধাপে ব্লক বা কিউব ব্যবহার করে দুই দশক ও তিন একক প্রদর্শনের মাধ্যমে সংখ্যা ২৩ গঠনের প্রক্রিয়া দেখানো হয়, যা দশক ও এককের পার্থক্য স্পষ্টভাবে বোঝায়। সর্বশেষে শিশু $2 \times 10 = 20$ এবং $3 \times 1 = 3$ হিসাব করে মোট মান ২৩ নির্ণয় করতে শেখে, যা স্থানীয় মান নির্ণয়ের বিমূর্ত বা প্রতীকী স্তরকে সুসংহত করে।

অংশ-খ

৪. স্থানীয়মান ব্যবহার করে ১০১ থেকে ১০০০ পর্যন্ত সংখ্যা শিখন-শেখানো কৌশল

১ থেকে ১০০ পর্যন্ত সংখ্যা শিশুদের বাস্তব উপকরণ গুনিয়ে বা সংখ্যা চার্ট ব্যবহার করে শেখানো সহজ হলেও, সংখ্যা যখন ১০০-এর বেশি হয় তখন বস্তু গণনা করা অত্যন্ত কঠিন ও সময়সাপেক্ষ হয়ে পড়ে। তাই বড় সংখ্যার ক্ষেত্রে শিশুদের স্থানীয় মান (একক-দশক-শতক-হাজার-অযুত-লক্ষ-নিযুত-কোটি) বোঝানোর কৌশল আয়ত্ত করানো জরুরি। ১০০ থেকে ৯৯৯ পর্যন্ত যেকোনো সংখ্যায় ডান দিকের প্রথম অঙ্কটি একক, তার বাম পাশের অঙ্কটি দশক এবং তার পরের অঙ্কটি শতক নির্দেশ করে। শিক্ষক এই স্থানের ধারণা শিশুদের পরিষ্কারভাবে বুঝিয়ে দেবেন এবং কয়েকটি উদাহরণের মাধ্যমে দেখাবেন কীভাবে সংখ্যা পড়তে ও লিখতে হয়। যেমন: ২৪৫ সংখ্যায় ২ হলো শতক, ৪ হলো দশক এবং ৫ হলো একক। অর্থাৎ এখানে আছে ২ শতক + ৪ দশক + ৫ একক, যা পড়তে হবে ‘দুই শত পঁয়তাল্লিশ’। এভাবে স্থানভিত্তিক মান ভেঙে দেখালে শিশুরা সহজেই ১০১ থেকে ১০০০ পর্যন্ত সংখ্যার লিখন ও পঠন কৌশল রপ্ত করতে পারে।



৪. আরও বড় সংখ্যার গণনা ও স্থানীয় মান শিখনের জন্য নিচের উদাহরণটি লক্ষ্য করি।

কোটি	নিযুত	লক্ষ	অযুত	হাজার	শতক	দশক	একক
৫	৭	৬	৪	৮	০	৯	৭

→	৭ একক	৭
→	৯ দশক	৯০
→	০ শতক	০
→	৮ হাজার	৮০০০
→	৪ অযুত	৪০০০০
→	৬ লক্ষ	৬০০০০০
→	৭ নিযুত	৭০০০০০০
→	৫ কোটি	৫০০০০০০০

৫৭৬৪৮০৯৭ সংখ্যাটির অঙ্কগুলোর স্থানীয় মান নির্ণয় শেখানোর জন্য প্রথমে শিক্ষার্থীদেরকে বলতে হবে ৫৭৬৪৮০৯৭ সংখ্যাটিতে মোট ৮টি অঙ্ক রয়েছে- ৫, ৭, ৬, ৪, ৮, ০, ৯ এবং ৭। অবস্থান ভেদে সর্বডানের ৭ অঙ্কটি একক স্থানে আছে, তাই এই ৭ এর মান ৭। ডান থেকে দ্বিতীয় অঙ্ক ৯ দশকের ঘরে আছে বলে এর মান ৯ দশক বা ৯০। ডান থেকে তৃতীয় অঙ্ক ০ শতকের ঘরে থাকায় এর মান ০ শতক বা ০। চতুর্থ স্থানে থাকা ৮ হাজারের ঘরের অঙ্ক, তাই এর মান ৮ হাজার বা ৮০০০। পঞ্চম স্থানে থাকা ৪ দশ হাজারের (অযুত) ঘরে আছে, তাই এর মান ৪ দশ হাজার বা ৪০,০০০। ষষ্ঠ স্থানে থাকা ৬ লক্ষ স্থানে অবস্থান করছে, তাই এর মান ৬ লক্ষ বা ৬,০০,০০০। সপ্তম স্থানে থাকা ৭ দশ লক্ষ (নিযুত) স্থানে আছে, এর মান ৭ দশ লক্ষ বা ৭০,০০,০০০। আর সর্ব বামের অঙ্ক ৫ কোটির স্থানে আছে, তাই কোটি ঘরের এই ৫-এর স্থানীয় মান ৫ কোটি বা ৫,০০,০০,০০০।

স্থানীয়মান শিখনে উপকরণের ব্যবহার

১. রঙিন স্থানীয়মান কার্ড

একক কার্ড: লাল রঙ; দশক কার্ড: সবুজ রঙ; শতক কার্ড: নীল রঙ

শিশুদের একক, দশক, শতক আলাদা আলাদা কার্ড দেখানো হয়। পরে তিনটি একত্র করে সংখ্যা তৈরি করতে শেখানো হয়, যেমন ৪ (লাল), ২ (সবুজ), ৩ (নীল) → ৩২৪।

২. রঙিন কাঠি বা স্ট্র

একক: আলাদা রঙের কাঠি; দশক: ১০টি কাঠি রাবার ব্যান্ড দিয়ে একসাথে; শতক: ১০টি দশক গুচ্ছ একত্র করে।

৩. কিউব বা ব্লক

একক কিউব এক রঙে; দশক কিউব একত্রে লম্বা করে আরেক রঙে; শতক কিউব দিয়ে বড় স্কয়ার।

৪. সংখ্যা চার্ট

কার্ড বা বস্তুর রাখার জন্য আলাদা ঘর (যেমন: একক | দশক | শতক) এভাবে শিশুরা কার্ড রেখে বুঝে নিতে পারে কোন স্থানের কোন মান।

৫. সংখ্যা পাজল বা ম্যাগনেটিক সংখ্যা সেট

একক, দশক, শতক অংশ আলাদা খন্ড শিশুরা জোড়া লাগিয়ে পূর্ণ সংখ্যা তৈরি করে।

সংখ্যা গণিতের ভিত্তি, আর স্থানীয় মান হলো সংখ্যার প্রকৃত মান বোঝার মূল চাবিকাঠি। শিশু যখন সংখ্যা চিনে, গণনা করে, তুলনা করে এবং ধাপে ধাপে সংখ্যার গঠন বুঝতে শেখে, তখন তার গণিত বোধ ক্রমেই শক্তিশালী হয়ে ওঠে। স্থানীয় মান শেখানোর মাধ্যমে শিশু উপলব্ধি করে যে প্রতিটি অঙ্কের মান কেবল অঙ্কের নিজের মান

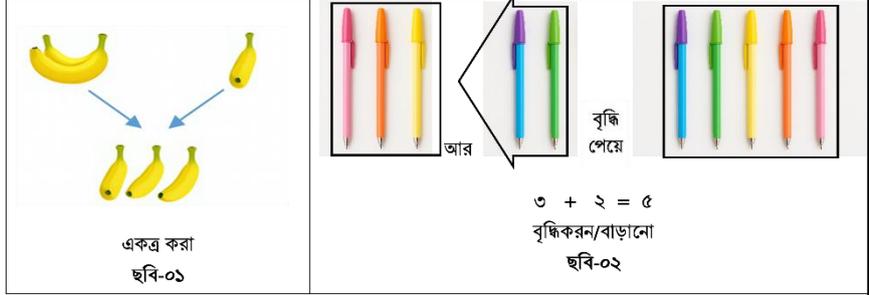
নয়, বরং সংখ্যার কোন স্থানে অবস্থান করছে তার ওপরও নির্ভর করে। এককের ঘরে থাকা ৫-এর মান ৫ হলেও, শতকের ঘরে থাকা ৫-এর মান ৫০০ এই পরিবর্তনই সংখ্যার প্রকৃত অর্থ বোঝায়। তাই সংখ্যা শেখানো এবং স্থানীয় মান শেখানো একে অপরের পরিপূরক, যা শিশুদের বড় সংখ্যা পড়া, লেখা, ভাঙা, গঠন করা এবং সঠিকভাবে ব্যবহার করার সক্ষমতা গড়ে তোলে। সঠিক পদ্ধতিতে সংখ্যা ও স্থানীয় মান শেখানো হলে শিক্ষার্থীদের গণিতের প্রতি আগ্রহ বাড়ে, পাশাপাশি তাদের যৌক্তিক চিন্তা ও সমস্যা সমাধানের দক্ষতাও সুদৃঢ় হয়।

সহায়ক তথ্য ৯	অধিবেশন ৯: প্রাথমিক গণিতের মৌলিক চার নিয়ম (যোগ ও বিয়োগ)
------------------	---

অংশ-ক	যোগ ও বিয়োগের মৌলিক ধারণা
-------	----------------------------

যোগের ধারণা

যোগ হলো দুই বা ততোধিক বস্তুর সংখ্যা বা পরিমাণ একত্র করা অথবা বাড়ানোর মাধ্যমে মোট কত হলো তা নির্ণয়ের প্রক্রিয়া। এখানে গুরুত্বপূর্ণ বিষয় হলো বস্তু যোগ করা যায় না, যোগ করা হয় বস্তুর সংখ্যা বা পরিমাণ। আবার সংখ্যা একত্র করা যায় না, কিন্তু সংখ্যার পরিমাণ একত্র করা যায়।



১. একত্র করা

যখন দুটি বা তার বেশি সংখ্যাকে পাশাপাশি রেখে তাদের মোট সংখ্যা বের করা হয়, তখন তাকে একত্র করা বলা হয়।

উদাহরণ: উপরের ০১ নং ছবিতে একদিকে আছে ২টি এবং অন্যদিকে আছে ১টি কলা। নীল তীর চিহ্নের মাধ্যমে নিচে একত্র করা হয়েছে। উপরের দুই অংশের কলাগুলো নিচে এসে একসাথে ৩টি কলায় পরিণত হয়েছে। অর্থাৎ, ছবিটি বোঝায় যে, ২টি কলার সাথে ১টি কলা যোগ করলে মোট ৩টি কলা পাওয়া যায়। এটি “একত্র করা” বা যোগের একটি সহজ উদাহরণ।

যোগের ‘একত্র করা’ ধারণা সংক্রান্ত সমস্যা

- মিথিলার কাছে ৪টি রং পেন্সিল এবং মিলার কাছে ৩টি রং পেন্সিল আছে। তাদের কাছে একত্রে রং পেন্সিলের সংখ্যা কত?
- ইভার কাছে ৭টি খেলনা আছে, আনিকার কাছে আছে ৮টি। তাদের একত্রে খেলনার সংখ্যা কত?

এই সমস্যাগুলোর মূল বিষয় হলো ‘একত্র করা’ দুইজনের জিনিস এক সঙ্গে গণনা করে মোট বের করা।

২. বৃদ্ধি বা বাড়ানো

‘বৃদ্ধিকরণ’ বলতে বোঝায় আগে যে পরিমাণ ছিল, তার সাথে আরও কিছু যোগ হয়ে মোট পরিমাণ বেড়ে যাওয়া। ২নং ছবিতে দেখানো হয়েছে যে বাম পাশে ৩টি কলম ছিল এবং ডান পাশে আরও ২টি কলম আলাদাভাবে যোগ হলো, যেগুলোকে একত্র করলে মোট ৫টি কলম পাওয়া যায়। সম্পূর্ণ ছবিটি আসলে ‘বৃদ্ধিকরণ/বাড়ানো’ বা যোগের ধারণা সহজভাবে বোঝানোর জন্য ব্যবহার করা হয়েছে, যেখানে দুটি আলাদা পরিমাণকে একত্র করে মোট সংখ্যা বাড়ানো হয়েছে। যেমন: মিন্টুর কাছে ৩টি চকলেট আছে, তার মা তাকে আরও ২টি চকলেট দিলেন। এখন তার মোট ৫টি চকলেট হলো।

যোগের চিহ্ন হচ্ছে ‘+’ এবং ‘=’ হচ্ছে সমান চিহ্ন, যা যোগ অঙ্কে ব্যবহৃত হয়। উল্লিখিত ছবিতে ‘৩+২ = ৫’ এর অর্থ হচ্ছে ৩ এর সাথে ২ যোগ করতে হবে। অর্থাৎ ৩ এর ঠিক পর থেকে ২টি সংখ্যা ক্রমিকভাবে বলে যেতে হবে, যেমন, ৪, ৫। অর্থাৎ ‘৩+২ = ৫’ এ যোগ অঙ্কে ৩ এর ঠিক পর থেকে ক্রমিকভাবে দুইটি সংখ্যা গুণনা করে গেলে শেষোক্ত সংখ্যা হবে যোগফল, যা হবে ৫।

যোগের ‘বৃদ্ধি বা বাড়ানো’ ধারণার সমস্যা

- নিলয়ের কাছে ৭টি ক্যান্ডি ছিল। তার মামা তাকে আরও ৩টি ক্যান্ডি দিলেন। এখন মোট ক্যান্ডির সংখ্যা কত?
- বাগানে ৫টি প্রজাপতি উড়ছিল। পরে আরও ৬টি প্রজাপতি এসে যোগ দিল। এখন মোট প্রজাপতি সংখ্যা কত?

এই ধরনের সমস্যায় মূল বিষয় হলো ‘বাড়ানো/বৃদ্ধি’। আগের পরিমাণে আরও যুক্ত হওয়া।

বিয়োগের ধারণা

বিয়োগ হলো যোগের বিপরীত প্রক্রিয়া। বিয়োগের ধারণা সাধারণত বস্তু বাদ দেওয়া, তুলনা করা বা পার্থক্য করার মাধ্যমে হয়ে থাকে।



বাস্তব জীবনের বিভিন্ন ধরনের বিয়োগ সম্পর্কে ধারণা লাভের জন্য উপস্থাপিত চিত্রগুলো লক্ষ্য করি। উপস্থাপিত চিত্র ৩টির গাণিতিক প্রকাশ বা ধরন কী হবে এবং গাণিতিক প্রকাশ কী একই রকম হবে, না ভিন্ন রকম হবে তার উত্তর চিন্তা করি।

বিয়োগ সংক্রান্ত নিচের ৩টি গাণিতিক সমস্যা পড়ি এবং এদের ধরন সম্পর্কে চিন্তা করি।

১. পান্না ৫টি আপেল কিনল। এর মধ্যে ২টি খেয়ে ফেলল। তার কাছে আর কয়টি আপেল থাকল?
২. রাকিবের ৫টি আপেল কেনার প্রয়োজন। ২টি কিনলেন। রাকিবের আর কয়টি আপেল কেনা দরকার?
৩. রিমনের ৫টি আপেল আছে। কাননের ২টি আপেল আছে। ২জনের আপেলের সংখ্যার পার্থক্য কত? উপরের প্রশ্নগুলোর উত্তর এক হলেও সেখানে বিয়োগের তিনটি আলাদা ধারণা নিহিত আছে। আবার ছবি ৩টিতেও বিয়োগের তিনটি আলাদা ধারণা নিহিত আছে। তা হলো 'বাদ দেয়া', 'তুলনা করা' এবং 'পার্থক্য করা'।

বাদ দেয়া: যখন কোন সামষ্টিক বস্তু থেকে কিছু কর্তন করা হয়, হারিয়ে যায়, ফেলে দেয়া হয় বা নষ্ট হয়ে যায় তখন অবশিষ্ট যা থাকে তা বের করার প্রক্রিয়া হলো বাদ দেয়া।

তুলনা করা: দুটি বস্তুর পরিমাণ যাচাই এবং একটি বস্তুর সাথে অন্য বস্তুর তুলনা করা।

পার্থক্য করা: একটি বস্তু অন্য বস্তু অপেক্ষা কত কম বা বেশি, তা নির্ণয় করা এবং দুটি সংখ্যার বা দুটি রাশির মাঝখানের ব্যবধান বা পার্থক্য বের করার প্রক্রিয়া।

বিয়োগের চিহ্ন হচ্ছে '-' এবং '=' হচ্ছে সমান চিহ্ন, যা বিয়োগ অঙ্কে ব্যবহৃত হয়। উল্লিখিত প্রশ্ন অনুযায়ী, '৫ - ২ = ৩' এর অর্থ হচ্ছে বিয়োজন ৫ থেকে বিয়োজ্য ২ "বাদ দেয়া", "তুলনা করা" এবং "পার্থক্য করা", যার বিয়োগফল হবে ৩।

যোগ শিক্ষাদান কৌশল:

(ক) হাতে না রেখে যোগ/গাণিতিক সমস্যা সমাধান

শিক্ষক এক অঙ্কের সংখ্যার যোগ শেখানোর পর দুই বা ততোধিক সংখ্যার যোগ পর্যায়ক্রমে শেখাবেন। প্রতিটি পর্যায়ে যে কোনো সংখ্যার যোগ শেখানোর সময় উপর-নিচ ও পাশাপাশি লিখে যোগ করা শেখাবেন। উপর-নিচে যোগ করার সময় শিশুরা যেন এককের ঘরের নিচে একক স্থানের অঙ্ক, দশকের ঘরের নিচে দশক স্থানের অঙ্ক, শতকের ঘরের নিচে শতক স্থানের অঙ্ক ইত্যাদি লিখতে অভ্যস্ত হয় তা শেখাবেন।

দশক	একক
৪	৩
+	৩
৭	৬

(খ) হাতে রেখে যোগ/গাণিতিক সমস্যা সমাধান

- $৩৮৭৬ + ৫৫০৮ =$ কত?

সহস্র/হাজার	শ	দ	এ
১		১	
৩	৮	৭	৬
৫	৫	০	৮
৯	৩	৮	৮

- **লক্ষ করি:** এককের ঘরের অঙ্কগুলোর যোগফল ১৪। যোগফলে এককের ঘরে ৪ লেখা হয়েছে এবং ১ দশকের ঘরের ঘরে উপরে লেখা হয়েছে। দশকের ঘরের অঙ্কগুলো যোগ করে $১+৭=৮$ হয়েছে। হাতে কোন সংখ্যা না থাকায় শতকের ঘরের উপর কিছুই লেখা হয়নি। শতকের ঘরের

১ হিসাব করি, $৩৮৭৬ + ৫৫০৮$

৩	৮	৭	৬
+	৫	৫	০

৬ + ৮ = ১৪

১ + ৭ + ০ = ৮

৮ + ৫ = ১৩

১ + ৩ + ৫ = ৯

অঙ্কগুলো যোগ করে একইভাবে হাতের সংখ্যা ১ সহস্রের ঘরের উপর লেখা হয়েছে। সহস্রের ঘরের অঙ্কগুলো যোগ করার ফলে যোগফল ৯৩৮৪ হয়। এভাবে হাতে রেখে যোগ অঙ্ক করতে হয়।

বিয়োগ শিক্ষাদান কৌশল:

(ক) হাতে না রেখে বিয়োগ/ গাণিতিক সমস্যা সমাধান

শিক্ষক এক অঙ্কের সংখ্যার বিয়োগ শেখানোর পর দুই বা ততোধিক অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যার বিয়োগ পর্যায়ক্রমে শেখাবেন। প্রতিটি পর্যায়ে যে কোনো সংখ্যার বিয়োগ শেখানোর সময় উপর-নিচে ও পাশাপাশি লিখে যোগ করা শেখাবেন। উপর-নিচে যোগ করার সময় শিশুরা যেন এককের ঘরের নিচে একক স্থানের অঙ্ক, দশকের ঘরের নিচে দশক স্থানের অঙ্ক, শতকের ঘরের নিচে শতক স্থানের অঙ্ক ইত্যাদি লিখতে অভ্যস্ত হয় তা শেখাবেন।



বিয়োগ করি $৭৮৫ - ৪২১$

৭	৮	৫
-	৪	২

এককের স্থানে:

$$৫ - ১ = ৪$$

দশকের স্থানে:

$$৮ - ২ = ৬$$

শতকের স্থানে:

$$৭ - ৪ = ৩$$

(খ) হাতে রেখে বিয়োগ/ গাণিতিক সমস্যা সমাধান

• $৫৩৪৮ - ৩৬৮৫ =$ কত?

৩য় শ্রেণির প্রাথমিক গণিত পাঠ্যপুস্তকের ৩২নং পৃষ্ঠায় বর্ণিত সমস্যার সমাধানের ক্ষেত্রে ৪ অঙ্কবিশিষ্ট ২টি সংখ্যার হাতে রেখে বিয়োগ শিখন-শেখানো কৌশল লক্ষ্য করি।

এই বিয়োগ অঙ্কে প্রথমে ৫৩৪৮ সংখ্যাটিকে চারটি ঘরে (হাজার, শতক, দশক, একক) সাজানো হয়েছে এবং তার নিচে একইভাবে ৩৬৮৫ বসানো হয়েছে। এককের ঘরে দেখা যায় ৮ থেকে ৫ বিয়োগ করে ৩ পাওয়া গেল। দশকের ঘরের ৪ থেকে ৮ বিয়োগ করা যায় না, তাই শতকের ঘর থেকে ১ শতক বা ১০ দশক এনে $১০+৪=১৪$

২ রেজার কাছে ৫৩৪৮ টাকা আছে। হিয়ার কাছে ৩৬৮৫ টাকা আছে। হিয়ার থেকে রেজার কত টাকা বেশি আছে?

গাণিতিক বাক্য $৫৩৪৮ - ৩৬৮৫ =$

৫	৩	৪	৮
-	৩	৬	৮

৩২

দশক করা হয়েছে এবং সেখান থেকে ৮ দশক বিয়োগ করে ৬ দশক পাওয়া গেল। যেহেতু শতকের ঘর থেকে ১ শতক বা ১০দশক আনা হয়েছে তাই দশকের ঘরের উপরে ১০ লেখা হয়েছে এবং শতকের ঘরের বিয়োজন ৩ কে কেটে উপরে ২ লেখা হয়েছে। এবার শতকের ঘরের ২ থেকে ৬ বিয়োগ করা যায় না, তাই হাজারের ঘর থেকে ১ হাজার বা ১০ শতক এনে $১০+২=১২$ শতক করা হয়েছে এবং সেখান থেকে ৬ শতক বিয়োগ করে শতকের ঘরের বিয়োগফলে ৬ পাওয়া গেল। অনুরূপ কারণে শতকের ঘরে ২ এর উপরে ১০ এবং হাজারের ঘরের ৫-এ কাটা চিহ্ন দিয়ে সেটিকে ৪ করা হয় এবং সবশেষে হাজার ঘরে বাকি থাকে ৪, এবং $৪ - ৩ = ১$ পাওয়া যায়। এইভাবে প্রতিটি ঘরে ধার নেওয়া বোঝাতে ১০ লেখা হয়েছে, যে অঙ্ক কমেছে তাকে কাটা চিহ্ন দিয়ে দেখানো হয়েছে এবং পরিবর্তিত সংখ্যার সাহায্যে ধাপে ধাপে বিয়োগ সম্পন্ন করে শেষ বিয়োগফল দাঁড়িয়েছে $৫৩৪৮ - ৩৬৮৫ = ১৬৬৩$ ।

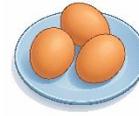
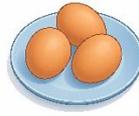
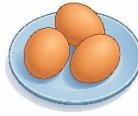
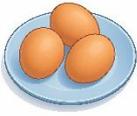
সহায়ক তথ্য ১০	অধিবেশন ১০: প্রাথমিক গণিতের মৌলিক চার নিয়ম (গুণ ও ভাগ)
-------------------	---

অংশ-ক	গুণ ও ভাগের মৌলিক ধারণা
-------	-------------------------

গুণ ও ভাগ

গুণের ধারণা

দুই বা ততোধিক সমান দলের সংখ্যার সমষ্টিকে বের করার সংক্ষিপ্ত নিয়ম গুণ প্রক্রিয়া নামে পরিচিত। বস্তুত গুণ হচ্ছে দলগত গণনা। কয়েকটি সমান দলের সংখ্যাসমষ্টি যোগ করে বের করা যায় আবার গুণ করেও বের করা যায়। তাই গুণকে এক প্রকার যোগের সংক্ষিপ্ত প্রকরণও বলা যেতে পারে। সর্বপ্রকার গুণ সমস্যাকে যোগ করে বের করা যায়। কিন্তু সবরকম যোগ সমস্যাকে গুণ করে বের করা যায় না। ভিন্ন ভিন্নভাবে দুইটি প্রক্রিয়ারই প্রয়োজন আছে।



উদাহরণ: প্রত্যেক পিরিচে তিনটি করে ডিম আছে এরূপ ৪টি পিরিচে কতগুলো ডিম আছে?

সংখ্যায় প্রকাশ করলে সমস্যাটি এরূপ হইবে: $৩ \times ৪ =$ কত? যোগ করে এই সমস্যার সমাধান করা যায়।

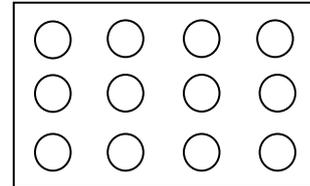
যেমন: $৩+৩+৩+৩ = ১২$, আবার গুণ করেও সমাধান করা যায়। যেমন: $৩ \times ৪ = ১২$ । কিন্তু যে স্থানে সমান দলের যোগ নয় সেক্ষেত্রে গুণ দ্বারা তা সমাধান করা যায় না। যেমন, $৩+৪+৫ = ১২$ । এই যোগ সমস্যাকে গুণের সাহায্যে সমাধান করা যায় না।

$৩ \times ৪ = ১২$, এই গুণ অঙ্কটিতে ৩ কে বলা হয় গুণ্য, ৪ কে বলা হয় গুণক এবং ১২ কে বলা হয় গুণফল। 'x' এই চিহ্নটি গুণ চিহ্ন।

অনুশীলন:

পাশের চিত্রটি ভাল করে দেখে প্রশ্নগুলো

বিশ্লেষণ করে উত্তর দিই।



১. প্রতিটি লাইনে কতটি বৃত্ত আছে? লাইনের সংখ্যা কত? মোট বৃত্তের সংখ্যা কত?

প্রতিটি লাইনে বৃত্ত আছে ৪টি। লাইনের সংখ্যা হলো ৩টি।

∴ মোট বৃত্তের সংখ্যা হলো বা $৪ \times ৩ = ১২$ টি

২. প্রতিটি কলামে কতটি বৃত্ত আছে? কলামের সংখ্যা কত? মোট বৃত্তের সংখ্যা কত?

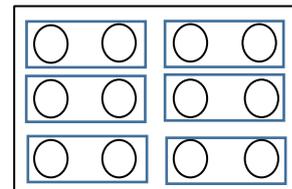
প্রতিটি কলামে বৃত্ত আছে ৩টি। কলামের সংখ্যা ৪টি।

∴ মোট বৃত্তের সংখ্যা $৩ \times ৪ = ১২$ টি

৩. জোড়া জোড়া করে কতটি জোড়া আছে? জোড়া হিসেবে মোট বৃত্তের সংখ্যা কত?

প্রতি জোড়ায় বৃত্ত আছে ২টি। মোট জোড়া আছে ৬টি।

∴ মোট মোট বৃত্ত আছে $২ \times ৬ = ১২$ টি



৪. ছয়টি করে কতটি দল হবে? ছয়টির দল হিসেবে মোট বৃত্তের সংখ্যা কত?

ছয়টি করে দল আছে ২টি। প্রতি দলে বৃত্ত আছে ৬টি।

∴ মোট বৃত্ত আছে $৬ \times ২ = ১২$ টি

ভাগের ধারণা

বিদ্যালয়ে ভর্তি হওয়ার আগেই শিশুরা ভাগ-বাঁটোয়ারা সম্পর্কে কিছু বাস্তব ধারণা পেয়ে যায়। বাবা-মা যখন বাইরে থেকে বিস্কুট, চকলেট বা ফল এনে বলেন ‘সমান ভাগ করে খাও’ তখনই তাদের মাঝে ভাগের অভিজ্ঞতার অভ্যাস গড়ে ওঠে। দক্ষ শিক্ষক চাইলে এই বাস্তব অভিজ্ঞতাগুলোকে শ্রেণিকক্ষে কাজে লাগাতে পারেন। স্কুল ও বাড়ির দৈনন্দিন জীবনে শিশুর যে ভাগ করার অভ্যাস তৈরি হয়, সেই অভিজ্ঞতাকে বিস্তৃত ও সমৃদ্ধ করে অর্থপূর্ণভাবে ভাগ শেখানো সম্ভব।

ভাগের ধারণা প্রদানের জন্য নিচের ৩য় শ্রেণির পাঠ্যপুস্তকের ৬৩ পৃষ্ঠার উদাহরণটি লক্ষ্য করি।

১২ টি বিস্কুট যদি ৩ জনকে সমানভাবে ভাগ করে দেওয়া হয়, তবে প্রত্যেকে কয়টি করে বিস্কুট পাবে?

প্রাথমিক গণিত

ভাগ

প্রত্যেকে কয়টি করে পাবে?



১২টি বিস্কুট আছে। যদি ৩ জনকে সমানভাবে ভাগ করে দেওয়া হয়, তবে একজন কয়টি করে বিস্কুট পাবে?

কীভাবে হিসাব করা যায় চিন্তা করি।

প্রত্যেকে ১টি করে

প্রত্যেকে ২টি করে

প্রত্যেকে ৩টি করে

প্রত্যেকে ৪টি করে

তাহলে প্রত্যেকে ৪টি করে বিস্কুট পেল।

এই ধরনের হিসাবকে ভাগ বলা হয় এবং \div প্রতীককে ভাগ চিহ্ন বলে।

$১২ \div ৩ = ৪$

বস্তু শিশু বিস্কুটের সংখ্যা

<p>(ক) ১২ টি বিস্কুট থেকে ৩ টি করে বিস্কুট কতবার বাদ দেওয়া যায়?</p> $\begin{array}{r} 12 \\ - 3 \\ \hline 9 \\ - 3 \\ \hline 6 \\ - 3 \\ \hline 3 \\ - 3 \\ \hline 0 \end{array}$	<p>(খ) ১২ টি বিস্কুটের মাঝে ৩টি করে বিস্কুট কতবার আছে?</p>
---	--

অর্থাৎ ১২ থেকে ৩, ৪ বার বাদ বা বিয়োগ করা যায়। কাজেই ১২টি বিস্কুট ৩ জনের মধ্যে ভাগ করলে ৪টি করে পাবে।

কাজেই ভাগ বলতে (ক) একটি সংখ্যা থেকে আরেকটি সংখ্যা কতবার বিয়োগ করা যায় বা (খ) একটি সংখ্যার মাঝে আরেকটি সংখ্যা কতবার আছে, তা বের করার সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিকে বুঝায়। ‘÷’ এই প্রতীকটি ভাগ প্রক্রিয়ার প্রতীক বা ভাগ চিহ্ন হিসেবে ব্যবহৃত হয় এবং ১২ কে ৩ দিয়ে ভাগ বুঝাতে $12 \div 3$ এভাবে লিখা হয়।

ভাগ দুই প্রকার। যথা পরিমাপে ভাগ ও বন্টনে ভাগ।

পরিমাপে ভাগ: যে ভাগে দলের সংখ্যা নির্ণয় করা হয় তাকে পরিমাপে ভাগ বলে।

উদাহরণ: প্রত্যেক পাত্রে ৫টি করে আম রাখা যায়। ২০টি আম রাখতে এরূপ কয়টি পাত্রের প্রয়োজন হবে?

$20 \div 5 = 4$ । ভাগফল ৪ অর্থাৎ ২০টি আম রাখতে ৪টি পাত্রের প্রয়োজন।

বন্টনে ভাগ: যে ভাগে দলের সদস্য সংখ্যা নির্ণয় করা হয় তাকে বন্টনে ভাগ বলে।

উদাহরণ: ২০টি আম সমান ভাগে ৫টি পাত্রে রাখলে প্রত্যেক পাত্রে কয়টি আম থাকবে?

$20 \div 5 = 4$ অর্থাৎ প্রত্যেক পাত্রে ৪টি আম থাকবে।

ভাগের সাথে বিয়োগ ও গুণের সম্পর্ক

২০ থেকে ৫, ৪ বার বাদ দেওয়া যায়। অর্থাৎ $20 \div 5 = 4$ । অপর কথায় বলা যায়, ভাগ বিয়োগের সংক্ষিপ্ত প্রক্রিয়া। আবার ২০ কে ৫ দিয়ে ভাগ করা মানে ৫ এর সাথে কত গুণ করলে ২০ হয় তা বের করা। কাজেই দেখা যায় ভাগের সাথে গুণের সম্পর্ক অবিচ্ছেদ্য। ভাগকে গুণের বিপরীত প্রক্রিয়া বলা হয়ে থাকে।

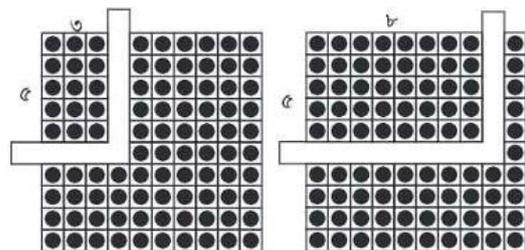
অংশ-খ	গুণ ও ভাগ শিখন-শেখানো কৌশল বর্ণনা
-------	-----------------------------------

গুণ শিখন-শেখানো কৌশল

১. ১০০ ডটের ছকের সাথে L আকৃতির কাগজ ব্যবহার

কৌশল: গুণকে দৃশ্যমান করতে 10×10 ডটের ছক ব্যবহার করে প্রথমে সংখ্যাগুলোকে সারি-কলাম আকারে দেখানো হয়।

ব্যবহার: L-আকৃতির কাঠামো বসিয়ে নির্দিষ্ট সংখ্যাটি কতবার নেওয়া হয়েছে তা স্পষ্টভাবে দেখানো হয়। যেমন, 5×3 মানে ৫-এর ৩টি কলাম, মোট ১৫ ডট। একইভাবে 5×8 , 5×5 ... ইত্যাদি উদাহরণও ডট গুণে বোঝানো হয়। এভাবে দৃশ্যমান চিত্রের মাধ্যমে শিশু

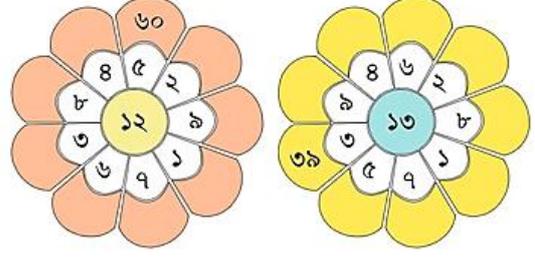


সহজেই বুঝে ফেলে যে গুণ মানে একই সংখ্যাকে বারবার যোগ করা এবং প্রতিবার কতগুলো করে যুক্ত হচ্ছে তা ছকে সরাসরি দেখা যায়।

২. ফুলের পাপড়ি মডেল

কৌশল: কেন্দ্রে একটি সংখ্যা (যেমন ১২ বা ১৩) এবং চারপাশের পাপড়িতে ১-৯ পর্যন্ত সংখ্যা লিখে গুণফল বের করা।

ব্যবহার: শিক্ষার্থীদের গুণের নামতা চিত্রের মাধ্যমে শেখাতে প্রতিটি পাপড়ির মান কেন্দ্রের সংখ্যার সঙ্গে গুণ করে খালি স্থানে ফল লেখা হয়। এতে শিশুরা $১২ \times ১ \dots ১২ \times ৯$ বা $১৩ \times ১ \dots ১৩ \times ৯$ এর সম্পূর্ণ নামতা সহজে শিখে গুণ করতে পারে।



৩. মিলিয়ে দেখা/দাগ টেনে মিল করি

কৌশল: বাম পাশে গুণের প্রশ্ন এবং ডান পাশে এলোমেলো গুণফল লিখে দুটোকে দাগ টেনে মিলানো।

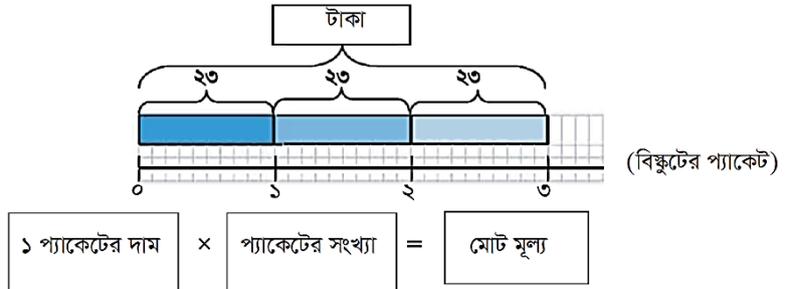
ব্যবহার: যেমন ১৪×৪ , ১৪×৫ , ১৪×৮ ইত্যাদি বাম পাশে এবং ৫৬, ৭০, ১২৬ ডান পাশে। শিশুকে সঠিক গুণফলের দিকে দাগ টেনে যুক্ত করতে হয়। এতে সমীকরণ-ফলাফলের সম্পর্ক পরিষ্কার হয় এবং মানসিক গণনার দক্ষতা বাড়ে।

১৪×১		৫৬
১৪×২		১৪০
১৪×৩		২৮
১৪×৪		১১২
১৪×৫		৮৪
১৪×৬		৯৮
১৪×৭		১৪
১৪×৮		১২৬
১৪×৯		৭০
১৪×১০		৪২

৪. বার মডেল

কৌশল: বাস্তব উদাহরণ (যেমন বিস্কুটের প্যাকেট) ব্যবহার করে প্রতিটি প্যাকেটের দাম সমান বার দিয়ে দেখানো।

ব্যবহার: যেমন ২৩ টাকা \times ৩ দেখাতে ২৩ টাকার তিনটি বার দেখানো হয়। নাম্বার লাইনে



২৩ \rightarrow ৪৬ \rightarrow ৬৯ এভাবে এগিয়ে গুণের ফল নির্ণয় করা হয়। এতে গুণ মানে পুনরাবৃত্তিক যোগ-তা খুব স্পষ্ট হয়।

৫. দশক-একক ব্লক মডেল

কৌশল: সংখ্যা ভাঙার জন্য ১০-এর ব্লক ও ১-এর ব্লকের ব্যবহার।

ব্যবহার: যেমন ২৩×৩ করতে $২৩ = ২০ + ৩$, তারপর ২০×৩ এবং ৩×৩ আলাদা করে ব্লক দিয়ে দেখানো হয়। শেষে ফলগুলো যোগ করা হয়। এতে বড় সংখ্যার গুণ সহজ হয় এবং স্থানীয় মান বোঝা যায়।

৬. শতক-দশক-একক ব্লক

কৌশল: বড় সংখ্যা ভাঙার জন্য শতক (১০০), দশক (১০) ও এককের (১) ব্লক ব্যবহার।

ব্যবহার: যেমন ২১৩×৩ করতে ২০০, ১০ এবং ৩ ব্লকে সাজিয়ে আলাদা সারিতে $\times ৩$ করা হয়। প্রতিটি অংশের ফল (৬০০, ৩০, ৯) যোগ করে মোট গুণফল পাওয়া যায়। এতে জটিল গুণ খুব সহজ হয়।

৭. সংখ্যা ভেঙে গুণ করার পদ্ধতি

কৌশল: গুণের সংখ্যাকে স্থানীয় মানে ভেঙে ছোট ছোট গুণে ভাগ করা।

ব্যবহার: যেমন ১৭×৩ করতে $১৭ = ১০ + ৭$, তারপর $(১০ \times ৩) + (৭ \times ৩)$ । এতে বড় সংখ্যার গুণ শেখাতে শিশুর মনে ধাপে ধাপে ধারণা তৈরি হয়।

৮. এরিয়া মডেল/বক্স মডেল

কৌশল: দুটি সংখ্যাকে ভেঙে ২×২ বা ৩×৩ বাক্সে গুণফল বসানো।

ব্যবহার: যেমন, ২১×১৩ ২১ ও ১৩ কে স্থানীয় মানে প্রকাশ করি।

→ $(২০+১)$ এবং $(১০+৩)$

নিয়ে চারটি ঘরে ২০০ , ৬০ , ১০ , ৩ বসিয়ে যোগ করলে ২৭৩ পাওয়া যায়। এটি পরবর্তী ক্লাসের বীজগণিতের প্রস্তুতি।

$২১ = ২০ + ১$
$১৩ = ১০ + ৩$

	২০	১
১০	২০০	১০
৩	৬০	৩

২০০
৬০
১০
৩
২৭৩

৯. গুণের কার্ড

কৌশল: গুণের কার্ডে সামনে গুণ এবং পেছনে গুণফল লিখা থাকে। এই কার্ড দিয়ে খেলার মাধ্যমে গুণ শেখানো যায়।

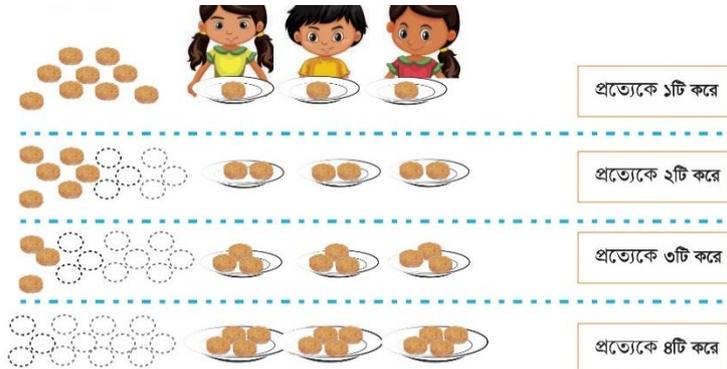
ব্যবহার:

- কার্ড উল্টে মিলানো
- বন্ধুদের সাথে দ্রুত উত্তর বলার খেলা
- উত্তর দেখে আবার গুণ হিসাব করা
- এতে শিশু গুণের নামতা দ্রুত শিখে এবং ভুল ধরতে পারে।

ভাগ শিখন-শেখানো কৌশল

১. বাস্তব বস্তু দিয়ে ভাগ

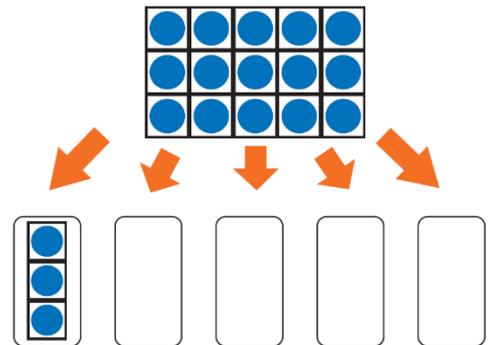
এখানে ভাগ শেখাতে বাস্তব বস্তু ছবি (যেমন বিস্কুট=১২টি) ব্যবহার করা হয়েছে। প্রতিটি শিশুর সামনে প্লেট আঁকা হয়েছে এবং বিস্কুটগুলো এক এক করে তিন শিশুর মধ্যে সমানভাবে দেওয়া হয়েছে। এতে বাচ্চারা সরাসরি দেখতে পারে যে



ভাগ মানে সবার মধ্যে সমান করে বন্টন করা। এই কৌশলে শিক্ষার্থীরা 'equal sharing' বা 'প্রত্যেকে কত পায়'-এই ধারণা বাস্তব উদাহরণ থেকেই বুঝে ফেলে।

২. সারি-কলাম ডট অ্যারে ব্যবহার করে ভাগ

এখানে ১৫টি ডট ৫×৩ আকারে দেখানো হয়েছে এবং নিচে পাঁচটি খালি বাক্স রাখা হয়েছে। তীর চিহ্ন ব্যবহার করে দেখানো হয়েছে এক ডট অ্যারে থেকে পাঁচ ভাগে কিভাবে বন্টন করা হয়। শিক্ষার্থীরা ডটগুলোকে পাঁচ গ্রুপে ভাগ করে প্রতিটি গ্রুপে কতটি ডট আছে তা নির্ধারণ করে। এই পদ্ধতি ভাগের ভিজুয়াল বোঝাপড়া তৈরি করে এবং 'দলগত ভাগ' শেখায়।



৩. ডট-স্টিপ মডেল দিয়ে ভাগ

এখানে ২০টি কলা ভাগ করতে ডট স্টিপ (০০০০০) ব্যবহার করা হয়েছে। প্রতিটি স্টিপ একজন শিশুকে দেওয়া হচ্ছে। যেমন, ১টি কলা ৫ জন, ২টি কলা ৫ জন, ৩টি কলা ৫ জন এভাবে দেখানো হয়েছে। প্রতিটি স্টিপ মানে একটি গ্রুপ। শিশুরা স্টিপ গুনে বুঝে যে ৪টি করে দিলে ৫ জন শিশুকে দেওয়া যাবে। এর মাধ্যমে ভাগ ও গুণের সম্পর্ক ($৪ \times ৫ = ২০$ → $২০ \div ৫ = ৪$) পরিষ্কার হয়।

[১] যখন আমরা ৫ জন শিশুকে ১টি করে কলা দিই, তখন কলার মোট সংখ্যা হয়

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \hline \end{array} \quad ১ \times ৫ = ৫$$

[২] যখন আমরা ২টি করে কলা দিই, তখন কলার মোট সংখ্যা হয়

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \bullet \bullet & \bullet \bullet & \bullet \bullet & \bullet \bullet & \bullet \bullet \\ \hline \end{array} \quad ২ \times ৫ = ১০$$

[৩] যখন আমরা ৩টি করে কলা দিই, তখন কলার মোট সংখ্যা হয়

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \bullet \bullet \bullet & \bullet \bullet \bullet & \bullet \bullet \bullet & \bullet \bullet \bullet & \bullet \bullet \bullet \\ \hline \end{array} \quad \square \times \square = \square$$

[৪] যখন আমরা ৪টি করে কলা দিই, তখন কলার মোট সংখ্যা হয়

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \bullet \bullet \bullet \bullet & \bullet \bullet \bullet \bullet \\ \hline \end{array} \quad \square \times \square = \square$$

৪. গুণ ব্যবহার করে ভাগ

এখানে গুণের নামতা ব্যবহার করে ভাগ শেখানো হয়েছে। যেমন-

$$৫ \times ১ = ৫$$

$$৫ \times ২ = ১০$$

$$৫ \times ৩ = ১৫$$

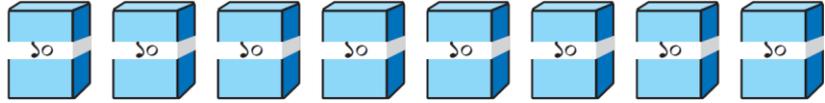
$$৫ \times ৪ = ২০$$

তারপর বলা হয়েছে, $২০ \div ৫ = ?$

অর্থাৎ “কোন সংখ্যাকে ৫ দিয়ে গুণ করলে ২০ পাওয়া যায়?” এই কৌশলে শিশুরা ভাগকে উল্টো গুণ হিসেবে দেখতে শেখে-এটি ভাগের সবচেয়ে গুরুত্বপূর্ণ ধারণা।

৫. ১০-এর গুচ্ছ দিয়ে ভাগ

৮০ ভাগ ৮ শেখাতে ১০ লেখা ব্লক (দশকের গুচ্ছ) ব্যবহার করা হয়েছে। $৮০ = ৮$ টি ১০-এর ব্লকে দেখানো হয়েছে এবং



গাণিতিক বাক্য $৮০ \div ৮ = \square$

তা ৮জন শিশুর মধ্যে সমানভাবে বন্টন করা হয়েছে। প্রতিটি শিশু একটি গুচ্ছ পেয়ে ১০টি কাগজ পায়। এটি ভাগ শেখানোর খুব স্পষ্ট কৌশল, কারণ এই কৌশল ব্যবহার করলে বড় সংখ্যার ভাগ সহজে বোঝানো যায়।

৬. আঙুল ব্যবহার করে ভাগের ধাপ শেখানো

শেষ ছবিতে আঙুল দিয়ে সংখ্যার একটি অংশ ঢেকে ভাগ শেখানো হয়েছে। উদাহরণ: ‘আমরা $৯ \div ৪৫$ করতে পারি না’-আঙুল দিয়ে ঢেকে দেখানো হয় যে

আঙুলের ব্যবহার:
ভাগ করার সময় সংখ্যার স্থান যাচাইয়ের জন্য নিম্নরূপে আঙুল ব্যবহার করা সুবিধাজনক

$৪৫ \overline{) ৯}$

‘আমরা $৯ \div ৪৫$ করতে পারি না।’

→

$৪৫ \overline{) ৯৪}$

‘এখন আমরা $৯৪ \div ৪৫$ করতে পারি।’

ভাজ্যের প্রথম অঙ্ক যদি ভাজকের চেয়ে ছোট হয় তাহলে সেই অঙ্ক দিয়ে ভাগ করা যায় না। তারপর দুই অঙ্ক একসাথে নিয়ে $৯৪ \div ৪৫$ করা শেখানো হয়। এটি বড় সংখ্যার ভাগ শেখানোর গুরুত্বপূর্ণ কৌশল, যেখানে আঙুল সংখ্যার গুরুত্বপূর্ণ অংশ লক্ষ্য করাতে সাহায্য করে।

সহায়ক তথ্য ১১	অধিবেশন ১১: প্রাথমিক গণিতের মৌলিক চার নিয়ম (পাঠ অনুশীলন)
-------------------	---

অংশ-খ: পাঠোন্নয়নের জন্য পাঠদান এবং কার্যকর ফলাবর্তন প্রদান

(চতুর্থ শ্রেণি)

গুণ ও ভাগ সংক্রান্ত সমস্যা

পাঠ্যপুস্তকের পৃষ্ঠা: ৬২

শিখনফল

২.৬.১ গুণ ও ভাগ সংক্রান্ত সমস্যা সমাধান করতে পারবে।

২.৬.৩ দৈনন্দিন জীবনে গুণ ও ভাগ সংক্রান্ত সমস্যা সমাধান করতে পারবে।

শিখন-শেখানো উপকরণ: পোস্টার পেপার, মার্কার, নমিনেশন স্টিক, সমস্যা কার্ড

শিখন শেখানো কার্যাবলি

১. সালাম ও কুশল বিনিময়ের মাধ্যমে শিখন উপযোগী পরিবেশ তৈরি করে পাঠ শুরু করবেন।

২. শিক্ষার্থীদের পূর্ব পাঠের শিখন স্মরণ করতে বলবেন। নিম্নের সমস্যা বোর্ডে লিখে শিক্ষার্থীদের নিজ নিজ খাতায় সমাধান ও ব্যাখ্যা লিখতে দিবেন। তাদের কাজ ঘুরে ঘুরে পর্যবেক্ষণ করবেন। নমিনেশন স্টিক ব্যবহার করে কয়েকজন শিক্ষার্থীকে তাদের উত্তর শ্রেণির সকলের উদ্দেশ্যে উপস্থাপন করতে দিবেন। সকল শিক্ষার্থীর গুণ ও ভাগের সম্পর্ক সম্পর্কিত সুস্পষ্ট ধারণা আছে নিশ্চিত হবেন।

➤ একটি বাক্সে ৮টি করে কলম আছে। ৫টি বাক্সে মোট কতটি কলম হবে?

➤ মোট ৪০টি কলম যদি ৮টি করে ভাগ করা হয়, প্রত্যেকে কতটি করে পাবে?

৩. শিক্ষক ৬২ পৃষ্ঠার ১ নং কথার সমস্যাটি বোর্ডে লিখবেন। একজন শিক্ষার্থীকে প্রশ্নটি উচ্চস্বরে পড়তে বলবেন। শিক্ষার্থীদেরকে সমস্যাটির সমাধান চিন্তা করতে দিবেন। নমিনেশন স্টিক ব্যবহার করে ২/৩ জন শিক্ষার্থীকে সমস্যাটির সমাধান বোর্ডে বিনিময় করতে দিবেন। সমস্যাটির নিচে উল্লেখিত রাফি ও তুলির সমাধান কৌশল পড়তে দিয়ে এব্যাপারে তাদের মতামত ব্যক্ত করতে সহায়তা করবেন। সকল শিক্ষার্থী সমস্যাটির সমাধান বুঝতে পেরেছে নিশ্চিত হবেন।

৪. পাশাপাশি বসা শিক্ষার্থীদের দলে আলোচনা করে পাঠ্যপুস্তকের পৃষ্ঠা ৬২ এর ২নং কার্যাবলির সমস্যাটি পোস্টার পেপারে লিখে সমাধান করতে দিবেন। যেকোনো একটি দলকে তাদের সমাধান সকলের উদ্দেশ্যে উপস্থাপন করতে দিবেন। অন্যান্যদের সমাধান মিলিয়ে নিতে বলবেন। অন্য কোনো দলের ভিন্নরকম সমাধান থাকলে তাও উপস্থাপন করতে দিবেন। আলোচনা মাধ্যমে সঠিক সমাধান সম্পর্কে সকলের ধারণা সুস্পষ্ট করবেন।

৫. পাঠ্যপুস্তকের পৃষ্ঠা ৬২ এর সমাধানের জন্য খালিঘরগুলো পেনসিল দিয়ে পূরণ করতে বলবেন। প্রয়োজনে সহায়তা করে সকল শিক্ষার্থী সঠিকভাবে তাদের নিজ নিজ পাঠ্যপুস্তকের খালিঘর পূরণ করে সঠিকভাবে সমস্যাটির সমাধান করা নিশ্চিত করবেন।

৬. পাশাপাশি বসা শিক্ষার্থীদের জোড়ায় আলোচনা করে পাঠ্যপুস্তকের পৃষ্ঠা ৬২ এর অনুশীলন ১ এর (২) ও (৩) নং সমস্যা সমাধান করে নিজ পাঠ্যপুস্তকের খালিঘরে লিখতে বলবেন। তাদের কাজ ঘুরে ঘুরে দেখবেন। প্রয়োজনে সহায়তা করবেন। যেকোনো ২টি জোড়ার ২জন শিক্ষার্থীকে পর পর ২টি সমস্যার সমাধান বোর্ডে বিনিময় করতে দিবেন অন্যান্য শিক্ষার্থীদের উত্তর মিলিয়ে নিতে বলবেন। সকল শিক্ষার্থীর সঠিকভাবে সমস্যা ২টির সমাধান করা নিশ্চিত করবেন।

৭. পাঠ্যপুস্তকের পৃষ্ঠা ৬২ এর ১নং অনুশীলনের (১) ও (৪) নং সমস্যা প্রথমে নিজ নিজ খাতায় সমাধান করতে দিবেন। প্রয়োজনে সহায়তা করবেন। সমাধান করা শেষ হলে সমস্যা ২টির উত্তর পাশের খালিঘরে লিখতে বলবেন। কোনো অপারগ শিক্ষার্থী থাকলে প্রয়োজনীয় সহায়তার মাধ্যমে সঠিকভাবে সমাধান করা নিশ্চিত করবেন।

৮. শিক্ষক শিক্ষার্থীদের জিজ্ঞাসা করবেন এই পাঠ থেকে আমরা কী শিখলাম। শিক্ষার্থীদের উত্তরের সাথে মিল করে পাঠের সারসংক্ষেপ করবেন এবং পাঠের অর্জন ঘোষণা করবেন। পরবর্তী পাঠেও আমরা গুণ ও ভাগ সংক্রান্ত সমস্যা সমাধান করতে শিখব বলবেন এবং সকলকে ধন্যবাদ দিয়ে পাঠ সমাপ্ত করবেন।

(২য় শ্রেণি)

গাণিতিক সম্পর্ক (যোগ ও বিয়োগ) শিখন-শেখানো কৌশল

পাঠ্যপুস্তকের পৃষ্ঠা : ৫৩-৫৪

শিখনফল:

২.৩.২ যোগ ও বিয়োগ সংক্রান্ত দুই স্তরবিশিষ্ট সমস্যা সমাধানের ধাপসমূহের ধারাবাহিকতা (অ্যালগরিদম) অনুযায়ী সমাধান করতে পারবে।

২.৩.৪ দৈনন্দিন জীবনে যোগ ও বিয়োগ সংক্রান্ত দুই স্তরবিশিষ্ট সমস্যা আহ্রহ ও উৎসাহের সঙ্গে সমাধান করতে পারবে।

উপকরণ: পাঠ্যবই, পাঠ সংশ্লিষ্ট ছবির চার্ট, সংখ্যার কার্ড ইত্যাদি।

শিখন-শেখানো কার্যাবলি

- শ্রেণিকক্ষে প্রবেশ করে শিক্ষার্থীদের সাথে কুশল বিনিময়ের মাধ্যমে শিখন সহায়ক পরিবেশ তৈরি করবেন।
- শিক্ষার্থীদের যোগ ও বিয়োগ সম্পর্কিত পূর্বপাঠের শিখন স্মরণ করতে বলবেন। নিম্নের সমস্যাটি বোর্ডে লিখে শিক্ষার্থীদের নিজ নিজ খাতায় করতে দিবেন।
“রিয়ার কাছে ১২টি রং পেনসিল ছিল। তার বাবা তাকে আরও ৭টি রং পেনসিল দিল। সে তার ছোট ভাইকে ৫টি রং পেনসিল দিলে তার কাছে কয়টি রং পেনসিল রইল?
তাদের কাজ ঘুরে ঘুরে দেখবেন। পারগ শিক্ষার্থীদের মধ্যে থেকে ২/৩ জনকে এবং ভিন্ন রকমভাবে করা কোনো শিক্ষার্থী থাকলে তাদের উত্তর শ্রেণির সকলের উদ্দেশ্যে বিনিময় করতে সহায়তা করবেন। আলোচনা ও প্রয়োজনীয় সহায়তার মাধ্যমে সকলে যোগের সমস্যাটি সমাধান করতে পারছে নিশ্চিত করবেন।

৩. পাঠ্যবইয়ের ৫৩ পৃষ্ঠার প্রশ্নটি বোর্ডে উপস্থাপন করে শিক্ষার্থীদের মনোযোগ সহকারে পড়তে বলবেন।

শিক্ষার্থীদের উদ্দেশ্যে প্রশ্ন করবেন-

- কয়টি আম বিক্রি করা হলো?
- বিক্রি করার পর কয়টি আম রইল?
- প্রথমে ব্যাগে কয়টি আম ছিল?

শিক্ষার্থীরা প্রশ্নটি ভালোভাবে বুঝতে পেরেছে কিনা নিশ্চিত হবেন। কীভাবে হিসাবটি করা যায় তা ভাবতে বলবেন। এক্ষেত্রে শিক্ষার্থীদের আলোচনায় উদ্বুদ্ধ করে স্বাধীনভাবে মতামত ব্যক্ত করতে সহায়তা করবেন।

৪. সমস্যাটির সমাধান বুঝতে সহায়তা করার জন্য পাঠ্যবইয়ের ৫৩ পৃষ্ঠায় উল্লেখিত নিম্নরূপ ছক বোর্ডে উপস্থাপন করবেন।

প্রথমে আমের সংখ্যা <input type="text"/>	বিক্রি করা হলো ৫টি আম 
	

এছাড়াও পাঠ্যবইয়ের ৫৩ পৃষ্ঠায় উল্লেখিত দুইজন শিক্ষার্থীর ধারণার আলোকে সমাধান ব্যাখ্যা করবেন এবং শিক্ষার্থীদের মতামত ব্যক্ত করতে দিয়ে সমাধান বুঝতে সহায়তা করবেন।

৫. পাঠ্যপুস্তকের ৫৪ পৃষ্ঠার নিম্নরূপ সমস্যাটি বোর্ডে উপস্থাপন করে শিক্ষার্থীদের সক্রিয় অংশগ্রহণে সমাধান করে দেখান। শিক্ষার্থীদের মতামত ব্যক্ত করতে দিন এবং আলোচনার মাধ্যমে নিশ্চিত হউন যে, সকল শিক্ষার্থী সমাধান কৌশল বুঝতে পারছে।

৬. শিক্ষার্থীদের দলে কাজ করতে বলবেন। পাঠ্যপুস্তকের ৫৪ পৃষ্ঠার খালিঘর পূরণ করি এর ১নং, ২নং, ৩নং ও ৪নং সমস্যা দলে আলোচনা করে সমাধান করতে সহায়তা করবেন। দলের কাজ ঘুরে ঘুরে পর্যবেক্ষণ করবেন। যেকোনো ১টি দলকে তাদের উত্তর সকলের উদ্দেশ্যে বিনিময় করতে দিবেন। অন্যান্য দলকে তাদের উত্তর মিলিয়ে নিতে সহায়তা করবেন। কোনো দলের ভিন্নরকম উত্তর থাকলে তাও যৌক্তিকতাসহ ব্যাখ্যা করতে সহায়তা করবেন। নিশ্চিত হবেন যে, সকল শিক্ষার্থী চার্ট ব্যবহার করে সঠিকভাবে বিয়োগটি করতে পারছে।

৭. শিক্ষার্থীদের পাশাপাশি বসা দুইজনে জোড়ায় আলোচনা করে পাঠ্যপুস্তকের ৫৪ পৃষ্ঠার ২নং সমস্যাটি সমাধান করতে বলবেন। জোড়ার কাজ ঘুরে ঘুরে পর্যবেক্ষণ করবেন। কাজ শেষে দৈবচয়নের মাধ্যমে ২/৩ জোড়ার উত্তর সকলের উদ্দেশ্যে বিনিময় করতে দিবেন। অন্যান্যদেরকে তাদের কাজ মিলিয়ে নিতে বলবেন। কোনো জোড়ার ভিন্নরকম উত্তর থাকলে তাও উপস্থাপন করতে দিবেন। নিশ্চিত হবেন সকল শিক্ষার্থী সঠিকভাবে বিয়োগগুলো করতে পারছে।

৮. পাঠ্যবইয়ের ৫৪ পৃষ্ঠার নিচের অংশের ৩নং ও ৪ নং সমস্যা দুইটি শিক্ষার্থীদের নিজ নিজ খাতায় সমাধান করতে বলবেন।

শিক্ষার্থীদের কাজ ঘুরে ঘুরে দেখবেন ও যাচাই করবেন। শিক্ষক অপারগ শিক্ষার্থী খুঁজে বের করবেন এবং প্রয়োজনীয় ফলাবর্তন প্রদানের মাধ্যমে তাদের শিখন নিশ্চিত করবেন।

৯. শিক্ষক শিক্ষার্থীদের জিজ্ঞাসা করবেন এই পাঠ থেকে আমরা কী শিখলাম। শিক্ষার্থীদের উত্তরের সাথে মিল করে পাঠের সারসংক্ষেপ করবেন এবং পাঠের অর্জন ঘোষণা করবেন। পরবর্তী পাঠে আমরা যোগ ও বিয়োগের আরও নতুন কৌশল সম্পর্কে জানব বলবেন এবং সকলকে ধন্যবাদ দিয়ে পাঠ সমাপ্ত করবেন।

(তৃতীয় শ্রেণি)

ভাগ ও বিয়োগ এবং গুণ ও ভাগ সংক্রান্ত সমস্যা শিখন-শেখানো কৌশল পাঠ্যপুস্তকের পৃষ্ঠা: ৮১-৮৩

শিখনফল:

২.৭.৪ ভাগ ও বিয়োগ সংক্রান্ত দুইস্তর বিশিষ্ট সমস্যার অ্যালগরিদম (সঠিক ধাপ) ব্যবহার করে সমাধান করতে পারবে।

২.৭.৫ দৈনন্দিন জীবনের বিভিন্ন সমস্যা সমাধানে উৎসাহের সঙ্গে যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ প্রক্রিয়া ব্যবহার করতে পারা।

উপকরণ: পাঠ্যপুস্তক, পাঠ্যপুস্তকের সংশ্লিষ্ট পৃষ্ঠার ছবি ইত্যাদি।

শিখন-শেখানো কার্যাবলি

১. শ্রেণিকক্ষে প্রবেশ করে শিক্ষার্থীদের সাথে সালাম ও কুশল বিনিময়ের মাধ্যমে শিখন সহায়ক পরিবেশ তৈরি করবেন।

২. পূর্ব পাঠে আমরা কী কী উপায়ে সমস্যা সমাধান করতে শিখেছি তা শিক্ষার্থীদের স্বাধীনভাবে বলতে দিবেন। অতঃপর নিম্নের সমস্যাটি বোর্ডে লিখে শিক্ষার্থীদের নিজ নিজ খাতায় সমাধান করতে দিবেন তাদের কাজ ঘুরে

ঘুরে দেখবেন। তাদের ২/৩ জনের উত্তর শ্রেণির সকলের উদ্দেশ্যে বিনিময় করতে দিবেন এবং অন্যান্যদের উত্তর মিলিয়ে নিতে বলবেন।

“দুইটি লিচু গাছের ১টি থেকে ৮৫ টি এবং অপরটি থেকে ৯৫টি লিচু পেড়ে ৬ জনের মধ্যে সমানভাবে ভাগ করে দেওয়া হলো। প্রত্যেকে কয়টি করে লিচু পেল?”

৩. পাঠ্যপুস্তকের পৃষ্ঠা ৮৭ এর ৬নং অনুশীলনের সমস্যাটি বোর্ডে উপস্থাপন করবেন। সমস্যাটি শিক্ষার্থীদের মনোযোগ সহকারে পড়তে বলবেন। অতঃপর শিক্ষার্থীদের উদ্দেশ্যে প্রশ্ন করবেন-

- সমস্যাটিতে কী কী তথ্য দেওয়া আছে?
- সমস্যাটিতে কী তথ্য বের করতে বলা হয়েছে?
- সমস্যাটি সমাধানের জন্য গাণিতিক কী কী প্রক্রিয়ার কাজ করতে হবে?

শিক্ষার্থীদের স্বাধীনভাবে তাদের মতামত ব্যক্ত করতে দিবেন। শিক্ষার্থীদের উদ্দেশ্যে প্রশ্ন করবেন-

সমস্যাটি সমাধানের জন্য প্রথম ধাপে আমাদের কী করতে হবে?

শিক্ষক শিক্ষার্থীদের সক্রিয় অংশগ্রহণে বোর্ডে প্রথম ধাপের গুণের কাজটি করবেন।

$$৬০ \times ১৫ = ৯০০$$

৯০০টি লিচু

প্রথম ধাপের কাজ শেষে শিক্ষক পুনরায় জিজ্ঞাসা করবেন- সমস্যাটি সমাধান করার জন্য ২য় ধাপে আমাদের কী করতে হবে?

শিক্ষক শিক্ষার্থীদের সক্রিয় অংশগ্রহণে বোর্ডে ২য় ধাপের ভাগের কাজটি করবেন।

$$৯০০ \div ২০ = ৪৫$$

৪৫টি লিচু

নিশ্চিত হবেন যে সকল শিক্ষার্থী সমস্যাটির সমাধান বুঝতে পারছে।

৪. পাঠ্যপুস্তকের পৃষ্ঠা ৮৮ এর ৭নং কার্যাবলির সমস্যাটি মনোযোগ সহকারে পড়ে এবং পাশাপাশি বসা শিক্ষার্থীদের দলে আলোচনা করে সমস্যার নিচের খালিঘরগুলো পূরণ করে সমস্যাটি সমাধান করতে বলবেন। শিক্ষার্থীদের সমাধান ঘুরে ঘুরে পর্যবেক্ষণ করবেন এবং প্রয়োজনে সহায়তা করবেন। কাজ শেষে যে কোনো একটি দলের কাজ শ্রেণির সকলের উদ্দেশ্যে বিনিময় করতে বলবেন এবং অন্যান্য দলের উত্তর মিলিয়ে নিতে বলবেন। নিশ্চিত হবে যে সকল দলের শিক্ষার্থীরা সঠিকভাবে গুণ ও বিয়োগ সংক্রান্ত সমস্যাটি সঠিকভাবে সমাধান করতে পারছে।

৫. শিক্ষক পাঠ্যপুস্তকের ৮৮ পৃষ্ঠার ৮নং কার্যাবলির সমস্যাটি বোর্ডে লিখবেন এবং শিক্ষার্থীদের মনোযোগ সহকারে পড়তে বলবেন।

অতঃপর পাশাপাশি বসা শিক্ষার্থীদের জোড়ায় আলোচনা করে একজনের খাতায় সমস্যাটি সমাধান করতে দিবেন। তাদের উত্তর ঘুরে ঘুরে দেখবেন। কাজ শেষে পাঠ্যবইয়ের পৃষ্ঠা ৮৮ এর ৮নং কার্যাবলির সমাধানের সাথে মিলাতে বলবেন। কোনো সমস্যা হলে প্রয়োজনীয় সহায়তার মাধ্যমে সঠিক সমাধান করা নিশ্চিত করবেন।

৬. পাঠ্যপুস্তকের পৃষ্ঠা ৮৮ এর ৯নং কার্যাবলির গাণিতিক বাক্যগুলো ব্যবহার করে গল্প তৈরির অনুশীলনটি সমস্যাটি মনোযোগ সহকারে পড়তে বলবেন। অতঃপর পাশাপাশি বসা শিক্ষার্থীদের দলে আলোচনা করে এবং একটি গাণিতিক বাক্য থেকে গল্প তৈরির উদাহরণের আলোকে বাকি ২টি গাণিতিক বাক্য দিয়ে গল্প তৈরি করতে দিবেন। শিক্ষার্থীদের গল্প তৈরির কাজ ঘুরে ঘুরে পর্যবেক্ষণ করবেন এবং প্রয়োজনে সহায়তা করবেন। কাজ শেষে প্রত্যেক দলের একজন করে শিক্ষার্থীকে পর্যায়ক্রমে দলে তৈরি করা গল্প শ্রেণির সকলের উদ্দেশ্যে বিনিময় করতে বলবেন এবং অন্যান্যদের কোনো মতামত থাকলে তা ব্যক্ত করতে উৎসাহিত করবেন। নিশ্চিত হবেন যে সকল দলের শিক্ষার্থীরা গাণিতিক বাক্য ব্যবহার করে গল্প তৈরির কাজটি সঠিকভাবে করতে পারছে।

৭. শিক্ষক নিম্নের গাণিতিক বাক্য ২টি বোর্ডে লিখে শিক্ষার্থীদের নিজ নিজ খাতায় গল্প তৈরি করতে দিবেন।

ক) $৩৫০ - ৫০ \div ৬$

খ) $৫০ \times ৩০ - ৯৫০$

শিক্ষক শিক্ষার্থীদের কাজ ঘুরে ঘুরে মূল্যায়ন করবেন। কোনো শিক্ষার্থী গল্প তৈরি করতে না পারলে প্রয়োজনীয় সহায়তা করবেন এবং সকল শিক্ষার্থীর গাণিতিক বাক্য থেকে গল্প তৈরি সংক্রান্ত শিখন নিশ্চিত করবেন।

শিক্ষক শিক্ষার্থীদের জিজ্ঞাসা করবেন এই পাঠ থেকে আমরা কী শিখলাম। শিক্ষার্থীদের উত্তরের সাথে মিল করে পাঠের সারসংক্ষেপ করবেন এবং পাঠের অর্জন ঘোষণা করবেন। পরবর্তী পাঠে আমরা আরও ভিন্ন রকম গাণিতিক সমস্যা সমাধান সম্পর্কে জানব বলবেন এবং সকলকে ধন্যবাদ দিয়ে পাঠ সমাপ্ত করবেন।

(৫ম শ্রেণি)

পাঠ: চার প্রক্রিয়া সম্বলিত সমস্যাবলি শিখন-শেখানো কৌশল

পাঠ্যপুস্তকের পৃষ্ঠা: ২১, ২৪

শিখনফল:

২.৭.৬ যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ সংক্রান্ত অনূর্ধ্ব চার স্তরবিশিষ্ট সমস্যা সমাধান করে যৌক্তিক ব্যাখ্যা প্রদান করতে পারবে।

১.৭.৭ চার প্রক্রিয়া সংক্রান্ত দৈনন্দিন জীবনের বিভিন্ন সমস্যা সমাধান করতে পারবে।

উপকরণ: পাঠ্যপুস্তক, পাঠ সংশ্লিষ্ট ছবির চার্ট, কাঠি।

শিখন-শেখানো কার্যাবলি

১. সালাম ও কুশল বিনিময়ের মাধ্যমে শ্রেণিকক্ষে শিখন সহায়ক পরিবেশ তৈরি করবেন।

২. পাঠ্যপুস্তকের ২১ পৃষ্ঠার কাজ ৩-এ প্রদত্ত সমস্যাটি বোর্ডে লিখবেন এবং শিক্ষার্থীদের সমস্যাটি মনোযোগ সহকারে পড়তে দিবেন। সমস্যাটির সমাধান কৌশল চিন্তা করতে বলবেন। সমস্যাটি সমাধানের জন্য নিজ নিজ খাতায় ছবি আঁকতে বলবেন এবং গাণিতিক বাক্যে প্রকাশ করতে বলবেন।

তাদের কাজ ঘুরে ঘুরে দেখবেন। ২/৩ জনকে তাদের কাজ বোর্ডে বিনিময় করতে দিবেন। আলোচনার মাধ্যমে এবং সকলের সক্রিয় অংশগ্রহণে সমস্যাটির সমাধান করবেন। নিশ্চিত হবেন যেন সকল শিক্ষার্থী সমস্যাটির সমাধান বুঝতে পেরেছে।

৩. পাঠ্যপুস্তকের ২১ পৃষ্ঠার কাজ ৩-এ প্রদত্ত সমস্যাটি বোর্ডে লিখবেন এবং শিক্ষার্থীদের সমস্যাটি মনোযোগ সহকারে পড়তে দিবেন। সমস্যাটির সমাধান কৌশল চিন্তা করতে বলবেন। পাশাপাশি বসা শিক্ষার্থীদের জোড়ায় আলোচনা করে সমস্যাটি সমাধানের জন্য একজনের খাতায় ছবি/চিত্র আঁকতে বলবেন এবং গাণিতিক বাক্যে প্রকাশ করে সমাধান করতে বলবেন। তাদের সমাধান ঘুরে ঘুরে পর্যবেক্ষণ করবেন। উত্তরের ভিন্নতা বিবেচনা করে কয়েক জোড়ার কাজ সকলের উদ্দেশ্যে বোর্ডে উপস্থাপন করতে দিবেন। আলোচনার মাধ্যমে ও শিক্ষার্থীদের সক্রিয় অংশগ্রহণে বোর্ডে সমস্যাটির সমাধান করবেন। এক্ষেত্রে ভিন্ন উপায় অবলম্বনে সমস্যাটির সমাধান চিন্তা করতে শিক্ষার্থীদের উৎসাহিত করবেন।

৪. পাঠ্যপুস্তকের ২১ পৃষ্ঠার কাজ ৩-এ প্রদত্ত সমস্যাটি শিক্ষার্থীদের মনোযোগ সহকারে পড়তে দিবেন। সমস্যাটির সমাধান কৌশল চিন্তা করতে বলবেন। পাশাপাশি বসা শিক্ষার্থীদের দলে আলোচনা করে সমস্যাটি সমাধান গাণিতিক বাক্যে প্রকাশ করে সমাধান করতে বলবেন। তাদের সমাধান ঘুরে ঘুরে পর্যবেক্ষণ করবেন। উত্তরের ভিন্নতা বিবেচনা করে দলের কাজ সকলের উদ্দেশ্যে বোর্ডে উপস্থাপন করতে দিবেন। অন্যান্যদের তাদের উত্তর মিলিয়ে নিতে বলবেন। আলোচনার মাধ্যমে ও শিক্ষার্থীদের সক্রিয় অংশগ্রহণে বোর্ডে সমস্যাটির সমাধান করবেন। এক্ষেত্রে ভিন্ন উপায় অবলম্বনে সমস্যাটির সমাধান চিন্তা করতে শিক্ষার্থীদের উৎসাহিত করবেন।

৫. পাঠ্যপুস্তকের ২৪ পৃষ্ঠার ৩নং অনুশীলনের সমস্যাটি শিক্ষার্থীদের মনোযোগ সহকারে পড়তে দিবেন। সমস্যাটির সমাধান কৌশল চিন্তা করতে বলবেন। এককভাবে সমস্যাটির সমাধান গাণিতিক বাক্যে প্রকাশ করে সমাধান করতে বলবেন। তাদের সমাধান ঘুরে ঘুরে যাচাই করবেন। উত্তরের ভিন্নতা বিবেচনা করে কয়েকজন শিক্ষার্থীর কাজ সকলের উদ্দেশ্যে বোর্ডে উপস্থাপন করতে দিবেন। অপারগ শিক্ষার্থী থাকলে প্রয়োজনীয় সহায়তার মাধ্যমে পারগ করতে সহায়তা করবেন।

৮. শিক্ষক শিক্ষার্থীদের জিজ্ঞাসা করবেন এই পাঠ থেকে আমরা কী শিখলাম। শিক্ষার্থীদের উত্তরের সাথে মিল করে পাঠের সারসংক্ষেপ করবেন এবং পাঠের অর্জন ঘোষণা করবেন। পরবর্তী পাঠে আমরা আরও ভিন্ন রকম গাণিতিক সমস্যা সমাধান সম্পর্কে জানব বলবেন। সকলের কাজের প্রশংসা করে এবং সকলকে ধন্যবাদ দিয়ে পাঠ সমাপ্ত করবেন।

(১ম শ্রেণি)

পাঠ: যোগের ধারণা শিখন-শেখানো কৌশল

পৃষ্ঠা ৬২-৬৩

শিখনফল:

২.১.৪ অনূর্ধ্ব ১০ পর্যন্ত সংখ্যার যোগকে ছবির মাধ্যমে প্রকাশ করতে পারবে।

২.১.৯ দৈনন্দিন জীবনে যোগ সংক্রান্ত বিভিন্ন সমস্যা আগ্রহ ও কৌতূহলের সঙ্গে সমাধান করতে পারবে।

উপকরণ: পাঠ্যবই, পাঠ সংশ্লিষ্ট ছবির চার্ট, কাঠি, ব্ল্যাকবোর্ডে দেখানোর জন্য ২০টি রঙিন কাগজের কার্ড।

শিখন-শেখানো কার্যাবলি:

১. কুশল বিনিময় ও ব্যক্তিগত খোঁজখবর নেওয়ার মাধ্যমে শ্রেণিকক্ষে শিখন সহায়ক পরিবেশ তৈরি করবেন।

২. শিক্ষার্থীরা যোগ সম্পর্কিত পূর্ববর্তী পাঠগুলো থেকে কী শিখেছিল তা স্মরণ করতে বলুন। অতপর নিম্নের যোগ ২টি নিজ নিজ খাতায় লিখে ফাঁকা সংখ্যা বসাতে বলবেন।

$$(১) ৬ + ৫ =$$

$$(২) ৭ + ৪ =$$

শিক্ষার্থীদের কাজ ঘুরে ঘুরে দেখবেন এবং প্রয়োজনে সহায়তা করবেন। কাজ শেষে ২/৩ জন শিক্ষার্থীর কাজ বোর্ডে বিনিময় করতে দিবেন। নিশ্চিত হবেন সকল শিক্ষার্থী উত্তরদানে সক্ষম।

৩. শিক্ষার্থীদেরকে পৃষ্ঠা ৬২ এর মূল প্রশ্নটি বই খুলে পড়তে সহায়তা করবেন এবং ছবিটি মনোযোগ সহকারে দেখতে বলবেন। এসময় শিক্ষক শিক্ষার্থীদেরকে নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলো করবেন।

- বাম দিকে কয়টি আম আছে?
- ডান দিকে কয়টি আম আছে?
- একত্রে কয়টি আম তা আমরা কীভাবে হিসাব করব?

শিক্ষার্থীরা প্রশ্নটি ভালোভাবে বুঝতে পেরেছে কিনা নিশ্চিত হবেন এবং কীভাবে হিসাবটি করা যায় তা চিন্তা করতে বলবেন।

৪. শিক্ষার্থীদের চিন্তার সুবিধার জন্য পাঠ্যবইয়ের ৬২ পৃষ্ঠার উপস্থাপিত ১ম বক্সের শিক্ষার্থীর মতামত ও হিসাবের ধারণাটি ব্যাখ্যা করবেন। ব্যাখ্যা প্রদানে প্রয়োজনে কাগজের কার্ড অথবা বাস্তব বস্তু (কাঠি) ব্যবহার করবেন। শিক্ষার্থীদের আলোচনায় উদ্বুদ্ধ করে স্বাধীনভাবে মতামত ব্যক্ত করতে দিবেন। নিশ্চিত হবেন যে, শিক্ষার্থীরা হিসাবের ব্যাখ্যাটি বুঝতে পেরেছে।

একই রকমভাবে ২য় বক্সের শিক্ষার্থীর মতামত ও হিসাবের ধারণাটি ব্যাখ্যা করবেন। ব্যাখ্যা প্রদানে প্রয়োজনে কাগজের কার্ড অথবা বাস্তব বস্তু (কাঠি) ব্যবহার করবেন। শিক্ষার্থীদের আলোচনায় উদ্বুদ্ধ করে স্বাধীনভাবে মতামত ব্যক্ত করতে দিবেন। নিশ্চিত হবেন যে, শিক্ষার্থীরা হিসাবের ব্যাখ্যাটি বুঝতে পেরেছে।

৫. শিক্ষার্থীদের পাঠ্যপুস্তকের ৬২ পৃষ্ঠার নিচের ৪+৯ এর হিসাবের নিম্নরূপ চার্টটি বোর্ডে উপস্থাপন করবেন এবং আলোচনার মাধ্যমে শিক্ষার্থীদের বুঝতে সহায়তা করবেন।

(১) ৯ কে ১০ বানাতে _____ প্রয়োজন।

(২) ৪ কে ভেঙে _____ এবং _____ করা যায়।

(৩) ৯ এর সাথে ৪ হতে _____ নিয়ে ১০ করা যায়।

(৪) ১০ ও _____ নিয়ে _____ হয়।

১০ এর দল তৈরি করার
বিভিন্ন উপায় আছে।



৬. শিক্ষার্থীদের জিজ্ঞাসা করবেন এই পাঠ থেকে আমরা কী শিখলাম। শিক্ষার্থীদের উত্তরের সাথে মিল করে পাঠের সারসংক্ষেপ করবেন এবং পাঠের অর্জন ঘোষণা করবেন। পরবর্তী ক্লাশে আমরা যোগের আরও নতুন ধারণা লাভ করব ঘোষণা দিবেন। সকলকে ধন্যবাদ দিয়ে পাঠ সমাপ্ত করবেন।

৭. শিক্ষার্থীদের পাঠ্যপুস্তকের ৬৩ পৃষ্ঠার ৩+৮ হিসাবটির নিম্নরূপ ব্যাখ্যা বোর্ডে উপস্থাপন করবেন। চারটি ব্যাখ্যাসহ মনোযোগ দিয়ে দেখতে বলবেন।

শিক্ষার্থীদের আলোচনায় অংশগ্রহণের সুযোগ দিয়ে এবং ব্যাখ্যা করে বুঝতে সহায়তা করবেন।

৮. পাঠ্যপুস্তকের ৬৩ পৃষ্ঠার নিম্নরূপ যোগ চারটি জোড়ায় আলোচনা করে পেনসিল দিয়ে পূরণ করতে দিবেন। শিক্ষার্থীদের কাজ ঘুরে ঘুরে পর্যবেক্ষণ করবেন এবং প্রয়োজনে সহায়তা করবেন। কাজ শেষে সঠিকভাবে সমাধান করা দুই জোড়া শিক্ষার্থীর কাজ শ্রেণির সকলের উদ্দেশ্যে বিনিময় করতে দিবেন এবং অন্যান্য শিক্ষার্থীদের তাদের সমাধান মিলিয়ে নিতে সহায়তা করবেন। নিশ্চিত হবেন যে, সকল শিক্ষার্থী সঠিকভাবে খালিঘর পূরণ করতে পারছে।

৯. পাঠ্যপুস্তকের ৬৩ পৃষ্ঠার যোগ করি অনুশীলনের ১ থেকে ৬ পর্যন্ত যোগগুলো জোড়ায় আলোচনা করে নিজ নিজ খাতায় করতে দিবেন।

শিক্ষার্থীদের কাজ ঘুরে ঘুরে পর্যবেক্ষণ করবেন কাজ শেষে সঠিকভাবে সমাধান করা দুই জোড়া শিক্ষার্থীর কাজ শ্রেণির সকলের উদ্দেশ্যে বিনিময় করতে দিবেন এবং অন্যান্য শিক্ষার্থীদের তাদের সমাধান মিলিয়ে নিতে সহায়তা করবেন। নিশ্চিত হবেন যে, সকল শিক্ষার্থী সঠিকভাবে খালিঘর পূরণ করতে পারছে।

১০. মূল্যায়ন ও সারসংক্ষেপকরণ: নিচের যোগ চারটি বোর্ডে লিখে শিক্ষার্থীদের নিজ নিজ খাতায় এককভাবে করতে দিবেন।

$$৯+৬=$$

$$৮+৮=$$

$$৯+৯=$$

$$৯+৭=$$

কাজ শেষে পাশাপাশি বসা শিক্ষার্থীর সাথে খাতা বদল করে মূল্যায়ন করতে দিবেন। সঠিকভাবে যোগ করা একজন শিক্ষার্থীকে তার উত্তরগুলো শ্রেণির সকলের উদ্দেশ্যে বিনিময় করতে দিবেন। অন্যান্য শিক্ষার্থীদের তাদের উত্তর মিলিয়ে নিতে সহায়তা করবেন। নিশ্চিত হবেন যে, সকল শিক্ষার্থী যোগগুলো সঠিকভাবে করতে পারছে। এই পাঠ থেকে আমরা কী শিখলাম শিক্ষার্থীদের জিজ্ঞাসা করবেন। শিক্ষার্থীদের উত্তর নিয়ে পাঠের সারসংক্ষেপ করবেন এবং অর্জন ঘোষণা করবেন। পরবর্তী পাঠে কী নিয়ে আলোচনা করা হবে তা বলবেন এবং সকলকে ধন্যবাদ দিয়ে পাঠ সমাপ্ত করবেন।

গাণিতিক প্রতীক ও বাক্য প্রাথমিক গণিত শেখার ভিত্তি তৈরি করে। শিক্ষার্থীরা যখন প্রতীকগুলো চিনতে, বুঝতে এবং গাণিতিক বাক্য (number sentences) তৈরি করতে শেখে, তখন তাদের সমস্যা সমাধান, যুক্তি-চিন্তা ও গণনা ক্ষমতার দ্রুত উন্নয়ন হয়। প্রাথমিক পর্যায়ে শিক্ষার্থীদের জন্য গাণিতিক ধারণাগুলি সহজ, স্পষ্ট এবং কার্যকরভাবে উপস্থাপন করা অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ। এই প্রেক্ষিতে গাণিতিক প্রতীক ও বাক্য একটি গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা পালন করে। গাণিতিক প্রতীক যেমন যোগ, বিয়োগ, গুণ, ভাগ ইত্যাদি বিভিন্ন গণনা বা হিসাবের কাজ সম্পাদন করার জন্য ব্যবহৃত হয়, তেমনি গাণিতিক বাক্য গাণিতিক ধারণা শিখতে এবং বুঝতে শিক্ষার্থীদের সাহায্য করে।

এছাড়া, প্রতীক ও বাক্যের মাধ্যমে শিশুদের গাণিতিক সম্পর্কের সঠিক ধারণা তৈরি হয়, যা তাদের গণনার দক্ষতা এবং সমস্যা সমাধানের সক্ষমতা বাড়াতে সহায়তা করে। এই বিষয়টি শিক্ষক হিসেবে আমাদের জন্য বিশেষভাবে গুরুত্বপূর্ণ, কারণ এর মাধ্যমেই আমরা শিক্ষার্থীদের মধ্যে গাণিতিক চিন্তা, বিশ্লেষণ এবং সৃজনশীলতার বিকাশ ঘটাতে পারি।

গাণিতিক প্রতীক (Mathematical Symbol)

শিশুরা শুরুতে বাস্তব জিনিসের সাহায্যে গণনা শেখে। ধীরে ধীরে সংখ্যা ও তাদের মধ্যকার গাণিতিক প্রক্রিয়া বা সম্পর্ককে লিখিতভাবে প্রকাশ করার জন্য বিশেষ চিহ্নের প্রয়োজন দেখা দেয়, সেই বিশেষ চিহ্নগুলোকেই গাণিতিক প্রতীক বলা হয়। গাণিতিক প্রতীক হলো এমন বিশেষ চিহ্ন বা প্রতীক যা গাণিতিক ধারণা বা সম্পর্ককে বোঝাতে ব্যবহৃত হয়।

প্রতীক	নাম	অর্থ/ ব্যবহার
০-৯	সংখ্যা	পরিমাণ প্রকাশ
+	যোগ	একত্র করা
-	বিয়োগ	বাদ দেয়া
=	সমান	দুই পাশের মান সমান
>	বড়	বামপাশের সংখ্যা ডানপাশের চেয়ে বড়

এগুলো গাণিতিক কাজ সম্পাদনে ব্যবহৃত হয় এবং গণনা বা হিসাবের ক্ষেত্রে প্রয়োজনীয় নির্দেশনা দেয়। প্রতীক হলো গণিতের ভাষা। শিশুরা যখন প্রতীক বুঝতে শেখে, তখন তারা সংখ্যা, রাশি, সম্পর্ক এবং প্রক্রিয়াগুলোকে খুব দ্রুত ধরে ফেলতে পারে। প্রতীক শেখানোর মূল লক্ষ্য হলো

জটিল গণিত সহজ করে তোলা।

গাণিতিক প্রতীকের শ্রেণিবিভাগ: গাণিতিক প্রতীকগুলোকে তিনভাগে ভাগ করা যায়-

ক) সংখ্যা প্রতীক (Digit Symbols)

যে প্রতীকগুলো সংখ্যা লেখার জন্য ব্যবহার করা হয় সেগুলোকে বলা হয় সংখ্যা প্রতীক। সংখ্যা প্রতীকগুলো হলো- ০, ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭, ৮, ৯। এগুলো দিয়ে সংখ্যা গঠিত হয়।

খ) প্রক্রিয়া প্রতীক (Operation Symbols)

যে প্রতীকগুলো চার প্রক্রিয়া/নিয়ম-এর জন্য ব্যবহার করা হয় সেগুলোকে বলা হয় প্রক্রিয়া প্রতীক। প্রক্রিয়া প্রতীকগুলো হলো-

প্রতীক	নাম	ব্যবহার
+	যোগ	দুটি রাশি মিলানো
-	বিয়োগ	কমানো
×	গুণ	পুনরাবৃত্ত যোগ
÷ অথবা /	ভাগ	সমান ভাগ

গ) সম্পর্ক প্রতীক (Relation Symbols)

যে প্রতীকগুলো সংখ্যার মধ্যকার পারস্পরিক সম্পর্ক বোঝাতে ব্যবহার করা হয় সেগুলোকে বলা হয় সম্পর্ক প্রতীক। সম্পর্ক প্রতীকগুলো হলো-

প্রতীক	অর্থ
=	সমান
>	বৃহত্তর
<	ক্ষুদ্রতর
≠	সমান নয়
≠	ক্ষুদ্রতর নয়
≠	বৃহত্তর নয়

এছাড়াও আমরা গাণিতিক কাজ সম্পাদনে আরো কিছু অন্যান্য দরকারি প্রতীক ব্যবহার করে থাকি। যেমন-

প্রতীক	নাম	অর্থ
%	শতাংশ	প্রতি ১০০-তে কত
()	বন্ধনী	কোন অংশ আগে করা হবে
:	অনুপাত	তুলনামূলক সম্পর্ক
.	দশমিক বিন্দু	পূর্ণ সংখ্যা ও ভগ্নাংশ আলাদাভাবে প্রকাশ করা

অনুশীলন:

ক) $৫ \times ৭ \square ৩৫$

খ) $২৮ + ১৯ \square ৩৭$

গ) $৮ + ৩ \times ৪ \square (৮ + ৩) \times ৪$

ঘ) $৫৩ - ১৮ + ১৩ \square ৫৭ - (৮ \times ৩)$

গাণিতিক বাক্য (Number Sentence)

গাণিতিক বাক্য হলো এমন একটি বাক্য যেখানে সংখ্যা, প্রতীক এবং কখনো কখনো অজানা মান থাকে এবং একটি সম্পর্ক বা সমীকরণ প্রকাশ করে। গাণিতিক বাক্যে সংখ্যা প্রতীক, প্রক্রিয়া প্রতীক এবং সম্পর্ক প্রতীক ব্যবহার করা হয়। গাণিতিক বাক্য ভুল বা সঠিক হতে পারে।

অনুশীলন:

১। নিচের গাণিতিক বাক্যগুলোর মধ্যে কোনটি সঠিক ও কোনটি ভুল?

ক) $২৭ + ১৬ = ৪৩$

খ) $২৪ \div ৪ = ৮$

গ) $৮ \times ৫ = ৪ \times ৯$

ঘ) $৭ \times ৯ < ৮ \times ৭$

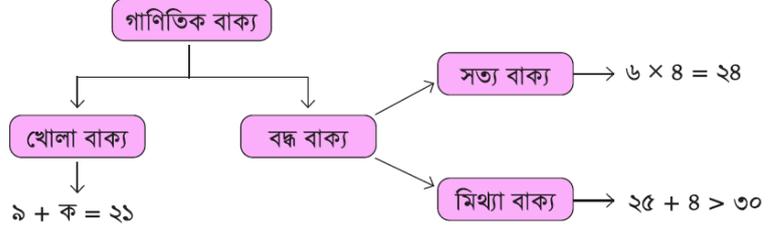
খোলা বাক্য (Open Sentence)

বাক্যটি লক্ষ্য করুন। বাক্যটি কিরূপ?

$$\square + ২২ = ৫৫$$

বাক্যটি সঠিক না ভুল বলা যাচ্ছে না। এটি সঠিক হতে পারে আবার ভুলও হতে পারে। এটি খোলা বাক্য।

অর্থাৎ যে গাণিতিক বাক্য সত্য না মিথ্যা তা নির্ণয় করা যায় না তাকে "খোলা বাক্য" বলে। বাক্যটি সঠিক না ভুল তা বলার জন্য বাক্যটিতে কী সংখ্যা ব্যবহার করা হবে তার উপর নির্ভর করতে হয়। অপরদিকে, যখন বাক্যটি সত্য না মিথ্যা তা নির্ণয় করা



যায় তখন ওই বাক্যটিকে "বদ্ধ বাক্য" বলা হয়। যেমন:

৫ একটি বিজোড় সংখ্যা	এটি একটি গাণিতিক বাক্য এবং এটি সত্য
১২ একটি বিজোড় সংখ্যা	এটি একটি গাণিতিক বাক্য এবং এটি মিথ্যা।
ক সংখ্যাটি ৫ দ্বারা বিভাজ্য	এটি একটি খোলা বাক্য, কারণ এটি সত্য অথবা মিথ্যা হতে পারে, যা ক এর মানের উপর নির্ভর করবে।

গাণিতিক বাক্য ও প্রতীক সম্পর্কিত সমস্যাঃ

ক) 'ক' কে অজানা সংখ্যা হিসেবে ব্যবহার করে নিচের বিবরণের গাণিতিক বাক্য লিখি এবং 'ক' এর মান নির্ণয় করি।

(১) একটি সংখ্যার সাথে ৬০ যোগ করলে যোগফল ১৯০ হয়।

(২) একটি সংখ্যাকে ৭ দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল ৫ ও ভাগশেষ ৪ হয়।

খ) খালি ঘর সম্বলিত গাণিতিক বাক্য তৈরি করুন।

রেখার কাছে ২৪টি এবং রাজুর কাছে কিছু রঙ্গিন পেন্সিল আছে। তাদের দুইজনের মোট ৩৭টি পেন্সিল থাকলে রাজুর কয়টি পেন্সিল আছে?

গ) নিচের খোলা বাক্যগুলোর অজানা মানগুলো বের করি যেন বাক্যগুলো সত্য হয়।

(১) দোকান থেকে 'ক' টাকার চাল কিনে ৫০০ টাকা দিয়ে ৮৫ টাকা ফেরত পেলাম।

(২) 'খ' সংখ্যক কলম ১২ জনের মধ্যে ৩টি করে ভাগ করে দেওয়া হলো।

গাণিতিক প্রতীক ও বাক্য শিখন শেখানো কৌশল

গাণিতিক প্রতীক ও বাক্য শেখানোর সবচেয়ে কার্যকর উপায় হলো বাস্তব উদাহরণ, চিত্র, প্রতীক ও অংশগ্রহণমূলক কার্যক্রমকে একত্রে ব্যবহার করা। শিক্ষক প্রথমে বাস্তব বস্তু দিয়ে যোগ-বিয়োগের ধারণা দেবেন, যেমন বোতাম বা কাঠি ব্যবহার করে "মিলানো" বা "কমানো" দেখানো। এরপর শিক্ষার্থীরা যখন ধারণাটি বুঝে ফেলবে, তখন প্রতীক (+, -, =, >, <) উপস্থাপন করবেন যাতে শিক্ষার্থীরা প্রতীকের অর্থ ও সম্পর্ক স্পষ্টভাবে ধরতে পারে। চিত্রভিত্তিক ব্যাখ্যা এই শিখনকে আরও দৃঢ় করবে। গাণিতিক প্রতীক ও বাক্য শেখানোর ধাপগুলো সহজ থেকে জটিল ক্রমে হওয়া উচিত।

যেমন: যোগ → বিয়োগ → তুলনা → গাণিতিক বাক্য গঠন।

এই পুরো প্রক্রিয়ায় শিক্ষার্থীর অংশগ্রহণ খুব গুরুত্বপূর্ণ। দলগত কাজ, শিক্ষার্থীর নিজের উদাহরণ তৈরি করা এবং বোর্ডে উপস্থাপন করা শেখাকে সক্রিয় করে তোলে। ভুল হলে তাৎক্ষণিক শোধরানোর বদলে ভুলটি নিয়ে আলোচনা করলে শিক্ষার্থী ধারণাটি গভীরভাবে বুঝতে পারবে।

সংক্ষেপে শিক্ষক নিম্নের কৌশলগুলো ব্যবহার করতে পারেন:

- বাস্তব উপকরণ দিয়ে ধারণা তৈরি
- প্রতীকের অর্থ আগে, প্রতীক পরে দেখানো
- ছবি দেখে প্রতীকে রূপান্তর অনুশীলন
- সহজ থেকে জটিল ক্রমে শেখানো
- দলগত কাজ ও উদাহরণ তৈরি করা

গাণিতিক প্রতীক ও বাক্যের সঠিক ব্যবহার প্রাথমিক বিদ্যালয়ের শিক্ষার্থীদের গাণিতিক ধারণা বিকাশে গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা রাখে। শিক্ষক হিসেবে, আমাদের দায়িত্ব হলো এই প্রতীকগুলোকে কার্যকরভাবে ব্যবহার করে শিক্ষার্থীদের মধ্যে গাণিতিক দক্ষতা, চিন্তাবাভনা এবং সৃজনশীলতা গড়ে তোলা। নিয়মিত অনুশীলন এবং গাণিতিক বাক্যের প্রয়োগে শিক্ষার্থীরা আরও আত্মবিশ্বাসী এবং দক্ষ হয়ে উঠবে।

অংশ-ক

গুণিতক কী?

সোমা তার জন্মদিনে তার বন্ধুদের দেয়ার জন্য অনেকগুলো চকলেট কিনেছে। সে তার প্রত্যেক বন্ধুকে ৩টি করে চকলেট দিতে চায়। তার মোট কতগুলো চকলেট লাগবে?



সোমার মোট কয়টি চকলেট লাগবে তা নিচের ছক অনুসারে খুঁজে বের করি-

বন্ধুর সংখ্যা	১	২	৩	৪	৫	৬	৭	৮	৯	১০
চকলেটের সংখ্যা	৩	৬	৯	১২	১৫	১৮	২১	২৪	২৭	৩০

সোমা তার প্রত্যেক বন্ধুকে ৩টি করে চকলেট দিলে তার

৩, ৬, ৯, ১২, ১৫, ১৮, ২১, ২৪, ২৭, ৩০, সংখ্যক চকলেট লাগবে।

৩, ৬, ৯, ১২, ১৫, ১৮, ২১, ২৪, ২৭, ৩০, সংখ্যাগুলো ৩ এর গুণিতক। অর্থাৎ ৩ কে পূর্ণ সংখ্যা দিয়ে গুণ করলে যে সংখ্যাগুলো পাওয়া যায় সেই সংখ্যাগুলো ৩-এর গুণিতক।

কোনো সংখ্যার গুণিতক হলো ঐ সংখ্যার সাথে যেকোনো পূর্ণ সংখ্যার গুণফল।

২ এর গুণিতক - ২, ৪, ৬, ৮, ১০, ১২, ১৪, ১৬,।

৫ এর গুণিতক - ৫, ১০, ১৫, ২০, ২৫, ৩০, ৩৫, ৪০,।

অনুশীলন:

ক. ৭ এর গুণিতক-

খ. ৯ এর গুণিতক-

গ. ৪ এর গুণিতক-

লসাণ্ড হলো লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক। লসাণ্ড নির্ণয় করার জন্য আমাদের কী করতে হবে?

লসাণ্ড নির্ণয় করার জন্য আমাদেরকে প্রথমে ২টি সংখ্যার গুণিতক বের করতে হবে এবং পরে ২টি সংখ্যারই গুণিতকগুলোর মধ্যে সাধারণ গুণিতক শনাক্ত করতে হবে। ২টি সংখ্যার সনাক্তকৃত সাধারণ গুণিতকগুলোর মধ্যে সবচেয়ে ছোট সাধারণ গুণিতকটিই হবে লসাণ্ড।

উদাহরণ

৪ এর গুণিতক = ৪, ৮, ১২, ১৬, ২০, ২৪, ২৮, ৩২, ৩৬, ৪০, ৪৪... ইত্যাদি।

৬ এর গুণিতক = ৬, ১২, ১৮, ২৪, ৩০, ৩৬, ৪২, ৪৮, ৫৪, ৬০ ... ইত্যাদি।

অংশ-খ

সাধারণ গুণিতক: প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর যতগুলো গুণিতক হয় তাদের মধ্যে যে যে গুণিতক প্রত্যেক সংখ্যার গুণিতকের মধ্যে থাকে তাদের বলা হয় ঐ সংখ্যাগুলোর সাধারণ গুণিতক।

উদাহরণ -

৪ এর গুণিতক = ৪, ৮, ১২, ১৬, ২০, ২৪, ২৮, ৩২, ৩৬, ৪০, ৪৪... ইত্যাদি।

৬ এর গুণিতক = ৬, ১২, ১৮, ২৪, ৩০, ৩৬, ৪২, ৪৮, ৫৪, ৬০, ৬৬ ... ইত্যাদি।

৪ ও ৬ এর সাধারণ গুণিতক = ১২, ২৪, ৩৬... ইত্যাদি।

লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক (লসাণ্ড): একাধিক সংখ্যার অসংখ্য সাধারণ গুণিতকগুলোর মধ্যে সবচেয়ে ছোট সাধারণ গুণিতকই হলো লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক, সংক্ষেপে যাকে আমরা লসাণ্ড বলি।

উদাহরণ:

৮ ও ১২ এর লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক =?

৮ এর সাধারণ গুণিতক = ৮, ১৬, ২৪, ৩২, ৪০, ৪৮, ৫৬, ৬৪, ৭২

১২ এর সাধারণ গুণিতক = ১২, ২৪, ৩৬, ৪৮, ৬০, ৭২, ৮৪, ৯৬

৮ ও ১২ এর সাধারণ গুণিতক ২৪, ৪৮, ৭২.....

৮ ও ১২ এর লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক ২৪

লসাণ্ড নির্ণয় করার উপরোক্ত পদ্ধতিকে **পর্যবেক্ষণ পদ্ধতি** বলা হয়।

পর্যবেক্ষণ পদ্ধতি ব্যবহার করে নিচের সমস্যাটির সমাধান করি-

দুইটি ঘণ্টা একত্রে বাজার পর প্রথমটি ৫ মিনিট পরপর এবং অপরটি ৭ মিনিট পরপর বাজে। ঘণ্টা দুইটি সকাল ১০টায় একত্রে বাজার পর পরবর্তীতে কখন আবার একসাথে বাজবে?

অংশ-গ

লসাণ্ড নির্ণয়ের পদ্ধতি:

ক. পর্যবেক্ষণ পদ্ধতি

খ. মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ পদ্ধতি

গ. ইউক্লিডীয় পদ্ধতি

মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ পদ্ধতি:

আমরা দুই বা ততোধিক সংখ্যার মৌলিক উৎপাদক নির্ণয় করে লসাণ্ড নির্ণয় করতে পারি যাকে মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ পদ্ধতি বলা হয়।

উদাহরণ: ১৬ ও ২৪ এর লসাণ্ড নির্ণয় করুন।

সমাধান :

$$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

অর্থাৎ,

১৬ এবং ২৪ এর সাধারণ উৎপাদকগুলো ২, ২, ও ২

১৬ এবং ২৪ এর অন্যান্য উৎপাদক ২ ও ৩

$$16 \text{ এবং } 24 \text{ এর লসাণ্ড } 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$$

ইউক্লিডীয় পদ্ধতি:

উদাহরণ: ১৮, ২৪, ৪০ এবং ৬০ এর লসাগু নির্ণয়

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 18, 24, 40, 60} \\ 2 \overline{) 9, 12, 20, 30} \\ 2 \overline{) 9, 6, 10, 15} \\ 3 \overline{) 9, 3, 5, 15} \\ 3 \overline{) 3, 1, 5, 5} \\ 3, 1, 1, 1 \end{array}$$

$$\text{নির্ণেয় লসাগু} = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 3 = 360$$

এক্ষেত্রে লক্ষণীয়

(১) প্রদত্ত ৪টি সংখ্যা ২ দ্বারা বিভাজ্য তাই এদের কমা চিহ্ন দিয়ে পৃথক করে লিখে ২ দ্বারা ভাগ করা হয়েছে। ভাগফলগুলো নিচে নিচে বসানো হয়েছে।

(২) দ্বিতীয় ধাপের সংখ্যাগুলো ২ দ্বারা বিভাজ্য তাই এদেরও ২ দ্বারা ভাগ করা হয়েছে এবং ভাগফলগুলো নিচে নিচে বসানো হয়েছে।

(৩) তৃতীয় ধাপের কমপক্ষে ২টি সংখ্যা ২ দ্বারা বিভাজ্য তাই এদের ২ দ্বারা ভাগ করা হয়েছে, ভাগফলগুলো নিচে নিচে বসানো হয়েছে কিন্তু যেটি বিভাজ্য নয় সেটি অপরিবর্তিত হয়ে নিচে বসেছে।

(৪) চতুর্থ ধাপের ২টি সংখ্যা ৩ দ্বারা বিভাজ্য তাই এদের ৩ দ্বারা ভাগ করা হয়েছে। ভাগফলগুলো এবং অবিভাজ্য সংখ্যা আগের মতো নিচে বসেছে।

এভাবে একসময় এমন সংখ্যা পাওয়া গেছে যা ১ অথবা সহ মৌলিক। এবার ভাজক গুলো এবং অবশেষগুলো পরপর সাজিয়ে গুণ করা হয়েছে। গুণফলটি নির্ণেয় লসাগু। পদ্ধতিটি ইউক্লিড উদ্ভাবিত বলে একে ইউক্লিডীয় পদ্ধতি বলে।

[প্রাথমিক গণিতের ৪র্থ শ্রেণির গণিত পাঠ্যপুস্তকের ৮১-৮৬ পৃষ্ঠা এবং ৫ম শ্রেণির গণিত পাঠ্যপুস্তকের ৩৬ ও ৩৯ পৃষ্ঠায় উপস্থাপিত বিষয়বস্তু ভালোভাবে পড়তে দিবেন এবং বোধগম্যতা যাচাই করবেন।]

অংশ-ক

গুণনীয়ক কী?

১২টি চকলেট কয়টি প্লেটে সমানভাবে ভাগ করে দেয়া যাবে?



সমস্যাটি নিচের ছকে সমাধানের চেষ্টা করি-

প্লেটের সংখ্যা	১	২	৩	৪	৫	৬	৭	৮	৯	১০	১১	১২
হাতে না রেখে:√	√	√	√	√		√						√
হাতে না রেখে:×					×		×	×	×	×	×	

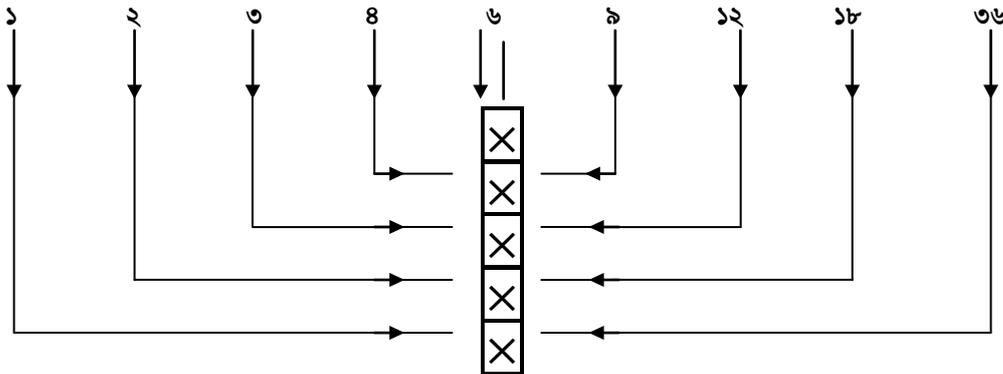
অর্থাৎ ১২ টি চকলেট ১টি, ২টি, ৩টি, ৪টি, ৬টি বা ১২টি প্লেটে সমানভাবে ভাগ করে দেয়া যাবে।

১২ সংখ্যাটি ১, ২, ৩, ৪, ৬ ও ১২ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য। ১, ২, ৩, ৪, ৬ ও ১২ হলো ১২ সংখ্যাটির গুণনীয়ক। অর্থাৎ একটি সংখ্যা দ্বারা অপর একটি সংখ্যা নিঃশেষে বিভাজ্য হলে প্রথম সংখ্যাটিকে দ্বিতীয় সংখ্যার গুণনীয়ক বলে।

উদাহরণ - ৪ এর গুণনীয়ক - ১, ২, ৪ কারণ ১, ২ ও ৪ দ্বারা ৪ নিঃশেষে বিভাজ্য হয়।
 ১৬ এর গুণনীয়ক - ১, ২, ৪, ৮, ১৬।
 ৩৬ এর গুণনীয়ক - ১, ২, ৩, ৪, ৬, ৯, ১২, ১৮, ৩৬।

গুণনীয়ক সংখ্যা নির্ণয়ের নিশ্চিত পদ্ধতি:

৩৬ এর গুণনীয়ক



ক) উভয় প্রান্ত গুণ করে ৩৬ হয়

খ) বামদিক থেকে দ্বিতীয় এবং ডানদিক থেকে দ্বিতীয় প্রান্ত গুণ করেও ৩৬ হয়

গ) একইভাবে বাকি মধ্যবর্তী অন্য সংখ্যাগুলোর প্রত্যেকটিকে গুণ করে ৩৬ হয়

ঘ) মধ্যবর্তী সংখ্যাটিকে একই সংখ্যা দ্বারা গুণ করলে ৩৬ (যেমন, $৬ \times ৬ = ৩৬$) হয়

অংশ-খ

সাধারণ গুণনীয়ক

কোন সংখ্যা ২ বা ততোধিক সংখ্যার গুণনীয়ক হলে ঐ সংখ্যাকে প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর সাধারণ গুণনীয়ক বলে।

উদাহরণ:

১৬ এর গুণনীয়ক - ২, ৪, ৮, ১৬

৩৬ এর গুণনীয়ক - ২, ৩, ৪, ৬, ৯, ১২, ১৮, ৩৬

১৬ এবং ৩৬ এর সাধারণ গুণনীয়ক - ২ ও ৪

গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক (গসাগু):

একাধিক সংখ্যার গুণনীয়কের মধ্যে সবচেয়ে বড় (গরিষ্ঠ) সাধারণ গুণনীয়কই হলো গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক সংক্ষেপে গসাগু। অর্থাৎ ১৬ এবং ৩৬ এর গসাগু ৪।

গসাগু নির্ণয়ের এই পদ্ধতিটিকে **পর্যবেক্ষণ পদ্ধতি** বলা হয়।

পর্যবেক্ষণ পদ্ধতি ব্যবহার করে নিচের সমস্যাটির সমাধান করি-

নিশাত কয়েকজন পথশিশুকে দেয়ার জন্য ১৬টি কলম ও ২৪টি খাতা কিনেছে। সর্বোচ্চ কতজন শিশুর মাঝে সে এই কলম ও খাতাগুলো বিতরণ করে দিতে পারবে যেখানে প্রত্যেকে সমান সংখ্যক কলম ও খাতা পাবে?

গসাগু নির্ণয়ের পদ্ধতি: ক. পর্যবেক্ষণ পদ্ধতি

খ. উৎপাদক পদ্ধতি

গ. ইউক্লিডীয় পদ্ধতি

উৎপাদক পদ্ধতি:

এ পদ্ধতিতে প্রথমে সংখ্যাগুলোর মৌলিক উৎপাদক বের করে নিতে হবে। অতঃপর সংখ্যাগুলোর সাধারণ মৌলিক উৎপাদকগুলো চিহ্নিত করতে হবে। ঐ উৎপাদক বা উৎপাদকগুলোর গুণফলই হবে নির্ণয় গসাগু।

উদাহরণ

$$১৬ = ৪ \times ৪ = ২ \times ২ \times ২ \times ২$$

$$৩৬ = ৪ \times ৯ = ২ \times ২ \times ৩ \times ৩$$

$$\text{সাধারণ সংখ্যাগুলো } ২ \times ২ = ৪।$$

অতএব ১৬ ও ৩৬ এর গসাগু ৪।

ইউক্লিডীয় পদ্ধতি:

এ পদ্ধতিকে প্রচলিত ভাগ পদ্ধতিও বলা হয়। এ পদ্ধতিতে যদি দুই টি সংখ্যার গসাগু বের করতে হয়। তাহলে প্রথমে বড় সংখ্যাটিকে ছোট সংখ্যা দ্বারা ভাগ করে ভাগশেষ বের করতে হবে। অতঃপর ভাগশেষকে ভাজক ধরে পূর্বোক্ত ভাজককে ভাজ্য ধরে ভাগ করে নতুন ভাগশেষ পাওয়া যাবে। নিঃশেষে বিভাজ্য না হওয়া পর্যন্ত এ প্রক্রিয়া চালিয়ে যেতে হবে। নিঃশেষে বিভাজ্যের শেষ ধাপের ভাজকই হবে সংখ্যা দুটির গসাগু।

উদাহরণ:

$$১৬) ৩৬ (২$$

$$\underline{৩২}$$

$$৪) ১৬ (৪$$

$$\underline{১৬}$$

$$০$$

সর্বশেষ ভাজক “৪” দ্বারা ভাগ করে ভাগশেষ ০ হয়েছে। সুতরাং, গসাগু হলো ৪।

[প্রাথমিক গণিতের ৪র্থ শ্রেণির গণিত পাঠ্যপুস্তকের ৮৪, ৮৫, ৮৯-৯১ পৃষ্ঠা এবং ৫ম শ্রেণির গণিত পাঠ্যপুস্তকের ৪১-৪৫ পৃষ্ঠায় উপস্থাপিত বিষয়বস্তু ভালোভাবে পড়তে দিবেন এবং বোধগম্যতা যাচাই করবেন।]

সহায়ক তথ্য ১৫	অধিবেশন ১৫: সাধারণ ভগ্নাংশ: ভগ্নাংশের ধারণা এবং যোগ ও বিয়োগ
----------------	--

অংশ-ক	সাধারণ ভগ্নাংশের ধারণা
-------	------------------------

সাধারণ ভগ্নাংশের ধারণার ওপর (কর্মপত্র-১ এর সমাধান)

ভগ্নাংশের ধারণা নিয়ে বিবৃতি	সত্য	মিথ্যা
প্রকৃত ভগ্নাংশের হর লবের চেয়ে বড়	সত্য	
মিশ্র ভগ্নাংশ রূপান্তর করলে প্রকৃত ভগ্নাংশ পাওয়া যায়		মিথ্যা
প্রকৃত ভগ্নাংশকে মিশ্র ভগ্নাংশে রূপান্তর করা যায়		মিথ্যা
দুটি ভগ্নাংশের হর সমান হলে- তাদের মধ্যে যেটির লব বড় সেটি বৃহত্তর	সত্য	
দুটি ভগ্নাংশের লব সমান হলে- তাদের মধ্যে যেটির হর ছোট সেটি বৃহত্তর	সত্য	
অপ্রকৃত ভগ্নাংশকে রূপান্তর করলে মিশ্র ভগ্নাংশ পাওয়া যায়	সত্য	
দুটি প্রকৃত ভগ্নাংশের গুণফল- তাদের যে কোনটার চেয়ে বড়।		মিথ্যা
একটা প্রকৃত ভগ্নাংশ ও একটা অপ্রকৃত ভগ্নাংশের গুণফল- প্রকৃত ভগ্নাংশের চেয়ে বড় আর অপ্রকৃত ভগ্নাংশের চেয়ে ছোট হবে।	সত্য	
দুটি অপ্রকৃত ভগ্নাংশের গুণফল- তাদের যেকোনটার চেয়ে ছোট হবে।		মিথ্যা
কোন ভগ্নাংশের সঙ্গে তার বিপরীত ভগ্নাংশ গুণ করলে ফলাফল হবে ১।	সত্য	

সাধারণ ভগ্নাংশ

যখন আমরা কোনো পূর্ণ বস্তুকে সমান অংশে ভাগ করি এবং তার এক বা একাধিক অংশ প্রকাশ করি, তখন সেটিকে ভগ্নাংশ বলা হয়। যেমন: একটি আপেলকে সমান ২ ভাগে ভাগ করলে এর ১ ভাগ হলো পুরো আপেলের ২ ভাগের ১ অংশ বা $\frac{1}{2}$ অংশ।



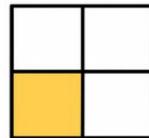
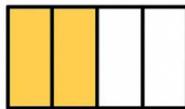
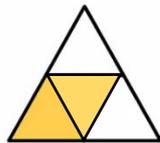
যখন আমরা কোনো পূর্ণ বস্তুকে সমান অংশে ভাগ করি এবং তার এক বা একাধিক অংশ প্রকাশ করি, তখন সেটিকে ভগ্নাংশ বলা হয়। যেমন: একটি আপেলকে সমান ২ ভাগে ভাগ করলে এর ১ ভাগ হলো পুরো আপেলের ২ ভাগের ১ অংশ বা $\frac{1}{2}$ অংশ।

$$\text{ভগ্নাংশ} = \frac{\text{লব}}{\text{হর}}$$

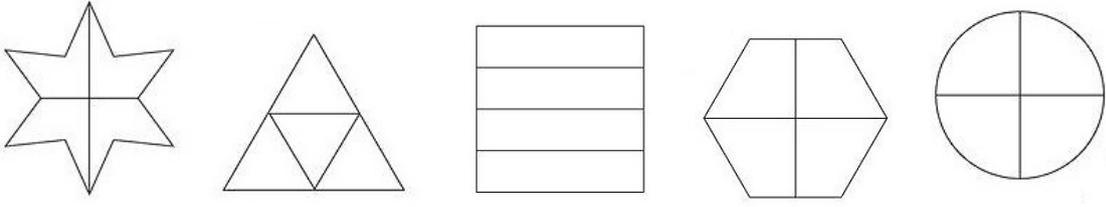
এখানে হর বলতে বোঝায় পূর্ণ বস্তুটি কয় ভাগে ভাগ করা হয়েছে। আর লব বলতে বোঝায় সেই ভাগের কয়টি অংশ নেওয়া হয়েছে।

অনুশীলন:

১। নিচের প্রত্যেক আকৃতির রং করা অংশের পরিমাণ লিখি।



২। নিচের আকৃতিগুলোতে $\frac{3}{8}$ অংশ রং করি।



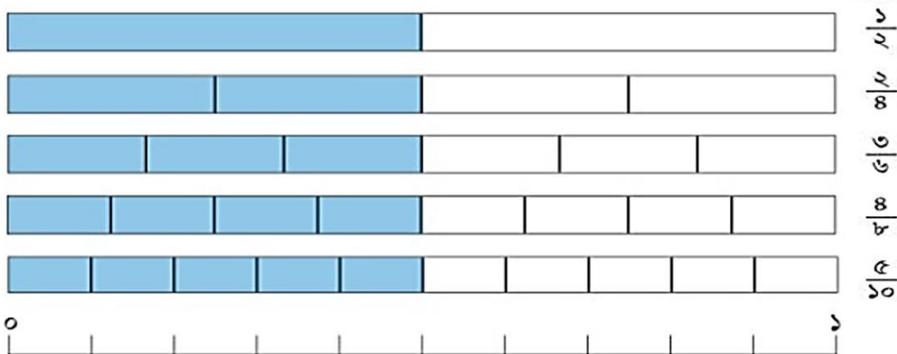
ভগ্নাংশের প্রকারভেদ

ভগ্নাংশ মূলত ৩ প্রকার- প্রকৃত, অপ্রকৃত ও মিশ্র ভগ্নাংশ। নিচের ছকে এই ৩ প্রকার ভগ্নাংশের তুলনা আলোচনা করা হলো-

প্রকৃত ভগ্নাংশ	অপ্রকৃত ভগ্নাংশ	মিশ্র ভগ্নাংশ
যে ভগ্নাংশে লব হর থেকে ছোট থাকে তাকে প্রকৃত ভগ্নাংশ বলে। এ ধরনের ভগ্নাংশের মান সবসময় ১ এর কম।	যে ভগ্নাংশে লব হরের সমান বা বড় থাকে তাকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশ বলে। এর মান ১ বা ১ এর বেশি হতে পারে।	যে ভগ্নাংশে একটি পূর্ণ সংখ্যা এবং একটি প্রকৃত ভগ্নাংশ থাকে তাকে মিশ্র ভগ্নাংশ বলে। অপ্রকৃত ভগ্নাংশকে রূপান্তর করে মিশ্র ভগ্নাংশ পাওয়া যায়।
চেনার উপায়: <ul style="list-style-type: none"> • লব < হর • উপরের সংখ্যা (লব) নিচের সংখ্যার (হর) চেয়ে ছোট হবে। 	চেনার উপায়: <ul style="list-style-type: none"> • লব \geq হর • ভগ্নাংশের মান ১ বা ১-এর বেশি। 	চেনার উপায়: <ul style="list-style-type: none"> • সামনে একটি পূর্ণসংখ্যা থাকবে • পাশে থাকবে একটি প্রকৃত ভগ্নাংশ
উদাহরণ: $\frac{2}{5}, \frac{3}{4}, \frac{4}{9}$	উদাহরণ: $\frac{5}{8}, \frac{9}{3}, \frac{9}{9}$	উদাহরণ: $3\frac{1}{4}, 1\frac{2}{3}, 2\frac{1}{8}$

সমতুল ভগ্নাংশ

যে ভগ্নাংশগুলোর মান সমান সেগুলোকে সমতুল ভগ্নাংশ বলে। যেমন: $\frac{1}{2} = \frac{2}{8} = \frac{3}{6} = \frac{4}{4} = \frac{5}{10}$



চিত্রটি লক্ষ করলে আমরা দেখতে পাই যে ভগ্নাংশগুলো রয়েছে সেগুলোর মান সমান।

সমতুল ভগ্নাংশ খুঁজে বের করার সহজ পদ্ধতি হলো দুইটি ভগ্নাংশের লব ও হর পরস্পর গুণ করলে যদি গুণফল একই হয়, তবে ভগ্নাংশ দুইটি সমতুল হবে।

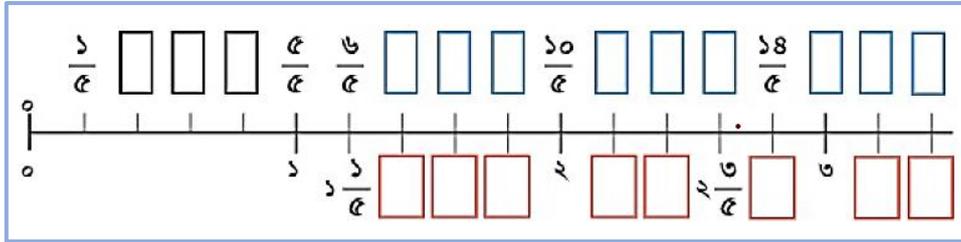
$$\frac{2}{2} \begin{matrix} \nearrow \\ \searrow \end{matrix} \begin{matrix} \frac{2}{8} \\ \frac{2}{8} \end{matrix} \begin{matrix} \longrightarrow \\ \longrightarrow \end{matrix} \left. \begin{matrix} 2 \times 2 = 8 \\ 1 \times 8 = 8 \end{matrix} \right\}$$

অনুশীলন:

১। নিচের খালি ঘরগুলো পূরণ করি।

(১) $\frac{৩}{৯} = \frac{\square}{৩}$ (২) $\frac{৬}{৮} = \frac{৩}{\square}$ (৩) $\frac{৪}{১২} = \frac{১}{\square}$ (৪) $\frac{৮}{২০} = \frac{\square}{৫}$

২। নিচের সংখ্যা রেখার উপরের খালি ঘরগুলো প্রকৃত ও অপ্রকৃত ভগ্নাংশ এবং নিচের খালি ঘরগুলো মিশ্র ভগ্নাংশ দ্বারা পূরণ করি।



আনুপাতিক ভগ্নাংশ ও পরিমাণগত ভগ্নাংশ

আনুপাতিক ভগ্নাংশ কী?

যে ভগ্নাংশ দিয়ে কোনো দুটি বা একাধিক পরিমাণের মধ্যে সম্পর্ক বা অনুপাত বোঝানো হয় তাকে আনুপাতিক ভগ্নাংশ বলে। এটি কোনো অংশের মান নয়, বরং দুটি পরিমাণের তুলনা নির্দেশ করে।

যেমন, একটি ক্লাসে ছেলে ১২ জন, মেয়ে ৮ জন।

ছেলে : মেয়ে = ১২:৮ = ১২/৮ = ৩/২

এখানে ৩/২ হলো আনুপাতিক ভগ্নাংশ, কারণ এটি ছেলে ও মেয়েদের মধ্যে তুলনামূলক সম্পর্ক দেখাচ্ছে।

এই ভগ্নাংশটি কোনো বাস্তব “অংশের মান” নির্দেশ করছে না, শুধুমাত্র ছেলে : মেয়ে = ৩ : ২ এই সম্পর্ক বোঝাচ্ছে।

পরিমাণগত ভগ্নাংশ কী?

যে ভগ্নাংশ কোনো একটি মোট পরিমাণের নির্দিষ্ট অংশকে নির্দেশ করে তাকে পরিমাণগত ভগ্নাংশ বলে। এটি বাস্তব কোনো অংশ বা অংশবিশেষ নির্দেশ করে।

যেমন: একটি কেককে ৮ ভাগ করা হলো। তুমি খেয়েছ ৩ ভাগ। তাহলে তুমি খেয়েছো = ৩/৮ অংশ।

এখানে ৩/৮ হলো পরিমাণগত ভগ্নাংশ, কারণ এটি মোট কেকের বাস্তব অংশ (৮ ভাগের মধ্যে ৩ ভাগ) বোঝাচ্ছে। এই ভগ্নাংশটি বাস্তবে কতটুকু অংশ নেওয়া হয়েছে সেটি স্পষ্টভাবে বোঝায়।

উদাহরণ

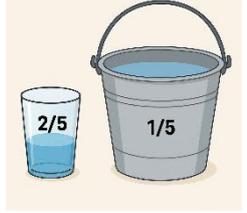
গ্লাসের মধ্যে ৫ ভাগের ২ ভাগ পানি আছে। বালতির মধ্যে ৫ ভাগের ১ ভাগ পানি আছে। রহিম বলে যে ৫ ভাগের ২ এবং ৫ ভাগের ১ করে মোট ৫ ভাগের ৩ হবে।

রহিমের ধারণায় কী ভুল রয়েছে? কেন?

সমাধান

এ প্রশ্নটি আনুপাতিক ভগ্নাংশের প্রশ্ন।

যদি পাত্রগুলোর আকার ভিন্ন হয় তাহলে ৫ ভাগের ২ ভাগ অথবা ৫ ভাগের ১ ভাগ এর পরিমাণও ভিন্ন হবে। এক্ষেত্রে এদুটিকে এভাবে সোজাসুজি যোগ করে ভগ্নাংশের মান সমান করা যাবে না।



অংশ-খ সাধারণ ভগ্নাংশের ধারণা, তুলনা এবং যোগ বিয়োগ সংক্রান্ত গাণিতিক সমস্যা

সাধারণ ভগ্নাংশ শিখন শেখানো কৌশল

শিক্ষার্থীরা ভগ্নাংশকে সবচেয়ে ভালো বুঝে বাস্তব বস্তু, ছবি, ও গল্পের মাধ্যমে। নিচে কার্যকর কিছু কৌশল দেওয়া হলো।

১। বাস্তব বস্তু ব্যবহার করা।

- কাগজ, ককশিট, কাঠি এগুলোকে সমান ভাগে কেটে দেখানো।
- শিক্ষার্থীদের দিয়ে কোনো কিছু বাস্তবে ভাগ করে দেখানো যায়। এই অভিজ্ঞতাই তাদের ভগ্নাংশের মূল ধারণা গঠনে সাহায্য করবে। যেমন-

রঙিন কাগজ দিয়ে বৃত্ত বা স্ট্রিপ বানিয়ে ২, ৩, ৪, ৮ বিভিন্ন ভাগ করে দেখানো। প্রতিটি ভাগ আলাদাভাবে শিক্ষার্থীদের রঙ করতে দেয়া যায়। শিক্ষার্থীদের জিজ্ঞেস করা-“রঙ করা অংশের পরিমাণ কত?”

২। বোর্ডে চিত্র/ডায়াগ্রাম অঙ্কন করে সমান ভাগ করে দেখিয়ে লব হরের সম্পর্ক বোঝানো।

৩। খেলা বা দলগত কাজ করতে দেয়া।

- “ভগ্নাংশ ম্যাচিং কার্ড” যেখানে সবাই ছবি ও ভগ্নাংশ মিলিয়ে দেখাবে।
- দল ভাগ করে সমান অংশ খুঁজে বের করতে দিয়ে ছোট প্রতিযোগিতার আয়োজন করা যায়।

৪। দৈনন্দিন জীবনের উদাহরণ দেয়া।

- অর্ধেক গ্লাস পানি, তিন-চতুর্থাংশ রাস্তা হাঁটা, দুই-তৃতীয়াংশ রুটি খাওয়া এভাবে বাস্তব জীবনের উদাহরণ ভগ্নাংশকে সহজ করে তোলে।

অংশ-ক দশমিক ভগ্নাংশের ধারণা ব্যাখ্যা করা

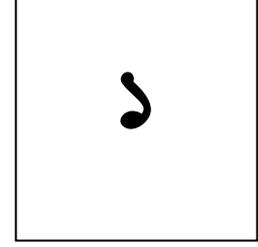
খ চিত্রের ছোট দাগের প্রতিটি একক 0.1 এর সমান।

- 0.1 হল 1 সে.মি. এর $\frac{1}{10}$ ভাগ।
- 2.9 , 5.8 , 0.8 ইত্যাদি সংখ্যাগুলোকে বলা হয় দশমিক ভগ্নাংশ।
- বিন্দু “.” টিকে বলা হয় দশমিক বিন্দু।
- দশমিক বিন্দুর ডানের অঙ্কটিকে বলা হয় দশমাংশ।

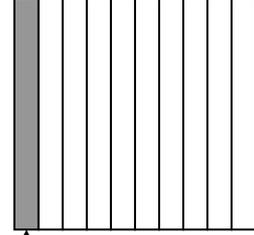
রঙিন অংশটি 1 এর $\frac{1}{10}$ অংশ। এটিকে বলা হয় এক দশমাংশ। 1 এর “এক

দশমাংশ” কে ভগ্নাংশরূপে $\frac{1}{10}$ লেখা হয় এবং দশমিক ভগ্নাংশে $\frac{1}{10}$ সমান 0.1 (দশমিক এক) লেখা হয়।

[ক]



[খ]

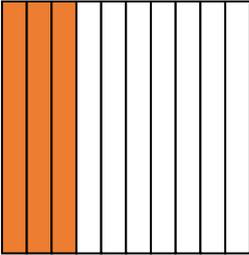


এক দশমাংশ

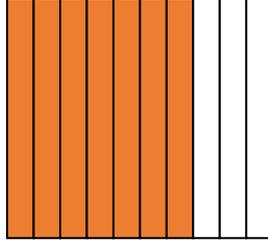
$$= \frac{1}{10}$$

$$= 0.1 \text{ (দশমিক এক)}$$

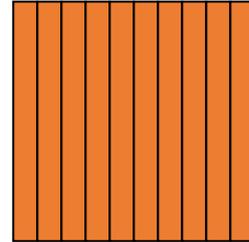
[গ]



[ঘ]



[ঙ]



- $\frac{3}{10}$ তিন দশমাংশ
- 0.3 দশমিক তিন

- $\frac{7}{10}$ সাত দশমাংশ
- 0.7 দশমিক সাত

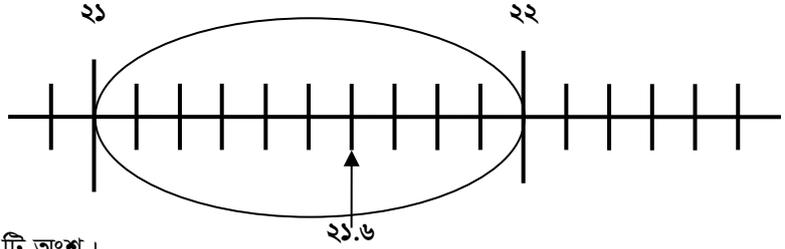
$$\frac{10}{10} = 1 \text{ এক}$$

“দৈনন্দিন জীবনে দশমিক ভগ্নাংশের ব্যবহার কোথায় কোথায় হয়?” শৈত্যের পরিমাপ, তাপমানযন্ত্র, ওজন ইত্যাদি ক্ষেত্রে।

“যদি দশমিক সংখ্যার ব্যবহার না করা হতো তাহলে 1 -এর চেয়ে ছোট সংখ্যা প্রকাশ করা যেত না। বিস্তারিতভাবে সংখ্যাগুলো তুলনা করা যেত না, ইত্যাদি।

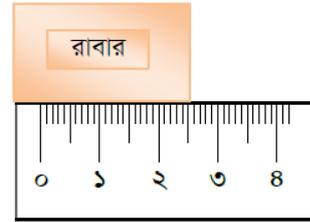
জানুয়ারি মাসের একটি দিনে সর্বোচ্চ তাপমাত্রা ছিল ২১.৬ সেলসিয়াস। যদি দশমিক সংখ্যা ব্যবহারের প্রচলন না থাকত তাহলে এটি প্রকাশ করতে সমস্যা হতো। ২১ এর চেয়ে কিছু বেশি এভাবে প্রকাশ করতে হতো বা অনির্দিষ্ট ২১ এভাবে বলা হতো? ইত্যাদি।

“২১.৬ এর মধ্যে ৬ কী প্রকাশ করে?”



২১ থেকে ২২-এর মধ্যে ১০টি ভাগের ৬টি অংশ।

একটি বস্তু আরও সুনির্দিষ্টভাবে মাপা যায় যদি আমরা স্কেলের ছোট ছোট দাগ ব্যবহার করি। পাশে দেওয়া উদাহরণে রাবারটির দৈর্ঘ্য “২ সেন্টিমিটার এবং ৭টি ছোট দাগ”। এজন্য, একে আমরা “দুই দশমিক ৭ সেন্টিমিটার” হিসেবে পড়ি।



মনে করিয়ে দেওয়া যে, - ছোট দাগের প্রতিটি একক ০.১ এর সমান। - ০.১ হল ১ সেন্টিমিটারের ১/১০ অংশ। ২.৭, ৫.৯, ০.৮ এবং এ ধরনের সংখ্যাগুলোকে দশমিক ভগ্নাংশ বলা হয়। বিন্দুটিকে বলা হয় দশমিক বিন্দু। দশমিক বিন্দুর ডানের ঘরটিকে বলা হয় দশমাংশ।

দশমিক ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে বাম দিক থেকে স্থানগুলোকে দশমাংশ, শতাংশ, সহস্রাংশ ইত্যাদি বলা যায়।

১) ২১.৬-এর স্থানীয় মান নিচের ছকটি অঙ্কন করে খালি ঘরে সংখ্যা বসাই।

দশক	একক	দশমাংশ	শতাংশ

দশক	একক	দশমাংশ	শতাংশ
২	১	৬	

২) একক স্থানের ডানে একটি বিন্দু স্থাপন করা হয়েছে। এ বিন্দুকে দশমিক বিন্দু বলা হয় এবং এ বিন্দু স্থাপন করে পূর্ণ সংখ্যা এবং দশমিক ভগ্নাংশ পৃথকভাবে চেনা যায়।

ক. দশমিক ভগ্নাংশের স্থানীয় মানের ধারণা

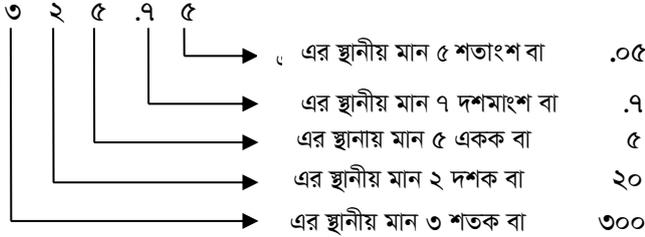
অজুত বা দশ হাজার	সহস্র বা হাজার	শতক	দশক	একক	দশমাংশ	শতাংশ	সহস্রাংশ
১০,০০০	১০০০	১০০	১০	১	$\frac{১}{১০}$ বা .১	$\frac{১}{১০০}$ বা .০১	$\frac{১}{১০০০}$ বা .০০১

১. একক স্থান থেকে বাম দিকের স্থানগুলোর মান ১০ গুণ হিসেবে বেড়ে গেছে। অপরদিকে একক স্থান থেকে ডানদিকের স্থানগুলোর মান ১০গুণ হিসেবে কমে গেছে। বাম পাশের স্থানগুলোকে দশক, শতক, হাজার ইত্যাদি বলা হয় এবং ডানপাশের স্থানগুলোকে দশমাংশ, শতাংশ, সহস্রাংশ ইত্যাদি বলা হয়। একক স্থানের ডানে দশমিক চিহ্ন (-) স্থাপন করে পূর্ণ সংখ্যা ও দশমিক অংশ পৃথক করা হয়। এ চিহ্নটি হলো দশমিক চিহ্ন। দশমিক অংশের দশমাংশ, শতাংশ, সহস্রাংশ ইত্যাদি স্থানগুলোর মান যথাক্রমে .১, .০১, .০০১ ইত্যাদি লিখে প্রকাশ করা হয়।

২. স্থানীয় মান নির্ণয়: ৩২৫.৭৫

অজুত বা দশ হাজার	সহস্র বা হাজার	শতক	দশক	একক	দশমাংশ	শতাংশ	সহস্রাংশ
১০,০০০	১০০০	১০০	১০	১	$\frac{১}{১০}$ বা .১	$\frac{১}{১০০}$ বা .০১	$\frac{১}{১০০০}$ বা .০০১
		৩	২	৫	.৭	.০৫	

এখানে,



অংশ-গ	দশমিক ভগ্নাংশ সংক্রান্ত পাঠের শিখন-শেখানো কৌশল
-------	--

দশমিক ভগ্নাংশ শিখন শেখানো কৌশল

দশমিক ভগ্নাংশ গণিতের একটি গুরুত্বপূর্ণ অংশ, যা শিক্ষার্থীদের পরিমাপ, টাকা-পয়সা, দৈর্ঘ্য, ওজনসহ দৈনন্দিন জীবনের বিভিন্ন বাস্তব সমস্যার সমাধানে সক্ষম করে। ভগ্নাংশের ধারণা স্পষ্ট না হলে যেমন গণিতের পরবর্তী অধ্যয়নগুলোতে দুর্বলতা দেখা দেয়, তেমনি দশমিক ভগ্নাংশ না বোঝা শিক্ষার্থীদের গণনা, তুলনা, ও প্রয়োগভিত্তিক সমস্যার সমাধানে জটিলতা সৃষ্টি করে। তাই শ্রেণিকক্ষে দশমিক ভগ্নাংশ এমনভাবে উপস্থাপন করতে হবে, যাতে শিক্ষার্থীরা চিত্র, বাস্তব উদাহরণ, স্থানমান, এবং হাতেকলমে কার্যক্রমের মাধ্যমে সহজে বিষয়টি উপলব্ধি করতে পারে। উপযুক্ত শিখন-শেখানো কৌশল ব্যবহার করলে শিক্ষার্থীরা শুধু দশমিক সংখ্যা বুঝতেই পারবে না; বরং তা ব্যবহার করে বাস্তব জীবনের সমস্যার সমাধান করতে সক্ষম হবে। শিক্ষার্থীরা ইতোমধ্যে ভগ্নাংশ সম্পর্কে ধারণা লাভ করেছে বিবেচনা করে দশমিক ভগ্নাংশ শিখনের জন্য নিম্নরূপ কৌশল প্রয়োগ করা যেতে পারে-

১) বাস্তব উদাহরণ দিয়ে শুরু করা। যেমন:

- টাকার হিসাব (১ টাকা = ১০০ পয়সা → ০.৫০ = ৫০ পয়সা)
- দৈর্ঘ্য (১ মিটার = ১০০ সেন্টিমিটার → ০.২৫ মিটার)
- ওজন (০.৭৫ কেজি) এসব ব্যবহার করলে ধারণা খুব দ্রুত পরিষ্কার হয়।

২) চিত্রভিত্তিক ব্যাখ্যা করার চেষ্টা করা। যেমন:

- শতকরা গ্রিড (১০০ এর গ্রিড) ব্যবহার
- দশভাগ করা কাগজের স্ট্রিপ বা বৃত্ত ব্যবহার
- রঙিন ব্লক বা স্কয়ার ভাগ করে দশমিক দেখানো। যেমন: ০.৩ দেখাতে ১০টি ঘরের মধ্যে ৩টি রঙ করা।

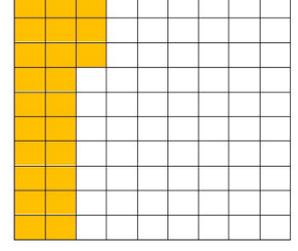
৩) ভগ্নাংশ ও দশমিকের সম্পর্ক পরিষ্কার করা। যেমন:

- $\frac{১}{১০} = ০.১$
- $\frac{৭}{১০} = ০.৭$

- $25/100 = 0.25$ এভাবে ভাগফল বের করে দশমিক রূপ দেখানো। ভগ্নাংশকে দশমিক ও দশমিককে ভগ্নাংশে রূপান্তর দেখানো।

৪) হাতে কলমে কার্যক্রম করানো। যেমন:

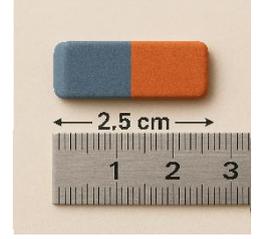
- শিক্ষার্থীদের ১০০ ঘরে মধ্যে ০.২৩ অংশ রঙ করা বা ২৩টি ঘর রঙ করা এভাবে বোঝানো
- টেপ/কাগজ কেটে ১০ সমান ভাগ করে ০.৪ বা ০.৬ দেখানো।
- গ্রুপওয়ার্কে দশমিক সংখ্যা সাজানো।



হাতে কলমে কার্যক্রমে একটি উদাহরণ দেখি-

শিক্ষার্থীদেরকে স্কেল দিয়ে তাদের চারপাশের ছোটখাট জিনিস যেমন, রাবার, পেনসিল, তাদের আঙ্গুল ইত্যাদি মেপে খাতায় লিখতে বলি। এক্ষেত্রে শিক্ষার্থীরা বস্তুগুলোর দৈর্ঘ্য কীভাবে মাপছে এবং খাতায় লিখছে তা সতর্কতার সাথে পর্যবেক্ষণ করি। শিক্ষার্থীরা হয়ত বস্তুগুলো মাপতে পারবে কিন্তু লিখে প্রকাশ করতে সমস্যায় পড়বে। উদাহরণস্বরূপ, যদি তারা ডানপাশে দেখানো চিত্রের ন্যায় একটি রাবার মেপে থাকে তবে তারা হয়তো বলবে-

- এটি ২ সে.মি. থেকে লম্বা কিন্তু ৩ সে.মি. থেকে খাট।
- এটি প্রায় আড়াই সেন্টিমিটার লম্বা।
- আমরা এটার মাপ বলতে পারছি না।" বা অন্য কিছু।
- শিক্ষার্থীদের শ্রেণীকক্ষের ভিতরের এবং বাইরের বিভিন্ন বস্তু মাপতে উৎসাহিত করা এবং তাদের খাতায় লিখতে বলা।



শিক্ষার্থীদের স্কেলের ছোট দাগগুলোর প্রতি লক্ষ্য করতে বলুন এবং জিজ্ঞেস করুন,

"১ সেন্টিমিটারকে কয়টি সমান ভাগে বিভক্ত করা হয়েছে?" ১ সেন্টিমিটারকে ১০ টি সমান ভাগে ভাগ করা হয়েছে, এ উত্তর শিক্ষার্থীদের কাছ থেকে নেওয়ার জন্য তাদের দাগগুলো গণনা করতে নির্দেশ দিন।

সবাইকে উপলব্ধি করতে সহায়তা করুন যেন, একটি বস্তু আরও সুনির্দিষ্টভাবে মাপা যায় যদি আমরা স্কেলের ছোট ছোট দাগ ব্যবহার করি। এবার তাদের আরেকটি বস্তু মাপতে দিন এবং ছোট দাগগুলো পড়তে দিন। উদাহরণস্বরূপ, উপরে দেওয়া উদাহরণে রাবারটির দৈর্ঘ্য ২ সেন্টিমিটার এবং ৫টি ছোট দাগ"।

এজন্য তাদের বলা, একে আমরা "দুই দশমিক ৫ সেন্টিমিটার" হিসেবে পড়ি এবং ব্লাকবোর্ডে লিখুন "২.৫ সেন্টিমিটার"। শিক্ষার্থীদের দেওয়া উত্তরগুলো ব্লাকবোর্ডে লিখুন। লক্ষ্য করুন কীভাবে শিক্ষার্থীরা উত্তর দিচ্ছে, যদি ভুল উত্তর দিয়ে থাকে তবে তা সংশোধন করে দিন। উদাহরণস্বরূপ, যদি তারা বলে "২৫ সেন্টিমিটার" তবে বলা, এটা হবে "২.৫ সেন্টিমিটার"।

একইভাবে অন্যান্য বস্তু যেমন, চক, পেনসিল, পাথর ইত্যাদি মাপতে সহায়তা করুন এবং সতর্কতার সাথে লক্ষ্য করুন, তারা কীভাবে বস্তুগুলো পরিমাপ করছে। শিক্ষার্থীদের তাদের মাপগুলো অন্য শিক্ষার্থীদের উদ্দেশ্যে বলতে দিন। লক্ষ্য করুন তারা দশমিক ভগ্নাংশগুলো সঠিকভাবে বলছে কিনা।



পাঠ পর্যবেক্ষণ ছক

পর্যবেক্ষকের নাম:

পাঠদানকারী শিক্ষকের নাম:

শ্রেণি:

বিষয়:

বিষয়বস্তু:

১. শিখনফল:
২. পাঠে ব্যবহৃত -----হইতে-----মিনিট, মোট:
৩. পাঠে ব্যবহৃত সাধারণ ও বিশেষ উপকরণ:
৪. অধিবেশনে ব্যবহৃত পদ্ধতি ও কৌশল:
৫. শিখনফলের আলোকে কী কী কার্যক্রম গ্রহণ করেছেন:
 - উপস্থাপন-
 - শিক্ষক সহায়িকার ব্যবহার-
 - অনুশীলন-
 - মূল্যায়ন করেছেন কি না? -
 - যদি আরও কিছু থাকে-

অংশ-ঘ	অধিবেশন মূল্যায়ন ও সমাপনী
-------	----------------------------

- ১.
২. প্রশিক্ষণার্থীগণের নিকট আজকের পাঠে শিখন অর্জন সম্পর্কে জানতে চান। এই সেশনের শিখন কর্মস্থলে কীভাবে কাজে লাগানো যায় তা জিজ্ঞাসা করুন।
৩. প্রশিক্ষণার্থীদের সহায়তায় প্রশ্নোত্তরের মাধ্যমে অধিবেশনের সারসংক্ষেপ করুন। সবাইকে ধন্যবাদ দিয়ে অধিবেশন সমাপ্ত করুন।

গড় (average) বিষয়ে প্রাথমিক স্তরের শিক্ষার্থীদের সচরাচর সাধারণ ভুল, এবং তা সংশোধনের কৌশল

ক্রম	সচরাচর ভুলের ধরন	সংশোধনের কৌশল
১	সব সংখ্যার যোগফল না করা বা ভুলভাবে যোগ করা কারণ, কিছু শিক্ষার্থী- ○ যোগের সময় এক/একাধিক সংখ্যা বাদ দিয়ে ফেলে ○ যোগফল ভুল হয় ○ বড় সংখ্যার যোগে ভুল করে ফেলে	○ যোগ করার সময় সংখ্যা এক লাইন করে তালিকা করতে শেখানো। ○ প্রতিটি যোগ করা অঙ্কের/ সংখ্যার পাশে ✓ দেওয়া। সংখ্যা বেশি হলে গ্রুপ করে যোগ করা (যেমন ১২+১৮, ২০+১০+১০ ইত্যাদি)।
২	যোগফলকে সংখ্যার পরিমাণ দিয়ে ভাগ করতে ভুলে যাওয়া কারণ: শুধু সব সংখ্যা যোগ করে গড় ধরে নেওয়া। উদাহরণ: সংখ্যা: ৪, ৬, ৮ শিক্ষার্থীর হিসাব: $৪+৬+৮ = ১৮ \rightarrow$ উত্তর = ১৮ (ভুল)	শিক্ষার্থীদের মনে করানো: গড় = মোট যোগফল ÷ মোট সংখ্যা একটি ছোট ছন্দ শেখানো যেতে পারে: “সব সংখ্যা যোগ করো আগে, তারপরে ভাগ দেবে ভাগে।”
৩	সংখ্যা গণনায় ভুল সংখ্যায় ভাগ করা যেমন: ৯টি সংখ্যা থাকলে ৯ দিয়ে ভাগ না করে কিছু শিক্ষার্থী ৮ বা ১০ দিয়ে ভাগ করে ফেলে।	○ প্রথমে শিক্ষার্থীকে সংখ্যা গণনা করতে বলা। ○ সংখ্যা গণনার সময় আঙুল দিয়ে সংখ্যা স্পর্শ করতে বলা। অথবা, সংখ্যাগুলোকে বক্স বা বৃত্ত দিয়ে চিহ্নিত করতে বলা।
৪	ভাগ করার ভুল যেমন, সাধারণ/ মৌলিক ভাগ করার সময় শিক্ষার্থীরা ভুল করে থাকে-এজন্য গড়ও ভুল আসে।	○ গুণের নামতাগুলো ভালোভাবে আয়ত্ত্ব করাতে হবে। ○ ছোট ভাগগুলো মুখে মুখে প্র্যাকটিস করাতে হবে। ○ ভাগ করার নিয়ম শিখিয়ে দিতে হবে এবং শিক্ষার্থীদেরকে ভাগ করার নিয়ম বলতে বলা হবে।

গড় কী?

কতগুলো সমজাতীয় রাশি দেওয়া থাকলে রাশিগুলোর যোগফলকে রাশিগুলোর সংখ্যা দ্বারা ভাগ করলে যে ফল পাওয়া যায় তাকে রাশিগুলোর গড় বলে।

$$\text{অর্থাৎ, গড়} = \text{রাশিগুলোর যোগফল} \div \text{রাশির সংখ্যা}$$

অনুশীলন-

১. গড় নির্ণয় করুন:

ক) ৩, ৫, ৮, ৪, ২, ৫, ২

খ) ১৭, ১৬, ২০, ১৯, ১৫, ২৭

২. লিরা প্রতি সপ্তাহে শনিবার থেকে বৃহস্পতিবার পর্যন্ত প্রতিদিন কত ঘণ্টা পড়াশুনা করবে তার একটি তালিকা তৈরি করেছে। সে গড়ে প্রতিদিন কত ঘণ্টা করে পড়াশুনা করবে?

বার	শনিবার	রবিবার	সোমবার	মঙ্গলবার	বুধবার	বৃহস্পতিবার
ঘণ্টা	২.৫	২.৫	২	২	২.৫	৩.৫

৩. ১ ডজন আপেলের মধ্যে থেকে ৪টির ওজন মেপে যথাক্রমে ১৩০ গ্রাম, ১৩৩ গ্রাম, ১২৭ গ্রাম ও ১২০ গ্রাম পাওয়া গেল।

ক) আপেল ৪টির গড় ওজন কত?

খ) গড় ওজনের ভিত্তিতে ১ডজন আপেলের ওজন কত?

গড় নির্ণয়ের আর কী উপায় আছে? চিন্তা করি।

নিচের ছকে ৬ জন মানুষের উচ্চতা দেওয়া হলো।

নাম	রহিম	সেলিম	রুহুল	বশির	রেজা	আমিন
উচ্চতা (সে.মি)	১৬৫	১৬৮	১৬০	১৫৬	১৭০	১৪৭

উচ্চতাগুলোর গড়: $(১৬৫ + ১৬৮ + ১৬০ + ১৫৬ + ১৭০ + ১৪৭) \div ৬ = ১৬১$ সে.মি

গড় নির্ণয়ের আর কী উপায় আছে? চিন্তা করি।

যেহেতু প্রত্যেকের উচ্চতা ১৪৭ সে.মি এর চাইতে বেশি তাই ১৪৭ সে.মি ও অন্যান্য উচ্চতাগুলোর পার্থক্য নির্ণয় করি। পার্থক্যগুলো হলো ১৮, ২১, ১৩, ৯, ২৩ ও ০।

এখন পার্থক্যগুলোর গড়, $(১৮ + ২১ + ১৩ + ৯ + ২৩ + ০) \div ৬ = ৮৪ \div ৬ = ১৪$

এখন ১৪৭ এর সাথে ১৪ যোগ করলে ৬ জন শিক্ষার্থীর গড় উচ্চতা পাওয়া যাবে।

সুতরাং ৬ জনের গড় উচ্চতা, $১৪৭ + ১৪ = ১৬১$

অনুশীলনী

১. গড় নির্ণয় করুন:

ক) ৩৮, ৩৪, ৩২, ৪১, ৩০, ৩৫, ৩৩, ৩৭

খ) ৭৫৬, ৭৫৮, ৭৪৬, ৭৫৪, ৭৬০, ৭৫৫

২. রফিক ও রুনার বাংলা, ইংরেজি, গণিত, বিজ্ঞান এবং বাংলাদেশ ও বিশ্বপরিচয় বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হলো। প্রত্যেকের গড় নম্বর নির্ণয় কর এবং দুইজনের মধ্যে কে বেশি নম্বর পেয়েছে?

	বাংলা	গণিত	ইংরেজি	বিজ্ঞান	বাংলাদেশ ও বিশ্বপরিচয়
রফিক	৭৮	৯৬	৬৮	৮৮	৭৮
রুনা	৮২	৮৪	৮০	৮২	৮২

৩. গাণিতিক সমস্যা তৈরি করুন;

ক) ৪১, ৩০, ৩৫, ৩৩, ৩৭, ৩৪

খ) ৩৮, ৩৪, ৩২, ৪১, ৩০, ৬, ০

শতকরা সম্পর্কিত মৌলিক তথ্য

শতকরা ধারণা প্রশিক্ষার্থীর পঞ্চম শ্রেণিতে শুরু হয়। কিন্তু এই ধারণার ভিত্তি শুরু হয় ভগ্নাংশ শেখার শুরু থেকে। পঞ্চম শ্রেণির আগে শতকরার সঙ্গে পরিচয় ঘটে না। তবে ভগ্নাংশ শেখার প্রক্রিয়াগুলোই তাদের শতকরা ধারণায় রূপান্তরিত হতে পারে। সাধারণ ভগ্নাংশ, দশমিক ভগ্নাংশ আর শতকরার পারস্পরিক রূপান্তর এবং ধারণাগত সংযোগ অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ। শিক্ষককে সচেতনভাবে প্রশিক্ষার্থীর মাঝে এই অভিজ্ঞতা গড়ে তুলতে হবে। প্রশিক্ষার্থীদের শতকরা এমনভাবে পরিচয় করে দিতে হবে যে- , সাধারণ ভগ্নাংশ, দশমিক ভগ্নাংশ আর শতকরা হলো অনুপাত, তুলনা বা অংশ প্রকাশের ভিন্ন ভিন্ন রূপ। কিন্তু শিক্ষক এই ধারণা দিতে না পারলে ভগ্নাংশের ধারণা শতকরায় রূপান্তর আর শতকরার উপলব্ধি ব্যাহত হবে। প্রকৃতপক্ষে প্রশিক্ষার্থীদের যে কোনো নতুন ধারণা দিতে তার পূর্ব ধারণা বা অভিজ্ঞতার সঙ্গে সংযোগ তৈরি শিক্ষার প্রতিষ্ঠিত ও প্রমাণিত উপায়। নতুন শব্দ শতকরাকে প্রশিক্ষার্থীদের মাঝে পরিচয় করতে শব্দকে ভেঙে বলা যেতে পারে। ‘শত’ ‘করা’- শত আগে থেকেই তাদের কাছে পরিচিত। ‘শত’ এর সঙ্গে ‘করা’ যুক্ত হয়ে প্রকাশ করে ‘প্রতি শতে’।

১. শতকরাকে অন্যভাবে বলা যায় শতভাগের মধ্যে এবং এটা সাধারণ ভগ্নাংশ বা দশমিক ভগ্নাংশের মতোই যেখানে অংশকে ভিন্ন ভাবে প্রকাশ করা হয়।
২. সাধারণ ভগ্নাংশ বা দশমিক ভগ্নাংশের থেকে শতকরার ভিন্নতা হলো এখানে অংশকে সবসময় ১০০ এর সঙ্গে তুলনা করা হয়।
৩. সহজভাবে বলা যায়, শতকরা এমন ভগ্নাংশ যেখানে হর বা অনুপাত সবসময় ১০০। সে কারণে শতকরাকে তুলনার উপায় হিসেবে ব্যবহার করা হয়। যেমন: বই কেনা সময় শতকরা ছাড়।

শতকরা পাঠের ক্ষেত্রে শিক্ষক যে বিষয়ে খেয়াল রাখবেন

- সাধারণ ভগ্নাংশ ও দশমিক ভগ্নাংশের সঙ্গে সংযোগ তৈরি
- শতকরাকে শতাংশ হিসেবে প্রকাশ ($\frac{৩}{৪} =$ তিন চতুর্থাংশ $= \frac{৭৫}{১০০} = ০.৭৫ = ৭৫\% = ৭৫$ শতাংশ); $\frac{২০}{১০০} = ২০\%$
- শতকরা পরিভাষা: ১%- অত্যন্ত ক্ষুদ্র অংশ, ৯৭%- প্রায় পুরোটায়, ৫০%- একেবারে অর্ধেক, ৪৮%- প্রায় অর্ধেক ইত্যাদি।

শতকরার দৃশ্যমান উপস্থাপনা ও উপলব্ধির জন্য ১০০ বর্গের ছক ব্যবহার খুব কার্যকর। এক্ষেত্রে তাকে বিভিন্ন সংখ্যক ঘর রঙ করে শতকরা অংশ বের করতে দেওয়া যেতে পারে।

শতকরা (percentage) বিষয়ে প্রাথমিক স্তরের শিক্ষার্থীদের সচরাচর সাধারণ ভুল, এবং তা সংশোধনের কৌশল

ক্রম	সচরাচর ভুলের ধরন	সংশোধনের কৌশল
১	শতকরাকে ভগ্নাংশ বা দশমিকে রূপান্তর করতে না পারা যেমন, অনেক শিক্ষার্থী বুঝতে পারে না যে, % অর্থ $\frac{\text{}}{১০০}$ অর্থাৎ, $২৫\% = ২৫ \times \frac{\text{}}{১০০} = ০.২৫$	○ শিক্ষার্থীদের মনে এই ধারণা পাকাপোক্ত করতে হবে যে % মানে “প্রতি ১০০-এ ১টি অর্থাৎ $\frac{\text{}}{১০০}$ ○ সুতরাং $৩৫\% = ৩৫ \times \frac{\text{}}{১০০} = ০.৩৫$ $৪০\% = ৪০ \times \frac{\text{}}{১০০} = ০.৪০$ একইভাবে, ১০%, ২০%, ২৫% ও ৫০%—এসব সহজ শতকরা দ্রুত হিসাব করতে অনুশীলন করানো।
২	শতকরাকে সরাসরি যোগ/বিয়োগ করে ফেলা যেমন: একটি বস্তুর দাম ২০% কমানো হলো, এবং পরে ২০% বাড়ানো হলো। অনেক শিক্ষার্থী এভাবে হিসাব করে, (১০০-	○ শিক্ষার্থীদের বোঝাতে হবে যে, শতকরা সবসময় বর্তমান মান/মূল্য/সংখ্যার ওপর হিসাব করতে হয়।

	২০) = ৮০, এবং ৮০ + ২০ = ১০০, অর্থাৎ পূর্বের মূল্য ভেবে নেয় - যা ভুল।	যেমন, ১০০ টাকা → ২০% কম = ৮০ টাকা এরপর ৮০টাকা → ২০% বৃদ্ধি = ৯৬ টাকা												
৩	"শতকরা কত বেড়েছে/কমেছে"-এই বিষয়টি ভুল বোঝা যেমন: ২০০ থেকে বেড়ে ২৫০; - অনেকে ভাবে ৫০% বেড়েছে, আসলে বেড়েছে ২৫%।	○ শতকরা বৃদ্ধি/হ্রাস হিসাবের নিয়ম, $\text{শতকরা বৃদ্ধি/হ্রাস} = \frac{\text{পরিবর্তন}}{\text{মূল সংখ্যা}} \times ১০০$ ○ প্রয়োজনে ছবি/গ্রিড/গ্রাফ ঐক্যে বৃদ্ধি/হ্রাসের পরিবর্তন শতকরায় দেখানো যায়।												
৪	'শতকরা হিসাব' আর 'শতকরা মান' বুঝতে ভুল করা; একই মনে করা যেমন: "৫০ এর ২০% কত?" এবং "৫০, ১০০ এর কত শতাংশ?"-দুটো এক মনে করা।	○ শতকরা মান ও শতকরা হিসাবের পার্থক্য পরিষ্কার করতে হবে; নিচের ছকের উদাহরণ দেয়া যেতে পারে- <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>ধরন</th> <th>প্রশ্ন</th> <th>নিয়ম</th> <th>হিসাব</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>শতকরা মান</td> <td>২০০ এর ২০% কত?</td> <td>সংখ্যার গুণ</td> <td>$২০০ \times ২০\% = ৪০$</td> </tr> <tr> <td>শতকরা হিসাব</td> <td>২০, ২০০ এর কত %?</td> <td>সংখ্যার ভাগ $\times ১০০$</td> <td>$\frac{২০}{২০০} \times ১০০ = ১০$</td> </tr> </tbody> </table>	ধরন	প্রশ্ন	নিয়ম	হিসাব	শতকরা মান	২০০ এর ২০% কত?	সংখ্যার গুণ	$২০০ \times ২০\% = ৪০$	শতকরা হিসাব	২০, ২০০ এর কত %?	সংখ্যার ভাগ $\times ১০০$	$\frac{২০}{২০০} \times ১০০ = ১০$
ধরন	প্রশ্ন	নিয়ম	হিসাব											
শতকরা মান	২০০ এর ২০% কত?	সংখ্যার গুণ	$২০০ \times ২০\% = ৪০$											
শতকরা হিসাব	২০, ২০০ এর কত %?	সংখ্যার ভাগ $\times ১০০$	$\frac{২০}{২০০} \times ১০০ = ১০$											
৫	শতকরার ধারণাকে কল্পনা/দৃশ্যমান (visualize) করতে না পারা যেমন, অনেক শিক্ষার্থী বাস্তব বস্তুর সাপেক্ষে শতকরার ধারণা মিলাতে পারে না	○ ছক কাগজ/গ্রিড/ছবি ঐক্যে শতকরার ধারণা পরিষ্কার করা ○ ৫ম শ্রেণির প্রাথমিক গণিত পুস্তকের 'শতকরা' অধ্যায়ের ৯১, ৯২ ও ৯৫ পৃষ্ঠায় বিভিন্ন গ্রিড রং করে এবং রং করা বার-এর হিসাব থেকে শতকরার ধারণা দেয়া হয়েছে। প্রয়োজনে দেখে নেওয়া যেতে পারে।												

- সাধারণ ভগ্নাংশ ও দশমিক ভগ্নাংশের সঙ্গে সংযোগ তৈরি
- শতকরাকে শতাংশ হিসেবে প্রকাশ (৩/৪ = তিন চতুর্থাংশ = ৭৫/১০০ = ০.৭৫ = ৭৫% = ৭৫ শতাংশ); ২০ শতাংশ = ২০%
- শতকরা পরিভাষা: ১%- অত্যন্ত ক্ষুদ্র অংশ, ৯৭%- প্রায় পুরোটায়, ৫০%- একেবারে অর্ধেক, ৪৮%- প্রায় অর্ধেক ইত্যাদি।
- শতকরার দৃশ্যমান উপস্থাপনা ও উপলব্ধির জন্য ১০০ বর্গের ব্যবহার খুব কার্যকর। এবং তাকে বিভিন্ন শতকরা হরের জন্য রং করে দেখানো বা করতে দেয়া

পরিমাপ

আমরা বস্তুজগতে (Physical World) পরিমাপের সাথে পরিচিত এবং প্রায় সবাই দৈনন্দিন জীবনে পরিমাপের ব্যবহার করে থাকি। প্রাত্যহিক জীবনে অনেক ক্ষেত্রেই পরিমাপের প্রয়োজন। যেমন, কেনা-কাটা, কৃষিকাজ, যোগাযোগ, আমদানি-রপ্তানি, ব্যবসা-বাণিজ্য, ঘর-বাড়ি নির্মাণ, পোশাক প্রস্তুত ইত্যাদি। পরিমাপের একক একটি আদর্শমান। বিভিন্ন প্রকার বস্তু/রাশি পরিমাপ করার পদ্ধতি ও আদর্শ ভিন্ন ভিন্ন হয়ে থাকে।

দৈর্ঘ্য পরিমাপ

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর চিন্তা করি;

- পরিমাপের একক কি?
- কোন বস্তুর পরিমাপে এই একক আমাদের কিভাবে সাহায্য করে?

এই প্রশ্নগুলোর উত্তর খুঁজতে পরিমাপের একক, পরিমাপের বিভিন্ন পদ্ধতি এবং দৈর্ঘ্য পরিমাপ সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা থাকা প্রয়োজন। তাই প্রথমে পরিমাপের একক নিয়ে কিছু আলোচনা করা যাক।

প্রশ্ন: পরিমাপের একক কি?

আমরা বাজার করতে গিয়ে বলি ৫ কিলোগ্রাম বা কেজি আলু, ২ কেজি পিঁয়াজ, ২ কেজি সবজি দিন অথবা জামাকাপড় কিনতে গিয়ে বলি ৫ গজ বা ২ মিটার কাপড় দিন ইত্যাদি। এগুলো কেনা-কাটার ক্ষেত্রে আমরা কেজি, মিটার অথবা গজ— এর সাথে তুলনা করি। এই কেজি, মিটার অথবা গজ হলো একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ, যার সঙ্গে তুলনা করে জিনিসপত্রগুলো কিনতে হয়। সুতরাং এ নির্দিষ্ট পরিমাণগুলো হলো পরিমাপের একক।

প্রশ্ন: পরিমাপের একককে প্রকাশ করতে কি কি প্রয়োজন?

পরিমাপের একককে প্রকাশ করতে সংখ্যা ও একক প্রয়োজন। যেমন, ‘২ মিটার’ এর ক্ষেত্রে ২ সংখ্যা এবং মিটার একক।

প্রশ্ন: কোন বস্তুর পরিমাপে এই একক আমাদের কিভাবে সাহায্য করে?

নির্ধারিত একক সাপেক্ষে প্রত্যেক বস্তুর পরিমাপ করা হয়। অর্থাৎ যে কোন বস্তুর পরিমাপের জন্য একই জাতীয় নির্দিষ্ট পরিমাপের একটি রাশিকে একক হিসেবে ধরে নেয়া হয়। ধরা যাক, বলা হলো গাছটি ২ মিটার লম্বা। তখন বুঝতে হবে যে মিটার একটি নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্য, যাকে একক হিসেবে ধরা হয়েছে এবং এর তুলনায় গাছটি ২ গুণ লম্বা।

দৈর্ঘ্য পরিমাপ এবং এর একক

বস্তুজগতে পরিমাণ এবং তুলনার জন্য পরিমাপ প্রয়োজন। পরিমাপের জন্য একই জাতীয় বস্তু বা রাশিটির একটি আদর্শ অংশকে একক ধরা হয়।

সচরাচর আমরা বলে থাকি, ছেলেটির উচ্চতা ১.৫ মিটার। এখানে ১ মিটারের সাথে তুলনা করে তার উচ্চতা বের করা হয়েছে। মিটার উচ্চতা পরিমাপের একক এবং ১.৫ হলো উচ্চতার পরিমাণ। মিটার হলো একটি নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্য যাকে একক হিসেবে ধরা হয়েছে এবং যার তুলনায় ছেলেটির উচ্চতা ১.৫ মিটার।

কোন কিছু পরিমাপ করতে একটি একই ধরনের মাপের আদর্শ প্রয়োজন, যার সাথে সমস্ত বস্তু বা রাশির তুলনা করা হয়। এ আদর্শ পরিমাপকে ঐ জাতীয় মাপের একক বলা হয়। অর্থাৎ যে কোন রাশির পরিমাপকে একই জাতীয় নির্দিষ্ট পরিমাপের একটি বস্তু বা রাশির একক হিসেবে ধরা হয়।

পরিমাপের এককসমূহ

- দৈর্ঘ্য পরিমাপের একক: মিটার
 - ভর বা ওজন পরিমাপের একক: কিলোগ্রাম বা কেজি
- এখানে উল্লেখ্য যে, দৈর্ঘ্য পরিমাপের এসআই পদ্ধতি এবং মেট্রিক্স পদ্ধতি একই।

দশমিক সংখ্যা পদ্ধতি এবং এসআই পদ্ধতিতে ব্যবহৃত বিভিন্ন পরিমাপের এককগুলোর পারস্পরিক সম্পর্ক নিম্নরূপ

দশমিক সংখ্যা পদ্ধতি	সহস্র	শতক	দশক	একক	দশমাংশ	শতাংশ	সহস্রাংশ
দৈর্ঘ্য পরিমাপের একক	কিলোমিটার	হেক্টোমিটার	ডেকামিটার	মিটার	ডেসিমিটার	সেন্টিমিটার	মিলিমিটার
ওজন পরিমাপের একক	কিলোগ্রাম	হেক্টোগ্রাম	ডেকাগ্রাম	গ্রাম	ডেসিগ্রাম	সেন্টিগ্রাম	মিলিগ্রাম
তরল পদার্থ পরিমাপের একক	কিলোলিটার	হেক্টোলিটার	ডেকালিটার	লিটার	ডেসিলিটার	সেন্টিলিটার	মিলিলিটার
ভূমি পরিমাপের একক		হেক্টর		এয়র		সেন্টিয়র	

উল্লিখিত এককগুলোর মধ্যে অনেক একক আমাদের দৈনন্দিন জীবনে সচরাচর ব্যবহার করি না। যেমন-হেক্টো, ডেকা, ডেসিমিটার প্রভৃতি। বরং আমরা ১০০ মিটার, ১০ মিটার এবং ০.১ মিটার, ০.০৫ মিটার এবং কিলোগ্রাম, গ্রাম ব্যবহার করে থাকি। তাই এ সব উপ-একক সম্পর্কে আমাদের স্পষ্ট ধারণা থাকা আবশ্যিক।

দৈর্ঘ্য পরিমাপের এককবলির রূপান্তর

সমস্যা: ১২৫ সেন্টিমিটার ও ৫ মিলিমিটারকে মিটারে প্রকাশ করতে হবে।

দ্রষ্টব্য: প্রথমে ১২৫ সেন্টিমিটার ও ৫ মিলিমিটারকে মিটারে প্রকাশ করুন ও পরে যোগফল নির্ণয় করুন।

সমাধান: ১২৫ সেন্টিমিটার

$$\frac{১২৫}{১০০} \text{ মিটার [যেহেতু, } ১০০ \text{ সেন্টিমিটার} = ১ \text{ মিটার]}$$

$$= ১.২৫ \text{ মিটার}$$

৫ মিলিমিটার

$$= \frac{৫}{১০০০} \text{ মিটার [যেহেতু, } ১০০০ \text{ মিলিমিটার} = ১ \text{ মিটার]}$$

$$= ০.০০৫ \text{ মিটার}$$

$$\therefore ১২৫ \text{ সেন্টিমিটার ও } ৫ \text{ মিলিমিটার}$$

$$= ১.২৫ \text{ মিটার} + ০.০০৫ \text{ মিটার}$$

$$= ১.২৫৫ \text{ মিটার}$$

উত্তর: ১.২৫৫ মিটার

কর্মপত্র: শ্রেণিকক্ষের যে কোন একটি বেঞ্চ, চকবোর্ড ও টেবিলের দৈর্ঘ্য পরিমাপ করুন এবং মিটারে প্রকাশ করুন।

বিষয়বস্তু	দৈর্ঘ্য	দৈর্ঘ্য
বেঞ্চ	-- মি. -- সে.মি..	-- মিটার
চকবোর্ড	-- মি. -- সে.মি..	-- মিটার
টেবিল	-- মি. -- সে.মি..	-- মিটার

দৈর্ঘ্য

(ক)

কি.মি.	হে.মি.	ডেকা.মি.	মি.
১৪	৮	৭	৪
২২	৬	০	৮
৯	০	৯	৬
(+) ৩৫	৯	৫	৩
৮২	৫	৩	১

পরিমাপের যোগ ও বিয়োগ

খ)

কি.মি.	হে.মি.	ডেকা.মি.	মি.
২৫	৪	৮	২
(-) ১৬	৯	৬	৭
৮	৫	১	৫

উত্তর: ৮ কি.মি. ৫ হে.মি. ১ ডেকামি. ৫ মি. বা ৮৫১৫ মি.

উত্তর: ৮২ কি.মি. ৫ হে.মি ৩ ডেকামি. ১ মি. বা ৮২৫৩১ মিটার

দৈর্ঘ্য-পরিমাপের গুণ ও ভাগ

সমস্যা: ৬ কি.মি. ৮ হে.মি. ৫ মিটারকে ৮ দিয়ে গুণ করুন।

সমাধান: প্রদত্ত দৈর্ঘ্য কে মিটারে রূপান্তর করে গুণ করতে হবে।

$$\therefore ৬ \text{ কি.মি. } ৮ \text{ হে.মি. } ৫ \text{ মিটার } \times ৮$$

$$= ৬৮০৫ \text{ মিটার } \times ৮$$

$$= (৬৮০৫ \times ৮) \text{ মিটার}$$

$$= ৫৪৪৪০ \text{ মিটার অথবা } ৫৪ \text{ কি.মি. } ৪ \text{ হে.মি. } ৪ \text{ ডেকামি. উত্তর: } ৫৪ \text{ কি.মি. } ৪ \text{ হে.মি. } ৪ \text{ ডেকামি.}$$

সমস্যা: ২৮ কি.মি. ৯ হে.মি. ৩ ডেকা.মি. ২ মিটারকে ৯ দিয়ে ভাগ করুন।

সমাধান: প্রদত্ত দৈর্ঘ্যকে মিটারে রূপান্তর করে ভাগ করতে হবে।

$$২৮ \text{ কি.মি. } ৯ \text{ হে.মি. } ৬ \text{ ডেকা.মি. } ২ \text{ মিটার}$$

$$= ২৮৯৬২ \text{ মিটার}$$

$$\therefore ২৮৯৬২ \text{ মিটার } / ৯ = ৩২১৮ \text{ মিটার}$$

উত্তর: ৩২১৮ মিটার অথবা ৩ কি.মি. ২ হে.মি. ১ ডেকামিটার ৮ মিটার।

ওজন পরিমাপ এবং এর একক

আমরা আগের পাঠে জেনেছি যে, পরিমাপের জন্য একই জাতীয় বস্তু বা রাশি একটি আদর্শ অংশকে একক ধরা হয়। সচরাচর আমরা বলে থাকি, মেয়েটির ওজন ৫৫ কেজি। এখানে ১ কেজির সাথে তুলনা করে মেয়েটির ওজন বের করা হয়েছে। কেজি হলো পরিমাপের একক এবং ৫৫ হলো যথাক্রমে ওজনের পরিমাণ।

এখানে কেজি হলো একটি নির্দিষ্ট ওজন, যাকে একক হিসেবে ধরা হয়েছে এবং যার তুলনায় মেয়েটির ওজন ৫৫ কেজি।

প্রশ্ন: কিসের কারণে একটি বস্তু অপর বস্তু অপেক্ষা হালকা বা ভারি?

যে কোন দুটি বস্তু নিয়ে একটি দাঁড়িপাল্লা (Balance beam) অথবা ওজন যন্ত্রের এক পাত্রে একটি বস্তু রাখি এবং অন্য পাত্রে অন্যবস্তুটি রাখি। দেখা যাবে, যে পাত্রে বস্তু ভারি সেই দিকের দড়ি বা দণ্ড (beam) নিচের দিকে ঝুলে আছে এবং অন্য দিকের দাঁড়ি উপরের দিকে উঠে আছে। নিচের দিকে ঝুলে থাকা পাত্রটির বস্তু উপরের দিকে উঠে আসা অংশের বস্তু অপেক্ষা ভারি। আড়াআড়ি দণ্ডটি দুইদিকে অনুভূমিক বা ভূমির সমান্তরাল অবস্থানে থাকলে বুঝতে হবে বস্তু দুটির ভার(ওজন) সমান।



দাঁড়িপাল্লার সাহায্যে বুঝতে পারলাম ওজনের কারণে একটি বস্তু অপর বস্তু অপেক্ষা হালকা বা ভারি। আমরা নিত্য প্রয়োজনীয় জিনিসপত্র কিনতে বাজারে গিয়ে দোকানদারকে বলি, আমাকে ২ কেজি আলু এবং ১ কেজি পটল দিন। এখানে ২ কেজি এবং ১ কেজি হলো বস্তু দুটির ওজন। এভাবে আমরা বিভিন্ন বস্তু কেনা ও বিক্রি করার জন্য ওজন পরিমাপ করে থাকি।

প্রশ্ন: ওজন পরিমাপের জন্য কোন পদ্ধতি ব্যবহার করা হয়?

আমরা ওজন পরিমাপের জন্য এসআই পদ্ধতি বা মেট্রিক পদ্ধতি ব্যবহার করে থাকি।

ওজন পরিমাপের মেট্রিক এককাবলি

১ মেট্রিক টন = ১০ কুইন্টাল বা ১০০০ কেজি

১ কুইন্টাল = ১০০ কিলোগ্রাম

১ হেক্টোগ্রাম = ১০০ গ্রাম

১ ডেসিগ্রাম = ০.১ গ্রাম বা $\frac{১}{১০}$ গ্রাম

১ সেন্টিগ্রাম = ০.০১ গ্রাম বা $\frac{১}{১০০}$ গ্রাম

১ মিলিগ্রাম = ০.০০১ গ্রাম বা $\frac{১}{১০০০}$ গ্রাম

ওজন পরিমাপের যোগ ও বিয়োগ

কিলোগ্রাম	হেক্টোগ্রাম	ডেকাগ্রাম	গ্রাম
১২	৫	৮	৩
২০	৬	৯	৭
৮	৪	২	৩

(+) ২৫	৮	৬	৯
৬৭	৫	৭	২

কিলোগ্রাম	হেক্টোগ্রাম	ডেকাগ্রাম	গ্রাম
৬৫	৮	৩	৫
(-) ৩৭	৪	৬	৮
২৮	৩	৬	৭

উত্তর: ২৮ কিলোগ্রাম ৩ হেক্টোগ্রাম ৬ ডেকাগ্রাম ৭ গ্রাম।

উত্তর: ৬৭ কিলোগ্রাম ৫ হেক্টোগ্রাম ৭ ডেকাগ্রাম ২ গ্রাম

ওজন পরিমাপের গুণ

সমস্যা: ১০ কিলোগ্রাম ৫ হেক্টোগ্রাম ৪ ডেকাগ্রাম ৫ গ্রামকে ৭ দিয়ে গুণ করুন।

সমাধান: প্রদত্ত ওজনকে গ্রামে রূপান্তর করি-

$$\begin{aligned} ১০ \text{ কিলোগ্রাম} &= (১০ \times ১০০০) \text{ গ্রাম} \\ &= ১০০০০ \text{ গ্রাম} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ৫ \text{ হেক্টোগ্রাম} &= (৫ \times ১০০) \text{ গ্রাম} \\ &= ৫০০ \text{ গ্রাম} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ৪ \text{ ডেকাগ্রাম} &= (৪ \times ১০) \text{ গ্রাম} \\ &= ৪০ \text{ গ্রাম} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ১০ \text{ কিলোগ্রাম } ৫ \text{ হেক্টোগ্রাম } ৩ \text{ ডেকাগ্রাম } ৫ \text{ গ্রাম} \\ &= (১০০০০ + ৫০০ + ৪০ + ৫) \text{ গ্রাম} \\ &= ১০৫৪৫ \text{ গ্রাম} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore ১০ \text{ কিলোগ্রাম } ৫ \text{ হেক্টোগ্রাম } ৪ \text{ ডেকাগ্রাম } ৫ \text{ গ্রাম} \times ৭ \\ &= (১০৫৪৫ \times ৭) \text{ গ্রাম} \\ &= ৭৩৮১৫ \text{ গ্রাম} \\ &\text{বা } ৭৩ \text{ কিলোগ্রাম } ৮ \text{ হেক্টোগ্রাম } ১ \text{ ডেকাগ্রাম } ৫ \text{ গ্রাম} \end{aligned}$$

ওজন পরিমাপের ভাগ

সমস্যা: ৬৯ কিলোগ্রাম ৯ হেক্টোগ্রাম ৬ ডেকাগ্রাম ৮ গ্রামকে ৮ দিয়ে ভাগ করুন।

একইভাবে প্রদত্ত ওজনকে গ্রামে রূপান্তর করে সমস্যাটির সমাধান করুন।

তরল পদার্থের আয়তন



লিটার (লি)	ডেসিলিটার (ডেলি)	মিলিলিটার (মিলি)
১ লি =	১০ ডেলি =	১০০০ মিলি
	১ ডেলি =	১০০ মিলি

[তরল পদার্থের ক্ষুদ্রতর পরিমাণ পরিমাপের জন্য আমরা 'লিটার (লি.)', 'ডেসিলিটার (ডেলি.)' এবং 'মিলিলিটার (মিলি)' ব্যবহার করি।]

সজল ১ লিটার দুধ কিনে তা থেকে ৩০০ মিলি পান করলো। সজলের কাছে আর কতটুকু দুধ অবশিষ্ট রয়েছে তা বন্ধুদের সাথে আলোচনা করি।

১লি. = ১০০০ মিলি
অতএব,
 $১০০০ - ৩০০ = ৭০০$
অবশিষ্ট : ৭০০ মিলি.

৩০০ মিলি = ০.৩ লি.
অতএব,
 $১ - ০.৩ = ০.৭$
অবশিষ্ট : ০.৭ লি.

দুইটি পদ্ধতিই সঠিক।

২৫০ মিলি মাপের বোতল দিয়ে ১ লিটার ৭৫০ মিলি দুধ মাপতে কত বোতল দুধ লাগবে?

১ লিটার = ১০০০ মিলি
৭৫০ মিলি = ৭৫০ মিলি

∴ ১ লিটার ৭৫০ মিলি = ১৭৫০ মিলি

২৫০ মিলি মাপের বোতল দিয়ে দুধ লাগবে $(১৭৫০ \div ২৫০) = ৭$ বোতল

∴ ৭ বোতল দুধ লাগবে।

সময়

শবনম প্রতিদিন ৩০ মিনিট ব্যায়াম করে, ৪৫ মিনিট ছবি আঁকে এবং ১ ঘণ্টা ৪৫ মিনিট পড়ালেখা করে। তার তিনটি কাজ করতে মোট কত সেকেণ্ড সময় লাগবে?

- মোট সময় বের করতে প্রথমে তিনটি কাজের সময় যোগ করতে হবে।
- তারপর সময়কে সেকেণ্ডে রূপান্তর করতে হবে।
- চলো, আমরা সময়ের এককসমূহের মধ্যকার সম্পর্ক পুনরালোচনা করি।
-



বছর	মাস	সপ্তাহ	দিন	ঘণ্টা	মিনিট	সেকেন্ড
১ বছর	↔ ১২ মাস					
	১ মাস	↔ ৪ সপ্তাহ (অথবা, ৪ সপ্তাহ এবং ২ বা ৩ দিন)				
		১ সপ্তাহ	↔ ৭ দিন			
			১ দিন	↔ ২৪ ঘণ্টা		
				১ ঘণ্টা	↔ ৬০ মিনিট	
					১ মিনিট	↔ ৬০ সেকেন্ড

১. ১ ঘণ্টা, ১ দিন ও ১ সপ্তাহকে সেকেন্ডে প্রকাশ কর।

(১) ১ ঘণ্টা = ৬০ মিনিট = ৬০×৬০ সেকেন্ড = ৩৬০০ সেকেন্ড (১ মিনিট = ৬০ সেকেন্ড)

(২) ১ দিন = ২৪ ঘণ্টা = ২৪×৩৬০০ সেকেন্ড = ৮৬৪০০ সেকেন্ড (১ ঘণ্টা = ৩৬০০ সে)

(৩) ১ সপ্তাহ = ৭ দিন = ৭×৮৬৪০০ সেকেন্ড = ৬০৪৮০০ সেকেন্ড (১ দিন = ৮৬৪০০ সে)

একদিনে সাফিন ২ ঘণ্টা ০৫ মিনিট ৫৮ সেকেন্ড এবং স্নেহা ১ ঘণ্টা ১৪ মিনিট ৩৫ সেকেন্ড পড়ে। তারা দুইজনে মোট কত সময় পড়েছে ?

	ঘণ্টা	মিনিট	সেকেন্ড
	২	০৫ ^{+১}	৫৮
+	১	১৪	৩৫
	৩	২০	৩৩

[সেকেন্ড]

$৫৮ + ৩৫ = ৯৩$ সেকেন্ড, এবং $৯৩ = ৬০ + ৩৩$
সুতরাং ৬০ সেকেন্ড = ১ মিনিট হাতে রয়েছে।

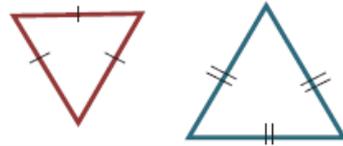
[মিনিট] $৫ + ১৪ + ১ = ২০$

[ঘণ্টা] $২ + ১ = ৩$

মোট সময় : ৩ ঘণ্টা ২০ মিনিট ৩৩ সেকেন্ড

ত্রিভুজের প্রকারভেদ: বাহুভেদে ও কোণভেদে

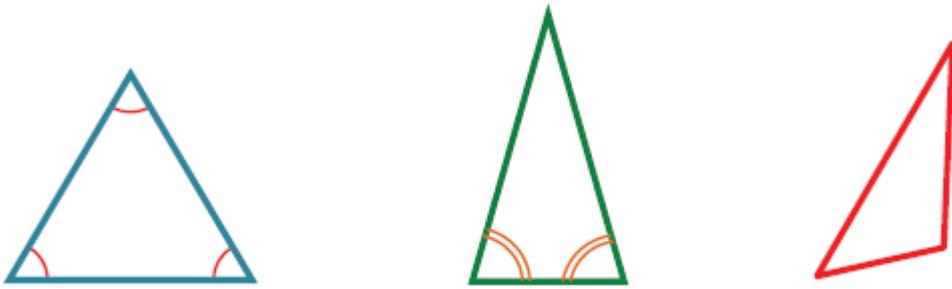
ত্রিভুজের বাহু তার বৈশিষ্ট্য প্রকাশ করে। যেমন : কখনো কোনো ত্রিভুজের তিনটি বাহুই সমান, কখনো কোনো ত্রিভুজের দুইটি বাহু সমান, কখনো কোনো ত্রিভুজের তিনটিই বাহুই পরস্পর অসমান। তাই ত্রিভুজের কয়টি বাহু সমান তার উপর ভিত্তি করে ত্রিভুজকে তিনটি সুনির্দিষ্ট নাম দেয়া হয়েছে -যা নিচের ছকে উপস্থাপন করা হলো :

তিনটি সমান বাহু		সমবাহু ত্রিভুজ
দুইটি সমান বাহু		সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ
তিনটিই অসমান বাহু		বিষমবাহু ত্রিভুজ

প্রশ্ন : শুধু কি বাহুই ত্রিভুজের বৈশিষ্ট্য প্রকাশ করে ? অন্য আর কি ত্রিভুজের বৈশিষ্ট্য প্রকাশ করতে পারে?

শুধু বাহু নয়- কোণও ত্রিভুজের বৈশিষ্ট্য প্রকাশ করে। সমবাহু ত্রিভুজের তিনটি কোণই সমান এবং এরা প্রত্যেকে 60° , সমদ্বিবাহু ত্রিভুজে দুটি সমান কোণ রয়েছে এবং বিষমবাহু ত্রিভুজের কোন কোণই সমান নয়- এই ধারণাগুলো

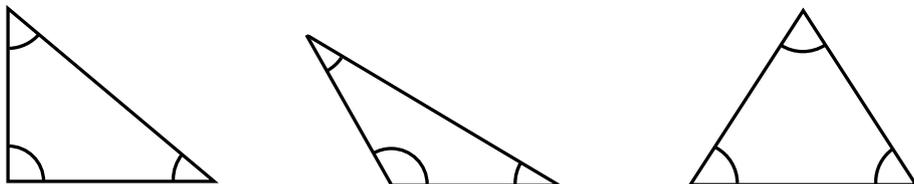
চিত্র-২ এ উপস্থাপন করা হলো-



চিত্র-২

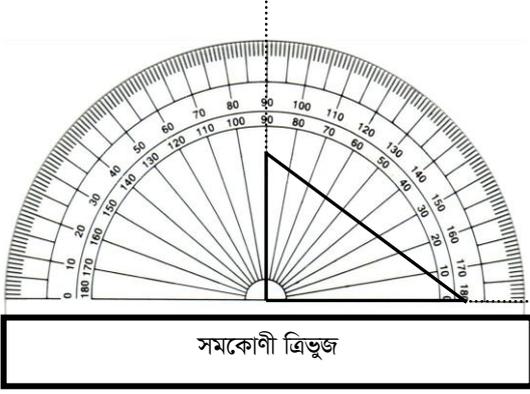
প্রশ্ন: নিচের ত্রিভুজ ৩টির কোণগুলোর মধ্যে কী কী ধরনের ভিন্নতা রয়েছে?

- ত্রিভুজ ৩টির মধ্যে কোনোটির একটি কোণ 90° এর সমান বলে মনে হচ্ছে ?
- ত্রিভুজ ৩টির মধ্যে কোনোটির সবগুলো কোণই 90° এর চেয়ে ছোট বলে মনে হচ্ছে ?
- ত্রিভুজ ৩টির মধ্যে কোনোটির একটি কোণ 90° এর চেয়ে বড় বলে মনে হচ্ছে ?



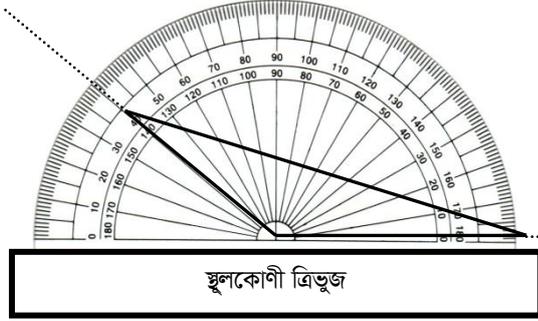
কোণভেদে ত্রিভুজের প্রকারভেদ

কোণের ভিত্তিতেও ত্রিভুজ কয়েক ধরনের হয়। যে ত্রিভুজের একটি কোণ 90° এর সমান তা সমকোণী ত্রিভুজ। যে ত্রিভুজের একটি কোণের পরিমাপ 90° এর থেকে বড় তা স্থূলকোণী ত্রিভুজ এবং যে ত্রিভুজের প্রত্যেকটি কোণের পরিমাপ 90° এর ছোট, তা সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ।



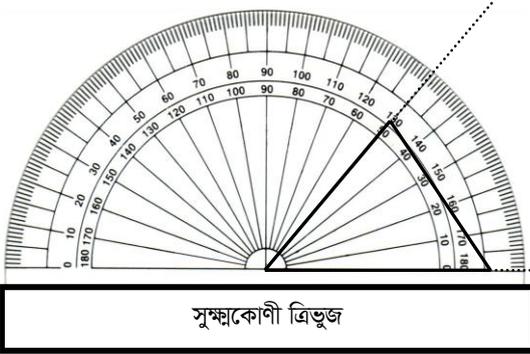
সমকোণী ত্রিভুজ

যে ত্রিভুজের একটি কোণ সমকোণ বা একটি কোণের পরিমাপ 90° এর সমান, তাকে সমকোণী ত্রিভুজ বলে।



স্থূলকোণী ত্রিভুজ

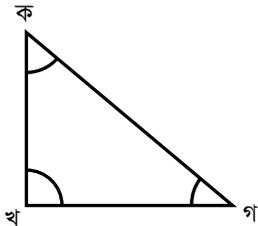
যে ত্রিভুজের একটি কোণ স্থূল কোণ অর্থাৎ 90° এর বড়, তাকে স্থূলকোণী ত্রিভুজ বলে।



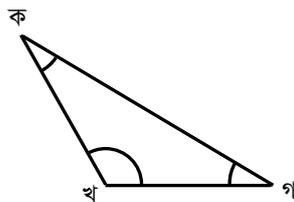
সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ

যে ত্রিভুজের প্রত্যেকটি কোণ সূক্ষ্মকোণ অর্থাৎ প্রত্যেকটি কোণের পরিমাপ 90° এর কম, তাকে সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ বলে।

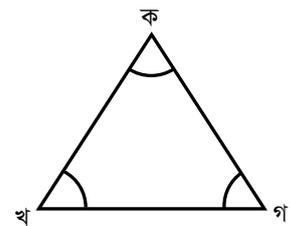
কর্মপত্র : চাঁদার সাহায্যে নিচের ত্রিভুজের কোণগুলো ও স্কেলের সাহায্যে ত্রিভুজের বাহুগুলো পরিমাপ করে নিচের ছক পূরণ করুন :



চিত্র নং চ



চিত্র নং ছ



চিত্র নং জ

চিত্র নম্বর	কোণগুলোর পরিমাণ	বাহুগুলোর পরিমাণ
চ	\angle ক = ডিগ্রি	কখ = সে.মি.
	\angle খ = ডিগ্রি	খগ = সে.মি.
	\angle গ = ডিগ্রি	গক = সে.মি.
ছ	\angle ক = ডিগ্রি	কখ = সে.মি.
	\angle খ = ডিগ্রি	খগ = সে.মি.
	\angle গ = ডিগ্রি	গক = সে.মি.
জ	\angle ক = ডিগ্রি	কখ = সে.মি.
	\angle খ = ডিগ্রি	খগ = সে.মি.
	\angle গ = ডিগ্রি	গক = সে.মি.

বাহুভেদে ত্রিভুজের প্রকারভেদ ও এদের বৈশিষ্ট্য ছক-২ এ উপস্থাপন করা হলো-

ছক-২ : বাহুভেদে ত্রিভুজের প্রকারভেদ ও এদের বৈশিষ্ট্য

ত্রিভুজের ধরন	বাহুভিত্তিক বৈশিষ্ট্য	কোণভিত্তিক বৈশিষ্ট্য
সমবাহু ত্রিভুজ	তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্যই সমান	তিনটি কোণই সমান এবং এরা প্রত্যেকে 60°
সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ	দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান	দুটি কোণ সমান
বিষমবাহু ত্রিভুজ	তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য পরস্পর অসমান।	কোন কোণই সমান নয়

বৃত্ত ও বৃত্তের বিভিন্ন অংশ

বৃত্ত কাকে বলে?

অনেক বস্তুর আকৃতি গোলাকার। যেমন: গাড়ির চাকা বা বাইসাইকেলের চাকা, চুড়ি, এক বা দুই টাকার মুদ্রা, চন্দ্র, সূর্য অথবা গ্লাসের মুখ ইত্যাদি। এরকম গোল আকৃতিকে বৃত্ত বলে। চিত্র: ক এ আমরা দেখেছি দুই টাকার একটা মুদ্রা কাগজে রেখে চারদিকে পেনসিল দিয়ে দাগ টানায় কাগজের বেশ কিছুটা ক্ষেত্র গোলাকার একটি বক্ররেখার দ্বারা আবদ্ধ হয়। যে বক্ররেখা দ্বারা ক্ষেত্রটি আবদ্ধ হয় সেটিই হলো বৃত্ত এবং এই আবদ্ধ তলটিকে বলা হয় বৃত্তক্ষেত্র।

বৃত্তের পরিধি

যে বক্ররেখা বৃত্তকে আবদ্ধ করে রাখে তাকে বলা হয় বৃত্তের পরিধি।

বৃত্তের কেন্দ্র

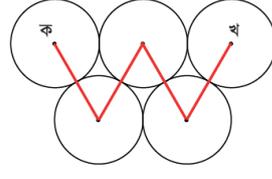
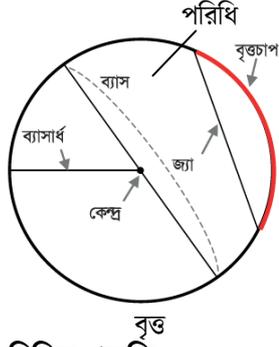
যে বিন্দুকে কেন্দ্র করে পেনসিল এবং স্কেলের সাহায্যে একটি বৃত্ত আঁকা যায় তাকে কেন্দ্র বলে।

কেন্দ্র থেকে বৃত্তের উপরের যেকোন বিন্দুর দৈর্ঘ্য সমান

চিত্র-খ এর মতো বৃত্তের পরিধির উপর বিভিন্ন জায়গায় কয়েকটি বিন্দু চ, ছ, জ এবং ঝ নিয়ে কখ, কগ, কঘ এবং কঙ রেখাংশগুলো ঐকে স্কেল দিয়ে মাপলে দেখা যাবে যে এই রেখাংশগুলোর দৈর্ঘ্য সমান। এইভাবে বৃত্তের পরিধির উপর আরও কয়েকটি বিন্দু নিয়ে রেখাংশ অঙ্কন করলে এদের দৈর্ঘ্যও সমান হবে। অর্থাৎ, বৃত্তের কেন্দ্র বিন্দু থেকে বৃত্তের পরিধির যে কোন বিন্দুর দূরত্ব সমান।

বৃত্তের ব্যাসার্ধ

বৃত্তের কেন্দ্র বিন্দু থেকে পরিধি পর্যন্ত যে দূরত্ব তাকে ব্যাসার্ধ বলে।



বৃত্ত অঙ্কনের বিভিন্ন পদ্ধতি

হাতের বালা, আংটি, চাকা, গ্লাস, পয়সা ইত্যাদি বস্তুগুলোকে ব্যবহার করে বৃত্ত অঙ্কন করা যায়। কিন্তু এভাবে আঁকা বৃত্তের আকৃতি নিজের ইচ্ছামতো বা মাপমতো হয় না। তাই সঠিকভাবে বৃত্ত আঁকার জন্য কম্পাস ব্যবহার করা হয়। জ্যামিতি বক্সের মধ্যে এ ধরনের কম্পাস থাকে। কম্পাসের দুইটি ধাতব দন্ডের একটির শেষ প্রান্ত অতি সরু কাঁটা যুক্ত এবং অপরটিতে পেন্সিল ঢুকিয়ে স্ক্রু দিয়ে পেন্সিল শক্ত করে আটকে রাখা হয়। তারপর সরু প্রান্তটি কাগজের উপর চেপে ধরে অপর প্রান্তে সংযুক্ত পেন্সিল কাগজের উপর চারদিকে ঘুরিয়ে আনলেই বৃত্ত আঁকা হয়। যেমনটি চিত্রে দেখানো হয়েছে। বোর্ডের উপর একটি কাগজে বোর্ডপিন, সুতা ও পেনসিলের সাহায্যেও বৃত্ত আঁকা যায়।



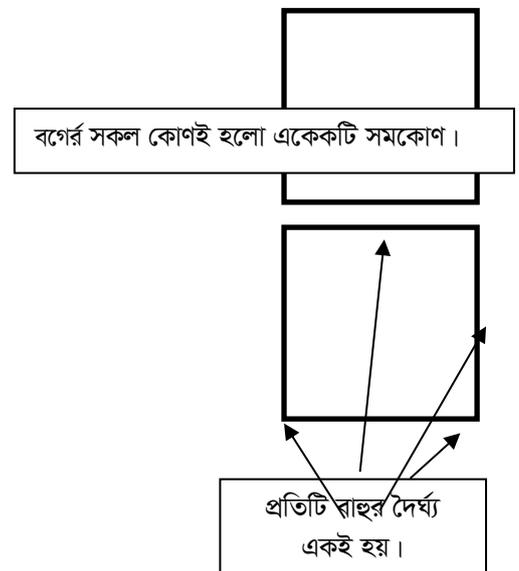
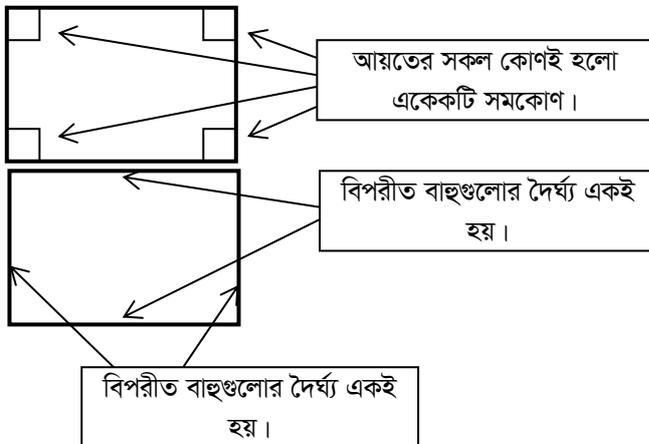
চতুর্ভুজের প্রকারভেদ

চতুর্ভুজের প্রকারভেদ-আয়ত ও বর্গ শনাক্তকরণ

চারটি বাহু বা রেখাংশ দ্বারা আবদ্ধ চিত্র হলো চতুর্ভুজ। চতুর্ভুজের বাহু ও কোণ তার বৈশিষ্ট্য প্রকাশ করে। যেমন : কখনো কোনো চতুর্ভুজের প্রত্যেকটি কোণ এক সমকোণ এবং প্রত্যেকটি বাহুও পরস্পর সমান। আবার কখনো কোনো চতুর্ভুজের প্রত্যেকটি কোণ এক সমকোণ-কিন্তু শুধুমাত্র বিপরীত বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য সমান। যে সব চতুর্ভুজের প্রত্যেকটি কোণ এক সমকোণ-তার সমান বাহুর উপর ভিত্তি করে চতুর্ভুজকে দুটি সুনির্দিষ্ট নাম দেয়া হয়েছে- আয়ত ও বর্গ-যা নিচের ছকে উপস্থাপন করা হলো।

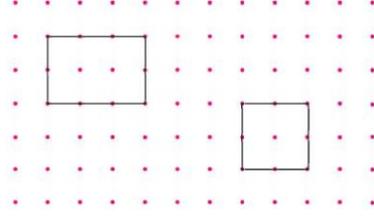
আয়ত	বর্গ
যে চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য সমান এবং প্রত্যেকটি কোণ এক সমকোণ তাকে আয়ত বলে।	যে চতুর্ভুজের প্রত্যেকটি বাহু পরস্পর সমান এবং প্রত্যেকটি কোণ এক সমকোণ তাকে বর্গ বলে।

আয়ত ও বর্গ শনাক্তকরণ সম্পর্কিত ধারণা নিচের চিত্রে উপস্থাপন করা হলো-



প্রশ্ন: ডট কাগজে আয়ত ও বর্গ কিভাবে অঙ্কন করা যায়?

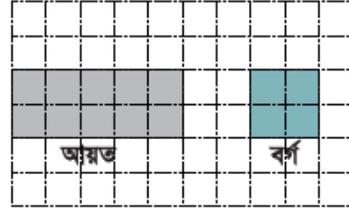
ডট কাগজে আয়ত ও বর্গের চিত্র অঙ্কনের পদ্ধতি নিচের চিত্রে উপস্থাপন করা হলো।



চতুর্ভুজের প্রকারভেদ- আয়ত ও বর্গের পার্থক্য চিহ্নিতকরণ

আমরা জানি যে, চারটি বাহু বা রেখাংশ দ্বারা আবদ্ধ চিত্রই হলো চতুর্ভুজ। চতুর্ভুজের বাহু ও কোণ তার বৈশিষ্ট্য প্রকাশ করে। যেমন : কখনো কোন চতুর্ভুজের প্রত্যেকটি কোণ এক সমকোণ এবং প্রত্যেকটি বাহুও পরস্পর সমান-যাকে বলা হয় বর্গ। আবার কখনো কোন চতুর্ভুজের প্রত্যেকটি কোণ এক সমকোণ-কিন্তু শুধুমাত্র বিপরীত বাহু জোড়া পরস্পর সমান ও সমান দূরত্বে অবস্থিত (অর্থাৎ, সামান্তরাল)-যাকে বলা হয় আয়ত। যে কোন বর্গ একটি আয়ত, যার বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য সমান। সুতরাং বলা যায়, প্রত্যেকটি বর্গই আয়ত, কিন্তু প্রত্যেকটি আয়ত বর্গ নয়। আয়ত দ্বারা সীমাবদ্ধ চতুর্ভুজ ক্ষেত্রকে আয়তক্ষেত্র এবং বর্গ দ্বারা সীমাবদ্ধ চতুর্ভুজ ক্ষেত্রকে বর্গক্ষেত্র বলা হয়।

৪টি সরলরেখা দ্বারা সীমাবদ্ধ আকৃতিকে চতুর্ভুজ বলে।
যে চতুর্ভুজের চারটি কোণই সমকোণ তাকে আয়ত বলে।
যে আয়তের চারটি বাহু সমান তাকে বর্গ বলে।



চতুর্ভুজের প্রকারভেদ- সামান্তরিক শনাক্তকরণ (আয়ত ও বর্গের সাথে পার্থক্য চিহ্নিতকরণ) এবং অঙ্কন

চতুর্ভুজগুলোকে আমরা বাহুর বৈশিষ্ট্য অনুযায়ী আলাদা আলাদা করে দলভুক্ত করতে পারি। নিচের চিত্রে সামান্তরাল রেখার ধারণা অনুসরণ করে এদেরকে দলে বিভক্ত করা হয়েছে।

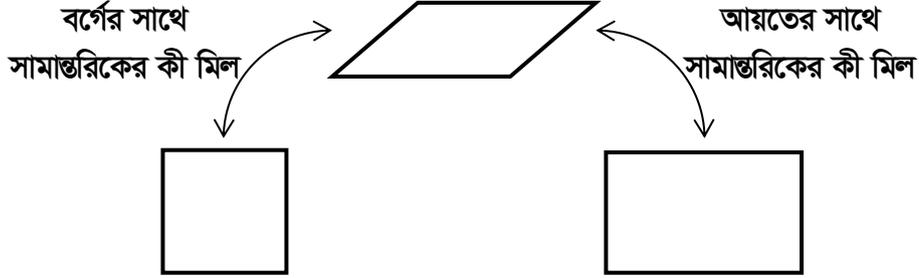


যে চতুর্ভুজের ২ জোড়া সামান্তরাল বাহু আছে তাকে সামান্তরিক বলে।
যে চতুর্ভুজের ১ জোড়া সামান্তরাল বাহু আছে তাকে ট্র্যাপিজিয়াম বলে।
যে চতুর্ভুজের (সামান্তরিক) চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান, তাকে রম্বস বলে।

সামান্তরিকের-

- বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান
- বিপরীত কোণগুলো পরস্পর সমান

প্রশ্ন:



মিলগুলো হলো-

- ✓ সবগুলোই চতুর্ভুজ।
- ✓ সবগুলো চিত্রেই ২জোড়া করে সমান্তরাল রেখা আছে।

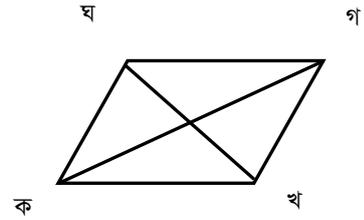
এজন্য বর্গ ও আয়ত হলো এক একটি সামান্তরিক।

চতুর্ভুজের কর্ণ

কোন চতুর্ভুজের বিপরীত শীর্ষবিন্দুর সংযোগকারী রেখাকে কর্ণ বলা হয়।

একটি চতুর্ভুজের দুইটি কর্ণ রয়েছে-কিন্তু ত্রিভুজের কোন কর্ণ নেই।

পাশের চিত্রে কগ এবং খঘ চতুর্ভুজটির দুটি কর্ণ।



কর্মপত্র: নিচের ছকে আয়ত, বর্গ, সামান্তরিক ও রম্বসের চিত্র এঁকে বৈশিষ্ট্যাবলি লিপিবদ্ধ করুন।

চতুর্ভুজের ধরন	চিত্র	বৈশিষ্ট্যাবলি
আয়ত		----- ----- -----
বর্গ		----- ----- -----
সামান্তরিক		----- ----- -----
ট্রাপিজিয়াম		----- ----- -----
রম্বস		----- ----- -----

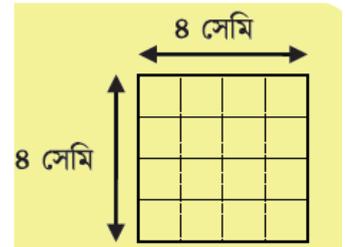
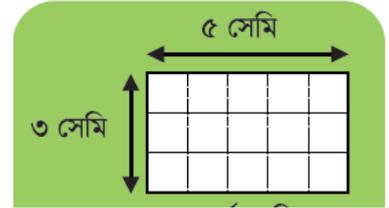
সহায়ক তথ্য ২২	অধিবেশন ২২: জ্যামিতিক আকৃতি (পাঠদান কৌশল ও অনুশীলন)
-------------------	---

প্রাথমিক গণিত পাঠ্যপুস্তক ও শিক্ষক সহায়িকা অনুসরণ করে দলভিত্তিক পাঠ উপস্থাপনের জন্য প্রশিক্ষণার্থীগণ প্রস্তুতি নিবেন এবং পাঠ উপস্থাপন করবেন (সিমুলেশন)। প্রতি দলের পাঠ উপস্থাপন শেষে সংশ্লিষ্ট ইনস্ট্রাক্টর প্রয়োজনীয় ফলাবর্তন আলোচনার মাধ্যমে পাঠের উন্নয়নে পরামর্শ দিবেন।

সহায়ক তথ্য-২৩	অধিবেশন-২৩: আয়ত ও বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়
----------------	--

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর চিন্তা করি;

- আয়তাকার ও বর্গাকার ক্ষেত্র বলতে কী বোঝায়?
- এখানে কে বেশি জায়গা দখল করেছে- অর্থাৎ কে বড়? আয়তক্ষেত্রটি নাকি বর্গক্ষেত্রটি?
- ক্ষেত্রটি যতটুকু জায়গা দখল করেছে - তাকে ক্ষেত্রটির কি বলা হয়?
- আয়তাকার বা বর্গাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল জানা বা বের করার কেন দরকার?
- এই আয়তক্ষেত্রটির মধ্যে ১ বর্গ সেন্টিমিটারের কতটি বর্গ আছে? তাহলে এর ক্ষেত্রফল কত? সুতরাং, এই আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল আমরা কিভাবে নির্ণয় করতে পারি?
- এই বর্গক্ষেত্রটির মধ্যে ১ বর্গ সেন্টিমিটারের কতটি বর্গ আছে? তাহলে এর ক্ষেত্রফল কত? সুতরাং এই বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল আমরা কিভাবে নির্ণয় করতে পারি?
- অর্থাৎ, আমরা কিভাবে আয়তাকার বা বর্গাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের হিসাব-নিকাশ করতে পারি?



উপরের অনুশীলনের কাজটি ভালো করে লক্ষ্য করলে এই সিদ্ধান্তে আসা যায় যে,

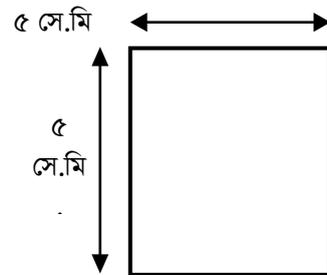
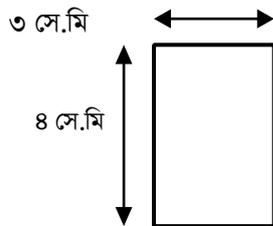
আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য \times প্রস্থ বর্গএকক

কিন্তু বর্গাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রে আমরা জানি যে, দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ সমান।

সুতরাং বর্গাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = বাহুর দৈর্ঘ্য \times বাহুর দৈর্ঘ্য

বা, বর্গাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = বাহুর দৈর্ঘ্য^২ বর্গএকক।

অনুশীলন: নিচের আয়ত ও বর্গ দুইটির ক্ষেত্রফল সূত্র ব্যবহার করে নির্ণয় করুন।



অনুশীলন: চিত্র এঁকে ও সূত্র প্রয়োগ করে এই সমস্যাগুলো সমাধান করুন।

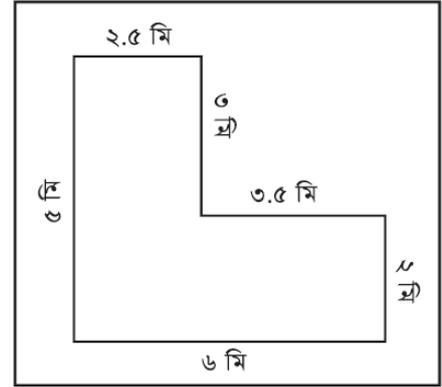
ক) একটি কক্ষের মেঝের দৈর্ঘ্য ৫.২ মিটার এবং প্রস্থ ৫ মিটার। কক্ষের পুরো ফ্লোর ঢেকে দিতে কী পরিমাণ কার্পেট লাগবে?

খ) একটি বর্গাকৃতি টেবিল-ম্যাটের একপার্শ্বের দৈর্ঘ্য ১ মিটার ২৫ সে.মি.। ম্যাটের ক্ষেত্রফল বের করুন।

গ) একটি কম্বলের দৈর্ঘ্য ২.৫ মিটার এবং প্রস্থ ১.৬ মিটার। কম্বলের ক্ষেত্রফল কত?

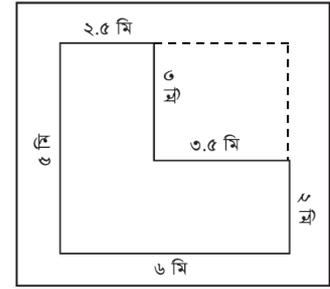
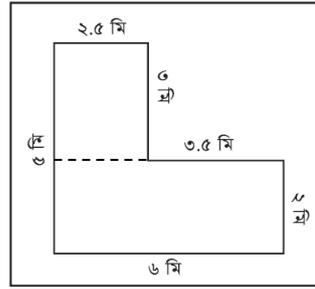
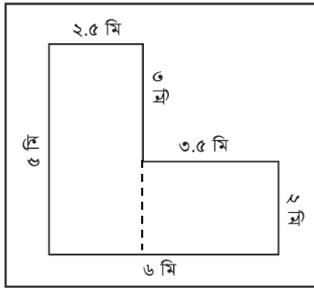
ঘ) একটি মাঠের দৈর্ঘ্য ৪০ মিটার এবং প্রস্থ ২৫ মিটার ২৫ সে.মি.। মাঠের ক্ষেত্রফল কত?

ঙ) একটি ফুল বাগানের দৈর্ঘ্য ১০ মিটার ৫০ সে.মি. এবং প্রস্থ ৫ মিটার ৭৫ সে.মি.। ফুল বাগানের ক্ষেত্রফল কত?



আয়তক্ষেত্র ও বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত বিভিন্ন সমস্যা:

প্রশ্ন: ডানপাশের L আকৃতির ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার? কতভাবে এর ক্ষেত্রফল বের করা যায়?

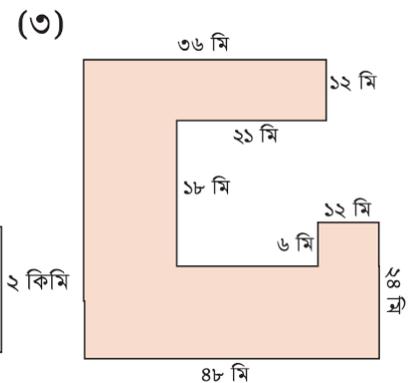
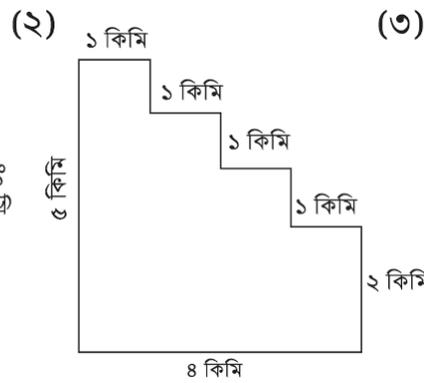
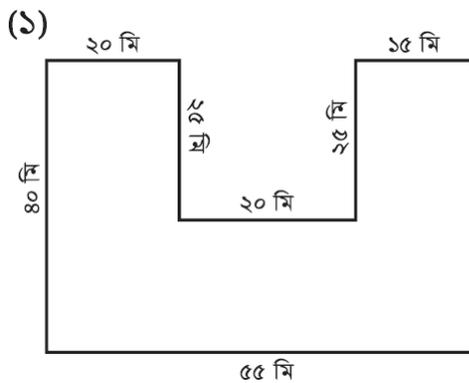


চতুর্ভুজটির ক্ষেত্রফল এরকম ২টি আয়তক্ষেত্রের সমষ্টি

অথবা, চতুর্ভুজটির ক্ষেত্রফল এরকম ২টি আয়তক্ষেত্রের সমষ্টি

অথবা, চতুর্ভুজটির ক্ষেত্রফল এই বড় আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ও ছোট আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের পার্থক্য

অনুশীলন: নিচের ক্ষেত্রগুলোর ক্ষেত্রফল কয়েকটি উপায়ে নির্ণয় করুন-

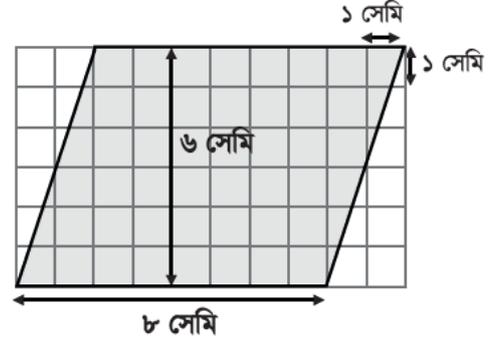


সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর চিন্তা করি;

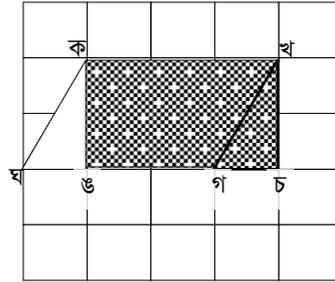
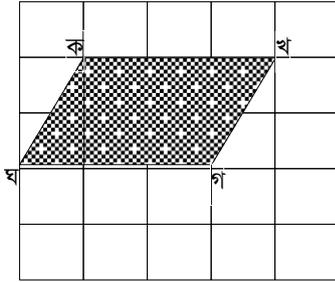
গ্রিড পেপার বা কাগজ কেটে পাশের চিত্রের সামান্তরিকটিকে কিভাবে পুনরায় সজ্জিত করে আয়ত তৈরি করা যায়?

গ্রিড পেপার বা কাগজ কেটে একটি রম্বসকে কিভাবে পুনরায় সজ্জিত করে বর্গ তৈরি করা যায়?



এই প্রশ্নগুলোর উত্তর খুঁজে পেলেই সামান্তরিক ও রম্বস আকৃতির ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের ধারণা পাওয়া যাবে।

প্রস্তুতিমূলক অনুশীলনের প্রশ্নগুলোর উত্তর পেতে প্রথমে আমরা কখগঘ একটি সামান্তরিক আঁকি। একে খুব সহজে আয়তক্ষেত্রে পরিণত করা যায়। সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান হবে। কিভাবে সামান্তরিককে আয়তক্ষেত্রে পরিণত করা যায় তা বোঝার জন্য নিচের চিত্রে উপস্থাপিত কাজগুলো পর্যায়ক্রমে সম্পন্ন করি-



- ঘগ ভূমিরেখার ওপর কঙ একটি লম্ব টানি। ফলে কঘঙ একটি ত্রিভুজ সৃষ্টি হলো। এবার কঘঙ ত্রিভুজটিকে সামান্তরিকের ডান পাশে আঁকি। ত্রিভুজটির নতুন অবস্থান খগচ- আর এভাবেই কখচঙ আয়তক্ষেত্র সৃষ্টি হলো।
- ভালো করে লক্ষ্য করলে এই সিদ্ধান্তে আসা যায় যে, এই আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কখগঘ সামান্তরিকের সমান হবে। এখন আমাদের জানা নিয়মে কখচঙ আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল বের করলেই কখগঘ সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল বের হবে।

সুতরাং, কখগঘ সামান্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল
অর্থাৎ, কখগঘ সামান্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$$= \text{কখচঙ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল}$$

$$= \text{আয়তক্ষেত্রের ভূমির দৈর্ঘ্য} \times \text{উচ্চতা}$$

$$= \text{ঙচ} \times \text{কঙ}$$

অতএব, কখগঘ সামান্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল
অর্থাৎ, যে কোন সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল
এক্ষেত্রে সামান্তরিকটির ক্ষেত্রফল

$$= \text{ঘগ} \times \text{কঙ} \text{ (যেহেতু, } \text{ঙচ} = \text{ঘগ)}$$

$$= \text{সামান্তরিকটির ভূমির দৈর্ঘ্য} \times \text{উচ্চতা}$$

$$= \text{সামান্তরিকের ভূমির দৈর্ঘ্য} \times \text{সামান্তরিকের উচ্চতা}$$

$$= ৩ \text{ সে.মি.} \times ২ \text{ সে.মি.}$$

$$= ৬ \text{ বর্গ সে.মি.}$$

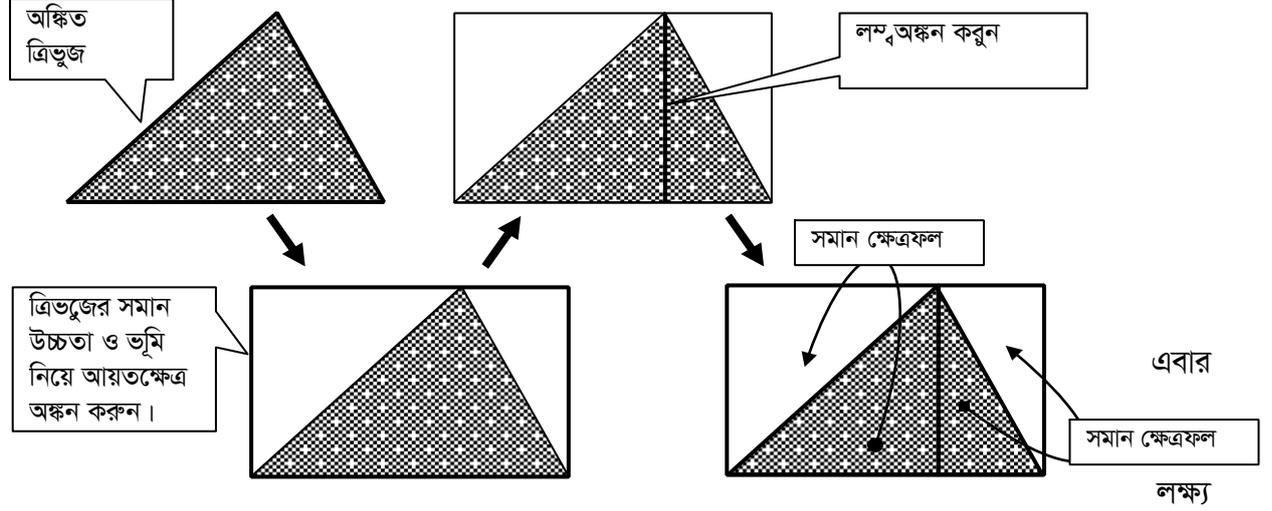
অনুরূপভাবে দেখানো যাবে যে, রম্বসের ক্ষেত্রফল

$$= (\text{ভূমির দৈর্ঘ্য} \times \text{উচ্চতা})$$

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল:

বিভিন্ন ধরনের ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ে নিচের চিত্রে উপস্থাপিত ধাপগুলো পর্যায়ক্রমে অনুসরণ করা যাক

- ত্রিভুজ অঙ্কন করি।
- ত্রিভুজের সমান উচ্চতা ও ভূমি নিয়ে একটি আয়তক্ষেত্র অঙ্কন করি।
- ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু থেকে ভূমি পর্যন্ত একটি লম্ব অঙ্কন করি।



করি যে, প্রতি জোড়ায় দুইটি ছোট ত্রিভুজের সমান ক্ষেত্রফল আছে।

প্রশ্ন: প্রতিটি ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সাথে আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের তুলনা করে এদের মধ্যে কী সম্পর্ক নির্ণয় করতে পারি?

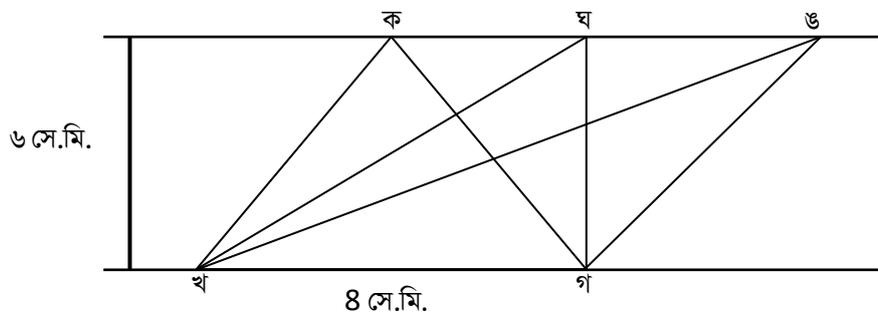
উপরের চিত্রের ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হলো সংশ্লিষ্ট আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অর্ধেক।

অর্থাৎ, সমান ভূমি হলে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল, আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অর্ধেক। যেহেতু আমরা জানি,

আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ভূমি \times উচ্চতা, সুতরাং ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ (ভূমি \times উচ্চতা)।

ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত বিভিন্ন সমস্যা

নিচের চিত্রটি লক্ষ্য করি। চিত্রে কখগ, ঘখগ এবং গুখগ ত্রিভুজগুলো কঙ এবং খগ সমান্তরাল রেখা দুটির মধ্যে এবং খগ ভূমির উপর অবস্থিত। সমান্তরাল রেখাগুলোর মধ্যকার দূরত্ব হলো ৬ সে.মি.। ত্রিভুজ তিনটির ক্ষেত্রফলের মধ্যে কি সম্পর্ক তা নিয়ে চিন্তা করি।



লক্ষ্য করি যে-

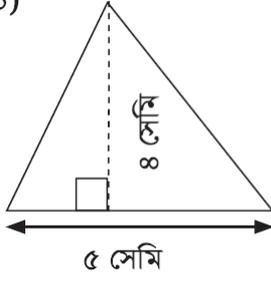
ত্রিভুজগুলোর ভূমি ও উচ্চতা সমান। তাই ত্রিভুজগুলোর ক্ষেত্রফল সমান হবে।

অর্থাৎ, একই সমান্তরাল যুগলের মধ্যে এবং একই ভূমির উপর সবগুলো ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল সমান হয়।

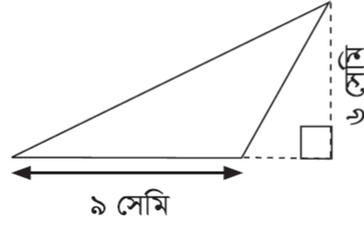
অনুশীলন-

নিচের আকৃতিগুলোর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করি;

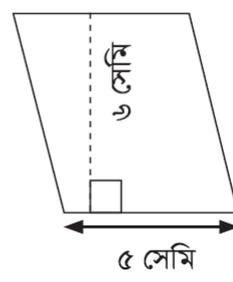
(১)



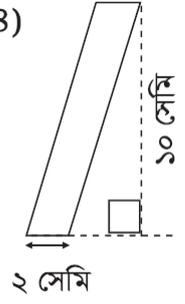
(২)



(৩)



(৪)



সহায়ক তথ্য ২৫

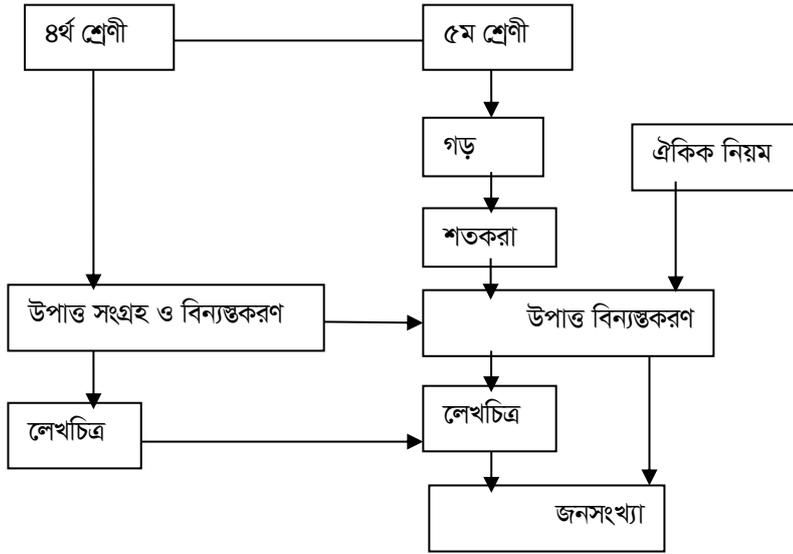
অধিবেশন ২৫: জ্যামিতিক আকৃতি (পাঠদান কৌশল ও
অনুশীলন)

প্রাথমিক গণিত পাঠ্যপুস্তক ও শিক্ষক সহায়িকা অনুসরণ করে দলভিত্তিক পাঠ উপস্থাপনের জন্য প্রশিক্ষণার্থীগণ প্রস্তুতি নিবেন এবং পাঠ উপস্থাপন করবেন (সিমুলেশন)। প্রতি দলের পাঠ উপস্থাপন শেষে সংশ্লিষ্ট ইনস্ট্রাক্টর প্রয়োজনীয় ফলাবর্তন আলোচনার মাধ্যমে পাঠের উন্নয়নে পরামর্শ দিবেন।

১৯.০ উপাত্ত প্রদর্শন (Data Display)

উপাত্ত সংগ্রহ (Collecting Data) ও বিন্যস্তকরণ শিক্ষাদান

শিক্ষার্থীদের প্রাত্যহিক জীবনে সংখ্যার ধারণার ওপর ভিত্তি করে চতুর্থ শ্রেণিতে শিক্ষার্থীদের পরিসংখ্যানের ধারণা দেওয়া হয়েছে। এ অধ্যায়ে শিখন শেখানোর সময় সেই সকল দিকে গুরুত্ব দেওয়া উচিত, যা শিক্ষার্থীদের উৎসাহিত করবে এবং তার পারিপার্শ্বিক পরিসংখ্যানগত পরিচিতি থেকে অর্জিত তথ্য বা উপাত্ত ও ঘটন সংখ্যার সারণি থেকে তা বিশ্লেষণ করতে পারবে। যেহেতু প্রাথমিক বিদ্যালয়ের শিক্ষার্থীদের কাছে এ ধারণা একেবারেই নতুন, তাই তারা যেন বুঝতে পারে পরিসংখ্যান তাদের জীবনের বাইরের কিছু নয়।



শিক্ষার্থীদের মতামতের ওপর ভিত্তি করে তথ্য বা উপাত্ত সংগ্রহ করা প্রয়োজন। যেমন, বিদ্যালয়ের বিভিন্ন উপাত্ত এবং শিক্ষার্থীদের দৈনন্দিন জীবন থেকে বিভিন্ন উপাত্ত, পরিবারের সদস্য সংখ্যা, পরিবার-পরিজনের সংখ্যা, শিক্ষার্থীদের ওজন, উচ্চতা, পরীক্ষায় প্রাপ্ত নম্বর ইত্যাদি থেকে উপাত্ত সংগ্রহ করা যায়।

শিক্ষার্থীদের পরিবারের সদস্য সংখ্যা জিজ্ঞেস করে নিম্নের সংখ্যাগুলো পাওয়া গেল।

৫, ৩, ৫, ৭, ৪, ৩, ৬, ৬, ৮, ২, ৫, ৬, ২, ৫, ৭

৪, ৩, ৬, ৮, ৪, ৬, ৩, ৭, ৬, ৫, ৪, ৩, ২, ৫, ৫

চারজন করে সদস্য কতজন শিক্ষার্থীদের পরিবারের মধ্যে আছে তা তাদের গণনা করতে বলুন। আমরা অনেক সময় গণনা করার সময় মাঝে মাঝে সংখ্যা ভুলে যাই। এজন্য সংখ্যা গণনার সময় রেকর্ড রাখার জন্য আমরা এক ধরনের দাগ ব্যবহার করি। এ দাগকে ট্যালি বলে। নিম্নে ট্যালি চিহ্ন (Tally Marks) দেওয়ার পদ্ধতি উল্লেখ করা হলো-

১	২	৫	৬	১১	১৫
I	II	III	III I	III III I	III III III

নিম্নরূপ সারণিটি ট্যালি চিহ্ন ব্যবহার করে ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭ এবং ৮ জন সদস্য সংখ্যা করে কতজন শিক্ষার্থীদের পরিবারের মধ্যে আছে তা দেখানো হলো।

পরিবারের সদস্য সংখ্যা	ট্যালি	শিক্ষার্থীদের সংখ্যা
২	III	৩
৩	IIII	৫
৪	IIII	৪
৫	IIII II	৭
৬	IIII I	৬
৭	IIII	৩
৮	II	২

উদাহরণ- ১: নিচে ২০ জন লোকের ওজন (কে.জি.) প্রদত্ত হলো। উপাত্তগুলো বিন্যস্ত করুন।

৬০, ৩০, ৪০, ৫০, ২০, ৪০, ৩০, ৫০, ২০, ৩০, ৪০, ৬০, ২০, ৪০, ৩০, ৫০, ২০, ৩০, ২০, ৩০।

সমাধানঃ

ওজন (কে.জি.)	ট্যালি	লোকসংখ্যা
২০	IIII	৫
৩০	IIII I	৬
৪০	IIII	৪
৫০	III	৩
৬০	II	২
		মোট = ২০

উদাহরণ-২: গত বছরের ৩০ জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বর নিম্নরূপ:

৮৭	৪৩	৬৮	৫৯	৫৭	৭৮	৯৫	৯২	৬০	৮৪
৩৭	৬৯	৬৪	৪৮	৪৩	৫৬	৬৭	৫৮	২৭	৭৫
৬৮	৮০	৭৫	৪৫	৪৮	৭৬	৩২	৫৬	৪৪	৬৩

যখন স্কোরগুলোর সংখ্যা অল্প হয় তখন সেগুলোর মধ্যে তুলনা করা বা তাদের সম্পর্কে একটা সমগ্র ধারণা গঠন করা সম্ভব হয়। কিন্তু যখন স্কোরগুলোর সংখ্যা অনেক হয় তখন স্কোরগুলোকে শৃঙ্খলাবদ্ধভাবে না সাজালে সেগুলো আমাদের কাছে অর্থহীন স্কোর সমষ্টিই থেকে যায় এবং বিশেষ কোনো স্কোর সমন্ধে ধারণা গঠন করা যায় না। এখানে স্কোরগুলো অবিন্যস্ত (Raw) অবস্থায় আছে। স্কোরগুলোকে ছোট থেকে বড় ক্রমানুসারে সাজালে দাঁড়ায়:

২৭	৩২	৩৭	৪৩	৪৩	৪৪	৪৫	৪৮	৪৮	৫৬
৫৬	৫৭	৫৮	৫৯	৬০	৬৩	৬৪	৬৭	৬৮	৬৮
৬৯	৭৫	৭৫	৭৬	৭৮	৮০	৮৪	৮৭	৯২	৯৫

স্কোরগুলো সাজানোর পর আগের থেকে সহজ মনে হচ্ছে। কিন্তু দুই বা ততোধিক পরীক্ষার্থী একই স্কোর প্রাপ্ত হওয়ায় তাদের মধ্যে আপেক্ষিক অবস্থান নিরূপণে অসুবিধায় পড়তে হয় এবং সামান্যই অর্থ বোঝা যায়। আবার একটি একটি করে স্কোর সাজালে বেশি স্থান লাগে। এরূপ পরিস্থিতিতে স্কোরগুলোকে একটি নির্দিষ্ট নিয়মে শ্রেণিবদ্ধ করে নিতে হয়।

শ্রেণি ব্যবধান (Class Intervels)	ট্যালিচিহ্ন (Tally Marks)	শিক্ষার্থীর সংখ্যা (Frequency)
২০-২৯		
৩০-৩৯		
৪০-৪৯		
৫০-৫৯		
৬০-৬৯		
৭০-৭৯		
৮০-৮৯		
৯০-৯৯		

পূর্বের সারণিটি অবিন্যস্ত এবং বর্তমান সারণিটি শ্রেণিবদ্ধভাবে সাজানো হয়েছে। স্কোরগুলোকে সাজাতে হলে প্রথমে বিস্তৃতি বের করতে হবে।

$$\begin{aligned}
 \text{এখানে বিস্তৃতি} &= (\text{বৃহত্তম স্কোর} - \text{ক্ষুদ্রতম স্কোর}) + 1 \\
 &= (৯৫ - ২৭) + 1 \\
 &= ৬৮ + 1 \\
 &= ৬৯
 \end{aligned}$$

দ্বিতীয় ধাপে শ্রেণি ব্যবধান বের করে শ্রেণি ব্যবধান সংখ্যা নির্ণয় করতে হবে। এখানে শ্রেণি ব্যবধান ১০ নেওয়া হলে শ্রেণি ব্যবধান সংখ্যা হবে,

$$\text{শ্রেণি ব্যবধান সংখ্যা} = \frac{\text{বিস্তৃতি}}{\text{শ্রেণি ব্যবধান}} = \frac{৬৯}{১০} = ৬.৯$$

শ্রেণি ব্যবধান সংখ্যা ভগ্নাংশের জন্য পূর্ণ সংখ্যা ধরে নিতে হয়। কোনো বন্টনে শ্রেণি ব্যবধান সংখ্যা ৭ হতে ২০ এর মধ্যে রাখাই শ্রেয় এবং শ্রেণি ব্যবধান দৈর্ঘ্য বা আকৃতি ১, ২, ৩, ৪, ৫, ১০ বা ২০ এর মধ্যে হবে। এখানে সবনিম্ন স্কোর ২৭, শ্রেণি ব্যবধান দৈর্ঘ্য ১০ নিয়ে ২০ দিয়ে শ্রেণি ব্যবধান শুরু করা হয়েছে। অর্থাৎ যে শ্রেণি ব্যবধান নেয়া হবে তার যে গুণিতকটি স্কোর গুচ্ছের সর্বনিম্ন স্কোরের নিকটতম হবে সেটি দিয়ে শ্রেণি ব্যবধান শুরু করতে হবে। কয়েকটি সংখ্যা নিই যেমন, ৩৭, ৬৩ ও ৮০। শিক্ষার্থীদের খুঁজে বের করতে দিন যে এ সংখ্যাগুলো কোনো শ্রেণি ব্যবধানে রয়েছে?

তারপর স্কোরগুলোকে পর পর ট্যালি দাগ কেটে নিজ নিজ শ্রেণিতে অন্তর্ভুক্ত করা হয়েছে। তালিকাভুক্ত প্রত্যেক শ্রেণি ব্যবধানের ট্যালিসমূহ যোগ করে ফ্রিকোয়েন্সি বা ঘটনসংখ্যা নির্ণয় করা হয়েছে।

[বিশেষ দ্রষ্টব্য]

চতুর্থ শ্রেণির শিক্ষার্থীদের জন্য নিজে শ্রেণি ব্যবধান বের করা বেশ জটিল বলে, তাই আগে থেকেই শ্রেণিব্যবধান বের করে রাখতে পারেন। এছাড়াও প্রদত্ত উপাত্তের জন্য অনেক রকমের শ্রেণি ব্যবধান বের করা যায়। যেমন: ০-২৫, ২৬-৫০, ৫১-৭৫ এবং ৭৬-১০০।

শ্রেণি ব্যবধান অনুসারে ট্যালি চিহ্ন ব্যবহার করে সংখ্যাগুলো গণনা করে শিক্ষার্থীদের খালিঘর পূরণ করতে দিন।

শ্রেণি ব্যবধান (Class Intervals)	ট্যালি চিহ্ন (Tally Marks)	শিক্ষার্থী সংখ্যা (Frequency)
২০-২৯	I	১
৩০-৩৯	II	২
৪০-৪৯	III I	৬
৫০-৫৯	III	৫
৬০-৬৯	III II	৭
৭০-৭৯	III	৪
৮০-৮৯	III	৩
৯০-৯৯	II	২

উদাহরণঃ নিচের ৩০ জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া আছে। উপাত্তগুলো বিন্যস্ত করুন।
 ৭১, ৭৫, ৬৩, ৭৫, ৫১, ৭৫, ৫৭, ৭৫, ৫২, ৭০, ৭৫, ৭২, ৫৮, ৬৩, ৬৯, ৭১, ৬০, ৬১, ৬৯, ৫৩, ৫২, ৭২, ৭২, ৭২, ৫২, ৬৩, ৫৪, ৫৫, ৫৫, ৬৯।

সমাধানঃ এখানে, সর্বোচ্চ নম্বর ৭৫, সর্বনিম্ন নম্বর ৫১

$$\text{সূত্রাং পরিসর} = (৭৫ - ৫১) = ২৪ + ১ = ২৫$$

শ্রেণি ব্যবধান সংখ্যা ৫ হলে, শ্রেণি ব্যবধান দৈর্ঘ্য হবে = $২৫ \div ৫ = ৫$ ।

যেহেতু সর্বনিম্ন স্কোর ৫১, ৫ শ্রেণি ব্যবধান নিলে ৫০ হতে শুরু করা যায়।

শ্রেণি ব্যবধান (Class Intervals)	ট্যালি চিহ্ন (Tally Marks)	শিক্ষার্থী সংখ্যা (Frequency)
৫০-৫৪	III I	৬
৫৫-৫৯	IIII	৪
৬০-৬৪	III	৫
৬৫-৬৯	III	৩
৭০-৭৪	III II	৭
৭৫-৭৯	III	৫

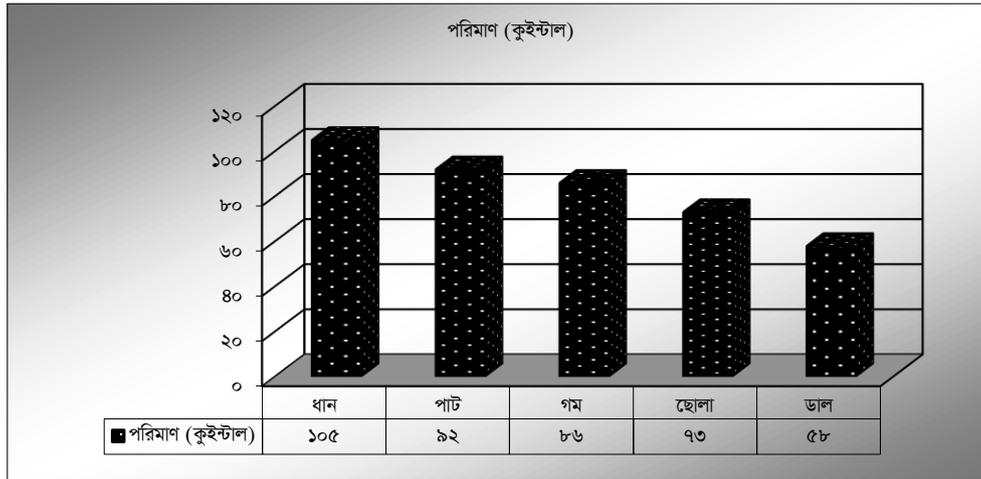
সমস্যা: বর্গাচামি পুরান মণ্ডল গত বছর পাঁচ ধরনের ফসল পেয়েছে। ফসলের পরিমাণ নিচের ছকে দেওয়া হলো। ছকের উপাত্ত অনুসরণ করে স্তম্ভলেখ অঙ্কন করুন।

ফসল	পরিমাণ (কুইন্টাল)
ধান	১০৫
পাট	৯২
গম	৮৬
ছোলা	৭৩
ডাল	৫৮

সমাধানঃ

- পরস্পর দুইটি লম্বালম্বি রেখা কখ ও কগ আঁকুন।
- কখ রেখার ওপর প্রতি ১ সেমি দূরত্বে পাঁচটি দাগ কাটুন।
- এক একটি ঘরকে বিভিন্ন ফসল যেমন ধান, পাট, গম, ছোলা ও ডালরূপে বিবেচনা করুন।
- কগ রেখার প্রতি ঘরকে ১০ কুইন্টাল ধরে দাগের পাশে ০, ২০, ৪০, ৬০, ৮০, ১০০, ১২০ পর্যন্ত লিখুন।

এখন প্রত্যেক ফসলের নামের ওপরে ফসলের পরিমাণ অনুসারে স্তম্ভ আঁকুন। স্তম্ভগুলো ভরাট করুন। স্তম্ভগুলোর প্রস্থ এবং এক স্তম্ভ হতে অন্য স্তম্ভের দূরত্ব সমান হয়। এরূপে প্রাপ্ত সামগ্রিক চিত্রটি প্রদত্ত উপাত্তের স্তম্ভলেখ।



গণিত শিক্ষাপকরণ

পাঠদানকে প্রাণবন্ত করে তুলতে শিক্ষাপকরণের ভূমিকা অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ। গণিতের বিভিন্ন ধারণা গঠনে প্রাথমিক বিদ্যালয়ের শিক্ষার্থীদের পর্যবেক্ষণ শক্তি বৃদ্ধি এবং উদ্ভাবনী ক্ষমতা ত্বরান্বিত করায় গণিত শিক্ষাপকরণের কার্যকরী ব্যবহার অপরিহার্য। শ্রেণিকক্ষে বক্তব্যমূলক বর্ণনা শুনে শিক্ষার্থী কোন প্রক্রিয়া বা ধারণা সম্পর্কে সন্তুষ্ট নাও থাকতে পারে। শিক্ষাপকরণের সাহায্যে শিক্ষার্থীদের পাঠের প্রতি মনোযোগী করে তোলা যায়, কল্পনা শক্তির বিকাশ সাধন করা যায়, শিক্ষণীয় বিষয়বস্তুকে সহজ, সরল এবং প্রাঞ্জল করা যায়। সুতরাং বলা যায় শিক্ষাপকরণ বিষয় বস্তুর ধারণা সম্প্রসারণে সহায়তা করে থাকে। তাই এই উপ-মডিউলে গণিত শিক্ষাপকরণের উপযোগিতা ও বৈশিষ্ট্য, গণিত শিক্ষাপকরণ ব্যবহারের নীতিমালা, বিভিন্ন ধরনের গণিত শিক্ষাপকরণের ব্যবহার নিয়ে আলোচনা করা হয়েছে।

গণিত শিক্ষাপকরণের ধারণা

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর চিন্তা করি;

- শিক্ষা উপকরণ বলতে কি বোঝায়?
- পাশের চিত্রে কোনটি শিক্ষা উপকরণ? কোনটি শিক্ষা উপকরণ নয়?
- গণিত শিক্ষায় শিক্ষাপকরণের উপযোগিতা বা প্রয়োজনীয়তা কি?
- গণিত শিক্ষাপকরণের বৈশিষ্ট্য কি?
- সংখ্যা ও সংখ্যা প্রক্রিয়া শেখানোর জন্য শিক্ষাপকরণ কী হতে পারে?
- বিভিন্ন প্রকার পরিমাপ শেখানোর জন্য শিক্ষাপকরণ কী হতে পারে?
- বিভিন্ন প্রকার জ্যামিতিক ধারণা শেখানোর জন্য শিক্ষাপকরণ কী হতে পারে?



শিক্ষা উপকরণ

মুখের ভাষা হলো বিমূর্ত। কারণ মুখের বলা কথা দেখা যায় না, শুনে মনে রাখতে হয়। অপরদিকে চোখে দেখা সামগ্রী মানসপটে একটি স্থায়ী চিত্র অংকন করে। সেজন্যে বিমূর্ত জ্ঞান সম্মন্ধীয় কথাগুলোকে উপকরণ ব্যবহার করার মাধ্যমে মূর্ত করা যায়।

শিক্ষাক্ষেত্রে বিভিন্ন ধারণা ভাব থেকে ভাষার মাধ্যমে আমাদের মনকে সঞ্চরিত করে। কিন্তু পুরো ভাবটা অস্পষ্ট ও ক্ষণস্থায়ী থেকে যায়। ধারণা বা ভাবকে বস্তুগত উদাহরণের মাধ্যমে আরো স্পষ্ট ও স্থায়ী করা যায়। এই বস্তুগত উদাহরণগুলোকেই শিক্ষা উপকরণ বলা হয়।

অন্যভাবে বলা যায়, শিক্ষাদান প্রক্রিয়াকে সজীব ও ফলপ্রসূ করে তোলার জন্য শিক্ষক তার পাঠদানের সময় যেসব মূর্ত জিনিস ব্যবহার করে থাকেন- যার মাধ্যমে শিক্ষার্থীর বিভিন্ন ইন্দ্রিয় সমূহকে উপযুক্তভাবে সঞ্চালিত ও সক্রিয় করা সম্ভব হয়, সেই মূর্ত জিনিসগুলোই শিক্ষা উপকরণ।

গণিত শিক্ষায় শিক্ষাপকরণের উপযোগিতা বা প্রয়োজনীয়তা

গণিত শিক্ষায় শিক্ষাপকরণ ব্যবহারের মাধ্যমে শিক্ষার্থীরা পাঠের বাস্তব ভিত্তিক ধারণা লাভে সক্ষম হয়। পাঠ্য বিষয়ের দুর্বোধ্য ধারণা তাদের কাছে পরিষ্কার হয় বলে শিখনফল অধিকতর ফলপ্রসূ হয়। উপরন্তু, শিক্ষার্থীদের অনুমান ও চিন্তা করার ক্ষমতা শাগিত হয়।

শিক্ষা উপকরণ ব্যবহারের মাধ্যমে শিক্ষণ বৈচিত্র্য আনা সম্ভব হয়। এতে শিক্ষার্থীদের পাঠের প্রতি একঘেয়েমীও দূর হয়। শিক্ষার্থীরা পাঠ গ্রহণে অনুপ্রেরণা লাভ করে, শ্রেণীতে সজাগ, সজীব ও সক্রিয় থাকে। অর্থাৎ, শিক্ষার্থীরা পাঠের প্রতি মনোযোগী ও উৎসাহী হয়ে ওঠে।

শিক্ষা উপকরণ পাঠদানে শিক্ষককেও সহায়তা করে। শিক্ষা উপকরণ ব্যবহারের মাধ্যমে পাঠদানে সময় কম লাগে। শিক্ষকের পাঠ উপস্থাপন সাবলীল, আকর্ষণীয় ও প্রাণবন্ত হয়।

গণিত শিক্ষাপ্রকরণের বৈশিষ্ট্য

গণিত শিক্ষায় উপকরণ নির্বাচন ও ব্যবহারের ক্ষেত্রে তার গুণগত ও প্রায়োগিক দিক সমূহ বিবেচনা করা একান্ত কর্তব্য। গুণগত দিক বিচারের ক্ষেত্রে উপকরণের তিনটি বৈশিষ্ট্যের উপর গুরুত্ব আরোপ করতে হবে-

- (ক) শিক্ষা উপকরণের উপযোগিতা
- (খ) শিক্ষা উপকরণের নির্ভরযোগ্যতা
- (গ) শিক্ষা উপকরণের সহজলভ্যতা

গণিত শিক্ষাপ্রকরণের উপযোগিতা বিচারের ক্ষেত্রে বিবেচ্য দিকসমূহ

(১) বিষয় সম্পৃক্ত

গণিত শিক্ষণসামগ্রী বা উপকরণ অবশ্যই নির্দিষ্ট বিষয়বস্তু সম্পৃক্ত হতে হবে। শিক্ষকগণকে অবশ্যই পাঠ্যবইয়ের বিষয়বস্তুর সাথে সংশ্লিষ্ট এবং পাঠ্যবইয়ে ব্যবহৃত উপকরণ ব্যবহারের উপর জোড় দিতে হবে। এছাড়াও সংশ্লিষ্ট অন্যান্য অন্যান্য উপকরণ ব্যবহার করা যেতে পারে। যেমন, ত্রিভুজ পড়াতে গিয়ে সেটকয়ার প্রদর্শন করা যেতে পারে। অনুরূপভাবে বৃত্ত আলোচনা করতে গিয়ে গোলাকার কোন বস্তুকে প্রদর্শন করা যেতে পারে।

(২) নির্দিষ্ট শ্রেণির মান বিবেচনা

উপকরণ নির্বাচনে নির্দিষ্ট শিক্ষার্থীর শিক্ষার মান বিবেচনা করতে হবে। এ ক্ষেত্রে শিক্ষার্থীর স্তর ও বয়স উভয় বিষয়ই বিবেচ্য। কারণ উপকরণ কেবল বিষয় বস্তুর উপযোগী হলে চলে না, শ্রেণীর উপযোগীও হতে হবে। প্রাথমিক স্তরে যে ছবি, মডেল বা বাস্তব উপকরণ শিক্ষার্থীদের আকৃষ্ট করে এবং সেই সংগে তাদের অভিজ্ঞতার জগৎকেও সম্প্রসারিত করে, ঠিক সেই উপকরণটি মাধ্যমিক স্তরের শিক্ষার্থীদের জন্য কৌতুহলোদ্দীপক বা তাদের জ্ঞান বর্ধনে সহায়ক নাও হতে পারে।

(৩) দর্শনযোগ্যতা

গণিত শিক্ষা উপকরণ অবশ্যই দর্শনযোগ্য হবে। এ ক্ষেত্রে উপকরণের আকার, রঙের ব্যবহার ইত্যাদি বিবেচনা লাভ করবে। যে উপকরণ শিক্ষার্থী ঠিকমতো দেখতে বা বুঝতে পারে না, তা ব্যবহার করা সমীচীন নয়।

(৪) সময়োপযোগিতা

শ্রেণীকক্ষে ঠিক কোন সময়ে উপকরণ ব্যবহার করতে হবে তা শিক্ষকের জন্য একটি গুরুত্বপূর্ণ বিষয়। সাধারণ ভাবে, প্রস্তুতি পর্বের শেষে এবং উপস্থাপন পর্বের শুরুতে উপকরণ প্রদর্শনের উপযুক্ত সময়। তবে পাঠ্য বিষয়বস্তুকে অধিকতর অর্থবহ ও তাৎপর্যপূর্ণ করে তোলার ক্ষেত্রে পাঠদানের যে কোন পর্বেই উপকরণ ব্যবহৃত হতে পারে। এমনকি, পাঠের মূল্যায়ন পর্বেও শিক্ষার্থীদের সন্দেহ দূরীকরণের ক্ষেত্রে উপকরণ ব্যবহারের প্রয়োজনীয়তা দেখা দিতে পারে।

(৫) অভিনবতা ও আকর্ষণীয়তা

গণিত শিক্ষাপ্রকরণ অবশ্যই আকর্ষণীয় হতে হবে, তবে এ আকর্ষণ বিষয় সম্পৃক্ততাকে অগ্রাহ্য করবে না। অনেক ক্ষেত্রে উপকরণের অভিনবত্ব শিক্ষার্থীর পাঠে অগ্রাহ্য ও গভীর অভিনিবেশ সৃষ্টি করতে পারে। দীর্ঘকাল ধরে ব্যবহৃত অস্পষ্ট ও বিবর্ণ উপকরণ ব্যবহার না করাই শ্রেয়।

(৬) ব্যবহারিক উপযোগিতা

গণিত শিক্ষাপ্রকরণ সহজে ব্যবহার করার উপযোগী হতে হবে-যাতে শিক্ষার্থী বা শিক্ষক উপকরণ সহজেই নাড়া-চাড়া করতে সক্ষম হন। উপকরণ ব্যবহারে শিক্ষার্থীর সম্পৃক্ততা পাঠকে অর্থবহ করে তোলে।

(৭) শিক্ষার্থী-কেন্দ্রিক

উপকরণ শিক্ষার্থী-কেন্দ্রিক হতে হবে। অর্থাৎ প্রত্যেক শিক্ষার্থী হাতে কলমে ব্যবহার করে যেন সংশ্লিষ্ট ধারণা অর্জন করতে সক্ষম হয় তার জন্য উপযোগী উপকরণ তৈরি ও সংগ্রহ করতে হবে। পাশাপাশি শিক্ষার্থী যাতে তা কার্যকরভাবে ব্যবহার করতে পারে তার জন্য শিক্ষকের পরিকল্পনা থাকতে হবে।

গণিত শিক্ষাপ্রদর্শনের নির্ভরযোগ্যতা বিচারের ক্ষেত্রে বিবেচ্য দিকসমূহ

(১) শুদ্ধতা ও তথ্যের সম্পূর্ণতা

উপকরণে প্রদর্শিত তথ্য নির্ভুল হতে হবে এবং সেই তথ্য হবে সাম্প্রতিক। পুরনো তথ্য পাঠের সহায়ক হবে না, বরং তা শিক্ষার্থীকে বিভ্রান্ত করবে।

(২) নিরাপত্তার নিশ্চয়তা

উপকরণ হিসাবে ব্যবহৃত যন্ত্রপাতি ও সরঞ্জামাদি নিরাপদে ব্যবহারের উপযোগী হতে হবে।

(৩) প্রদর্শনযোগ্যতা ও কার্যক্ষমতা

শিক্ষণ সামগ্রী প্রদর্শনের ক্ষেত্রে তার আকার ও আয়তনের দিকটি দেখতে হবে। প্রচলিত মূল্যবোধ ও বিশ্বাসকে আঘাত করে এমন কোন উপকরণ ব্যবহার করা কোন ক্রমেই উচিত নয়।

গণিত শিক্ষাপ্রদর্শনের সহজলভ্যতা

উপকরণের সহজলভ্যতা শিক্ষক ও শিক্ষার্থীকে উপকরণ ব্যবহারে উৎসাহিত করে। স্থানীয়ভাবে পাওয়া স্বল্পমূল্য উপকরণ ব্যবহারের ওপর জোড় দিতে হবে। শিক্ষক শিক্ষার্থীদের নির্দিষ্ট পাঠের সহায়ক উপকরণ সম্পর্কে প্রয়োজনীয় নির্দেশনা দিতে পারেন এবং এ সকল উপকরণ সংগ্রহ ও সংরক্ষণে তাদের উৎসাহিত করতে পারেন। উপকরণের সহজলভ্যতার ক্ষেত্রে উন্নত উপকরণ প্রস্তুত ও ব্যবহারে উদ্যোগ গ্রহণ করতে হবে। শিক্ষক-শিক্ষার্থী মিলে এ জাতীয় উপকরণ প্রস্তুত করতে পারেন। এতে করে কোন বিষয় হাতে কলমে শেখার সুযোগ ঘটে।

সহজলভ্য স্থানীয় উপকরণ: আমাদের চারপাশের পরিবেশে অসংখ্য দ্রব্যসামগ্রী ছড়িয়ে ছিটিয়ে আছে যা গণিত শিক্ষাদানের ক্ষেত্রে গুরুত্বপূর্ণ এবং মূল্যবান উপকরণ হিসাবে বিবেচিত হতে পারে। শিক্ষক শিক্ষার্থী এগুলো সহজে ও স্থানীয় ভাবে সংগ্রহ করতে পারেন। যেমন-ফুল, পাতা, বিভিন্ন প্রকার ফলের বীজ, ফেলে দেয়া বোতলের ছিপি, কাঠের টুকরো, পাটকাঠি ইত্যাদি।

বিভিন্ন ধরনের গণিত শিক্ষা উপকরণ

যে সব উপকরণ চোখে দেখা যায় তাকে দর্শন মূলক শিক্ষা উপকরণ (Visual Teaching Aids) বলা হয়। যেমন সেটস্কার, জ্যামিতি বক্স, চার্ট, জিওবোর্ড, ব্ল্যাকবোর্ড, চক, ডাস্টার, পোস্টার পেপার, পাঠ্যপুস্তক ইত্যাদি।

যে সব শিক্ষা উপকরণ শ্রবণের মাধ্যমে শিক্ষাদানে সহায়তা করে তাকে শ্রবণ ভিত্তিক শিক্ষা উপকরণ (Audio Teaching Aids) বলা হয়। যেমন-রেডিও, গ্রামোফোন, টেপরেকর্ডার, বিভিন্ন ধরনের বাস্তব বস্তু ও নমুনা, ছবি, মডেল, ফিল্মস্ট্রিপ ও স্লাইড প্রজেক্টর, ওভার হেড প্রজেক্টর, প্রাসঙ্গিক জিনিস- ফুল, বক্স, বোতল, পাতা, খবরের কাগজ, কম্পিউটার, যন্ত্রপাতি ইত্যাদি।

যে সমস্ত শিক্ষা উপকরণ একই সাথে শোনা ও দেখা যায় তাকে শ্রবণ-দর্শন মূলক শিক্ষা উপকরণ (Audio- Visual Teaching Aids) বলা হয়। যেমন- টেলিভিশন, কম্পিউটার, ডিভিডি, ভিসিআর, সবাক চলচ্চিত্র ইত্যাদি।

যে সমস্ত শিক্ষা উপকরণ চোখে দেখা যায় না- কিন্তু শিক্ষকের কথা শুনে উপলব্ধি করা যায় এবং পাঠদান কাজে সহায়তা করে তাকে কাল্পনিক বা বাচনিক শিক্ষা উপকরণ (Imaginary Teaching Aids) বলে। যেমন- গল্প বলে বা বিভিন্ন ধরনের উপমা ও যুক্তি প্রদান করে পাঠদান করা, রূপকথা শোনানো, যুক্তি প্রদর্শন করা ইত্যাদি। স্কুল টেক্সট বই, লাইব্রেরীতে রক্ষিত গণিতের বিভিন্ন প্রকার সহায়ক পুস্তক অথবা শিক্ষাদানের জন্য মুদ্রিত হ্যান্ড-নোট, লিফলেট বা কোন নির্দেশনা- ইত্যাদি হচ্ছে প্রতীকী মূলক শিক্ষা উপকরণ। এদের আমরা কখনও কখনও শিখন সামগ্রী (Instructional Materials) হিসাবেও উল্লেখ করি। গণিত সাময়িকী, গণিতের ইতিহাস সম্পর্কিত বই, গণিত বিষয়ক বুলেটিন, গণিত বা পরিসংখ্যান জাতীয় যে কোন সরকারী বা বেসরকারী পত্রিকা বুলেটিন ইত্যাদি প্রতীকীমূলক উপকরণের উদাহরণ।

অনুসন্ধানমূলক উপকরণ: যেসব উপকরণ শিক্ষার্থী স্পর্শ করতে পারে, হাতে নাড়াচাড়া করতে পারে- যা ব্যবহার করে তারা তাদের বিভিন্ন জিজ্ঞাসা বা সমস্যার সমাধানে উপনীত হতে পারে তাকে অনুসন্ধানমূলক উপকরণ বলে। যেমন: এ্যাবাকাস, ফুট স্কেল, মিটার স্কেল, চাঁদা (কোণ মাপনী), স্লাইড রুল, ক্যালকুলেটর, জ্যামিতি বক্স। এসব উপকরণকে দু'ভাগে ভাগ করা যায়।

- শিক্ষার্থীদের ব্যবহারের জন্য উপকরণ বা যন্ত্রপাতি
- শিক্ষকের ব্যবহারের জন্য উপকরণ বা যন্ত্রপাতি

শিক্ষকের ব্যবহারের জন্য যন্ত্রপাতিগুলি আকারে বড় হবে যাতে সকল শিক্ষার্থীকে এসব যন্ত্রপাতি প্রদর্শন করে মূল বক্তব্য বা ধারণা উপস্থাপন করা যায়। নিচে অনুসন্ধান মূলক যন্ত্রপাতি বা উপকরণের কিছু তালিকা দেয়া হল।

(১) সংখ্যা ও সংখ্যা প্রক্রিয়া শেখানোর জন্য

- গণনার বস্তু, মার্বেল, মাটির তৈরী বল, নুড়ি পাথরের টুকরো, পীচবোর্ড বা হার্ডবোর্ড কেঁটে তৈরী বিভিন্ন জ্যামিতিক ক্ষেত্র বা চিত্র বাঁশের কাঠের টুকরো, কাঠির বাউল, স্কেল, পাতা ফুল, ফল ইত্যাদি।
- এ্যাবাকাস, ক্যালকুলেটর।
- বিভিন্ন আকারের (কাঠের) ঘনবস্তু। প্ল্যাইউড, তক্তা, হার্ডবোর্ড।
- মিটার স্কেল, ওজন যন্ত্র, ফুট স্কেল ইত্যাদি।

(২) সাধারণ ও দশমিক ভগ্নাংশ শেখানোর জন্য

- ফ্লানেল বোর্ড বা ফ্লানেল কাপড়ের সুবিধাজনক টুকরো।
- পীচ বা কাঠের কাটা বৃত্ত, চতুর্ভুজ, আয়তক্ষেত্র ইত্যাদি যাতে অর্ধাংশ, এক তৃতীয়াংশ ইত্যাদি দেখানো সম্ভব।
- পোস্টার বা কাগজে অঙ্কিত বিভিন্ন ভগ্নাংশের চার্ট।
- ফুট স্কেল, মিটার স্কেল (দশমাংশ দাগাঙ্কিত)

(৩) বিভিন্ন প্রকার জ্যামিতিক ধারণার জন্য

- কাঠ বা কাগজের তৈরি বিভিন্ন আকৃতির ঘনবস্তুর মডেল।
- হার্ডবোর্ড বা কাগজের তৈরি ত্রিভুজ, চতুর্ভুজ, ইত্যাদি জ্যামিতিক ক্ষেত্র।
- জ্যামিতি বক্স, ড্রয়িং বোর্ড।
- ত্রিভুজ, চতুর্ভুজ, বৃত্ত ইত্যাদি তৈরির জন্য দড়ি বা কাঠি।
- জ্যামিতিক চিত্রের চার্ট।
- গ্রাফ বোর্ড।

(৪) বিভিন্ন প্রকার পরিমাপের জন্য

- দৈর্ঘ্য পরিমাপের উপকরণ: মিটার স্কেল, ফুট স্কেল, গজ ফিতা, টেপ।
- ক্ষেত্রফল পরিমাপের জন্য পীচ বোর্ডের তৈরী ১ ইঞ্চি, এক বর্গফুট, ১ বর্গসেন্টিমিটার বিশিষ্ট ক্ষেত্র।
- ঘনক: ১ ঘন ইঞ্চি, ১ ঘন সেন্টিমিটার, ১ ঘন ফুট পরিমাপের কাঠের বা কাগজের তৈরী ঘনক।
- সময় পরিমাপের উপকরণ: ঘড়ি।
- ওজন পরিমাপের উপকরণ: পাল্লা, বাটখারা, নিক্তি।
- মুদ্রা: বিভিন্ন ধরনের মুদ্রা (দেশীয় ও বিভিন্ন দেশের)
- তাপমাত্রা পরিমাপের যন্ত্রাদি।
- তরল পদার্থ পরিমাপের উপকরণ: ১ লিটার, ১ গ্যালন আয়তন বিশিষ্ট পাত্র।

গণিত শিক্ষাপকরণ ব্যবহারের নীতিমালা

কেবলমাত্র শিক্ষা উপকরণ সংগ্রহ ও সংরক্ষণ করলেই চলবেনা, শ্রেণীকক্ষে ফলপ্রসূ পাঠদানের ক্ষেত্রে শিক্ষকের শিক্ষা উপকরণ ব্যবহারের নীতিমালা জানা এবং তা অনুসরণ করা প্রয়োজন। শিক্ষা উপকরণ ব্যবহারের কিছু নীতিমালা নিম্নে দেয় হল:

- ১। উপকরণ নির্বাচন হতে হবে বিষয় সংশ্লিষ্ট;
- ২। উপকরণ ব্যবহার কৌশল, শিক্ষককে যথাযথ ভাবে রপ্ত করতে হবে;
- ৩। শ্রেণীকক্ষে প্রবেশের পূর্বেই শিক্ষককে উপকরণ ব্যবহার সম্পর্কে ভাল ভাবে জানতে হবে;
- ৪। শ্রেণীকক্ষে উপকরণ ব্যবহারের পূর্বে শিক্ষার্থীদের প্রস্তুত করা প্রয়োজন;
- ৫। শ্রেণীকক্ষে উপকরণ ব্যবহারের বাহ্যিক পরিবেশ থাকা প্রয়োজন;
- ৬। উপকরণ ব্যবহারের পূর্বে এর উপযোগিতা যাচাই করা প্রয়োজন;
- ৭। উপকরণ শ্রেণীকক্ষের এমন যায়গায় প্রদর্শন করা প্রয়োজন যাতে সকল শিক্ষার্থী তা সমানভাবে দেখতে পায়।
- ৮। সর্বোপরি উপকরণ প্রস্তুত ও সংগ্রহ হতে হবে শিক্ষার্থীর ব্যবহারের কথা বিবেচনায় রেখে এবং এর ব্যবহারও হতে হবে শিক্ষার্থী-কেন্দ্রিক।

অংশ-ক

পাঠ পরিকল্পনা কী?

শ্রেণিকক্ষে শিক্ষার্থীদের একটি বিষয়বস্তুর উপর শিখন-শেখানো কার্যক্রম পরিচালনার উদ্দেশ্যে প্রস্তুতকৃত লিখিত রূপটি হলো দৈনন্দিন পাঠ পরিকল্পনা। পরিকল্পিত শিখন-শেখানো কার্যক্রম হচ্ছে শিক্ষাক্রম বাস্তবায়নের সবচেয়ে গুরুত্বপূর্ণ অংশ। সঠিক, নির্ভুল ও সযত্নে তৈরিকৃত পাঠ পরিকল্পনাই পারে শিখনফল অনুসারে শিক্ষার্থীর শিখনকে নিশ্চিত করতে। সুষ্ঠু পাঠ পরিকল্পনা একজন শিক্ষককে তাঁর পাঠের প্রতিটি ধাপ মানসপটে দেখতে অগ্রিম সাহায্য করে, ফলে শিক্ষক ভালো প্রস্তুতি নিতে পারেন এবং তিনি সফলভাবে তার শিখন-শেখানো কার্যক্রম পরিচালনা করতে পারেন। পাঠ পরিকল্পনা একজন শিক্ষককে তাঁর পূর্ববর্তী পাঠের ভালো-মন্দ বিশ্লেষণ করার জন্য তথ্য সরবরাহ করে যা তাঁর পরবর্তী পাঠকে উন্নত করতে সাহায্য করে।

অংশ-খ

পাঠ পরিকল্পনার গুরুত

পাঠ পরিকল্পনা হলো শিখন-শেখানোর বিষয়বস্তুর ওপর প্রণীত পূর্ব পরিকল্পনা। শিক্ষার্থীদের পূর্ব অভিজ্ঞতা ও চাহিদা সনাক্তকরণ, সংশ্লিষ্ট পাঠের উপযোগী পদ্ধতি ও কৌশলসমূহ নির্ধারণ, পাঠের উদ্দেশ্য ও শিক্ষাক্রমের সাথে এর যোগসূত্র স্থাপন, পাঠদানের বিষয়বস্তু সংশ্লিষ্ট প্রয়োজনীয় উপকরণ সংগ্রহ/তৈরি ও এর সর্বোচ্চ ব্যবহার নিশ্চিতকরণ, পাঠের ধারাবাহিকতা রক্ষা এবং শিক্ষক ও শিক্ষার্থীদের কাজের সম্পর্ক স্থাপন করার জন্য পাঠ পরিকল্পনা প্রণয়ন ও অনুসরণ করা আবশ্যিক। পাঠ পরিকল্পনা প্রণয়ন ও তা ব্যবহারের মাধ্যমে একজন শিক্ষক নির্ধারিত বিষয়ের নির্ধারিত বিষয়বস্তু যৌক্তিক ও কার্যকরভাবে উপস্থাপন করতে পারেন। কাজেই একজন শিক্ষকের জন্য পাঠ পরিকল্পনা প্রণয়ন করা খুবই গুরুত্বপূর্ণ। এছাড়াও পাঠ পরিকল্পনার মাধ্যমে-

শ্রেণিকক্ষে শিখন-শেখানো কার্যক্রমকে সফল করে তোলা যায়।

- শিক্ষার্থীদের শিখনকে যথার্থ ও কার্যকর করতে সহায়তা করা যায়।
- শিখন-শেখানো কার্যক্রমে শিক্ষার্থীদের সক্রিয় অংশগ্রহণ নিশ্চিত করা যায়।
- শিখন-শেখানোর উপযুক্ত পদ্ধতি ও কৌশল অনুসরণ সম্ভব হয়।
- শিক্ষক ও শিক্ষার্থী উভয়ে কর্মতৎপর থাকে।
- পাঠের ধারাবাহিকতা বজায় রাখা সম্ভব হয়।
- শিখন-শেখানোর বরাদ্দকৃত সময়কে কার্যকরভাবে ব্যবহার করা সম্ভব হয়।
- বিষয়বস্তুর সাথে সামঞ্জস্য রেখে পাঠসংশ্লিষ্ট উপকরণ ব্যবহার করা যায়।
- শিখন-শেখানো কার্যক্রমে কার্যকরভাবে প্রশ্ন করা যায়।
- শিখন-শেখানো কার্যক্রম চলাকালীন এবং শেষে শিক্ষার্থীদেরকে মূল্যায়ন করা যায়।
- অপারগ শিশু সনাক্ত করে নিরাময়মূলক ব্যবস্থা গ্রহণ করা যায়।

গণিত পাঠ পরিকল্পনা প্রণয়নের জন্য বিবেচ্য বিষয়সমূহ

১. শিক্ষার্থী সম্পর্কে জ্ঞান

- শিক্ষার্থী সংশ্লিষ্ট বিষয়বস্তু সম্পর্কে কতটুকু জানে।
- শিক্ষার্থীর কোনো ভুল ধারণা আছে কিনা।
- শিক্ষার্থীর সবলতা ও দুর্বলতা সম্পর্কে জানা।

২. শিক্ষাক্রম সম্পর্কে জ্ঞান

- পাঠের মাধ্যমে অর্জিত যোগ্যতা ও শিখনফল জ্ঞান।

৩. পাঠের বিষয়বস্তুর প্রকৃতি

- সংশ্লিষ্ট বিষয়বস্তু বিমূর্ত নাকি মূর্ত?
- বস্তু, চিত্র, উদাহরণ, সমস্যা সমাধান, অনুশীলন ইত্যাদির কোন কোনটি প্রয়োজন?

৪. শিখন-শেখানো পদ্ধতি ও কৌশল

- শিক্ষার্থীকেন্দ্রিক কৌশল যেমন, দলগত কাজ, জোড়ায় কাজ, হাতে-কলমে কার্যক্রম, সমস্যাভিত্তিক শিখন।
- গণিতে দৃশ্যায়ন (visualization), মডেল, যন্ত্রপাতি ব্যবহারের পরিকল্পনা।
- বিষয়বস্তুর সাথে সঙ্গতিপূর্ণ পদ্ধতি নির্বাচন। যেমন, আরোহী, অবরোহী, সমস্যা সমাধান, আবিষ্কার ইত্যাদি।

৫. শিখন-শেখানো উপকরণ

- বস্তু, চার্ট, জ্যামিতিক সরঞ্জাম, ডিজিটাল টুল, মাল্টিমিডিয়া - কোনগুলো ব্যবহার করবেন?

৬. শিখন-শেখানোর ধাপ

- প্রস্তুতি → উপস্থাপন → অনুশীলন → মূল্যায়ন → পুনরালোচনা ও সারসংক্ষেপকরণ।
- সময় ব্যবস্থাপনা ও ধাপে ধাপে শিখন নিশ্চিত করা।

৭. দৈনন্দিন জীবনের সাথে সংযোগ স্থাপন

- গণিত ধারণাকে দৈনন্দিন জীবনের সমস্যা বা উদাহরণের সঙ্গে যুক্ত করা।

৮. মূল্যায়ন কৌশল

- গাঠনিক মূল্যায়ন: মৌখিক, লিখিত, অনুশীলন, টেস্ট ইত্যাদি

৯. প্রতিফলন

- কী কী কাজ সঠিকভাবে সম্পন্ন করা হয়েছে?
- কোথায় কোথায় সমস্যা হয়েছে?
- কী কী উন্নয়ন করা প্রয়োজন?
- শিখন-শেখানো কৌশল শিক্ষার্থী-কেন্দ্রিক ছিল কিনা?

গণিত পাঠ পরিকল্পনার ধাপসমূহ

১. পরিচিতি

এই অংশে শ্রেণি, বিষয়, সময়, পাঠের শিরোনাম ইত্যাদির তথ্য প্রদান করা হয়, যেগুলোকে ভিত্তি করে শিক্ষক সমগ্র পাঠের পরিকল্পনা করতে পারেন।

২. শিখনফল

পাঠদান প্রক্রিয়ায় মূল চাবিকাঠি হলো শিখনফল বা আচরণিক উদ্দেশ্য। পাঠের শেষে শিক্ষার্থীর আচরণে অর্থাৎ তার চিন্তায়, অনুভূতিতে, দক্ষতায় কি ধরণের পরিবর্তন শিক্ষক আশা করেছেন তা উদ্দেশ্যে লিপিবদ্ধ করতে হবে। পাঠের শিখনফল সুনির্দিষ্ট করা থাকলে শিক্ষক কি কি করবেন, কীভাবে করবেন এবং কিভাবে করলে শিক্ষার্থী সহজে ও আনন্দদায়কভাবে সক্রিয় অংশগ্রহণের মাধ্যমে শিখন অর্জন করতে পারবে, তা স্থির করা সম্ভব হবে। জাতীয় শিক্ষাক্রম -এ প্রতিটি বিষয়বস্তুর জন্য শিখনফল নির্ধারণ করা রয়েছে। পাঠ পরিকল্পনা প্রণয়নের সময় শিক্ষাক্রম থেকে শিখনফল সংগ্রহ করতে হবে।

৩. উপকরণ

শিক্ষককে তার পাঠের বিষয়বস্তু অনুযায়ী উপকরণ নির্বাচন ও ব্যবহার করতে হবে। আকর্ষণীয় এবং পাঠের সঙ্গে সম্পতিপূর্ণ উপকরণ ব্যবহার করলে তা শিক্ষার্থীর মনোযোগ ও আগ্রহকে ধরে রাখতে সমর্থ হয়। এক্ষেত্রে পরিবেশ থেকে প্রাপ্ত সহজলভ্য ও স্বল্প বা বিনামূল্যের উপকরণ ব্যবহার করা উত্তম। কাগজ, কলম, কাঁচি এবং স্কেল দিয়ে তৈরি করা যায় এমন সব শিক্ষা উপকরণ ব্যবহার করা যেতে পারে। কিছু বাস্তব উপকরণ যেমন, কাঠি, স্ট্র, বোতলের ছিপি, মার্বেল, বল এবং পানির বোতল ইত্যাদি শিক্ষা উপকরণ হিসেবে ব্যবহার করার দরকার হতে পারে। লক্ষ্য রাখতে হবে যেন উপকরণসমূহ কম দামের এবং একবার তৈরি করা হলে বারবার ব্যবহার করা যায়।

৪. প্রস্তুতি

প্রস্তুতি অংশে শিক্ষক শিক্ষার্থীর সঙ্গে প্রথম মানসিক যোগাযোগ ও সম্পর্ক স্থাপন করতে হবে। এই সম্পর্ক বন্ধুসুলভ এবং সৌহার্দপূর্ণ হওয়া প্রয়োজন। এজন্য প্রথমেই শ্রেণির পরিবেশকে সহজ ও ভীতিমুক্ত করতে হবে। অতঃপর শিক্ষককে শ্রেণিবিন্যাস এবং শ্রেণির পরিবেশ শিখনের উপযোগী করতে হবে। নতুন পাঠের জন্য প্রয়োজনীয় পূর্বজ্ঞান এবং অভিজ্ঞতা শিক্ষার্থীদের রয়েছে কি না, প্রশ্নের মাধ্যমে বা আলোচনার মাধ্যমে জেনে নিতে হবে। প্রস্তুতি থেকে অনেক শিক্ষার্থী নতুন পাঠের বিষয়বস্তু আন্দাজ করতে পারবে। যদি না পারে তবে শিক্ষককে পূর্ব অভিজ্ঞতার সাথে মিল করে নতুন পাঠের ঘোষণা দিয়ে নতুন পাঠের বিষয়বস্তু সুস্পষ্ট করে শিক্ষার্থীদের বলে দিতে হবে।

৫. উপস্থাপন

পাঠের বিষয়বস্তু উপস্থাপন সর্বাপেক্ষা গুরুত্বপূর্ণ অংশ। এই অংশই হচ্ছে শিক্ষার্থীর জ্ঞানভান্ডারকে নতুন করে জ্ঞানের সম্ভার দিয়ে সমৃদ্ধশালী করার জন্য পরিকল্পিত। নতুন ধারণা দান করার জন্য শিক্ষক দৈনন্দিন জীবনের বিভিন্ন উদাহরণ দিতে পারেন, সমস্যা সমাধানের জন্য সমস্যা অনুযায়ী বিভিন্ন রকম পদ্ধতি ও কৌশল অবলম্বন করতে পারেন এবং দক্ষতা অর্জনের জন্য ব্যবহারিক কাজের অনুশীলন করাতে পারেন। সর্বোপরি, এই অংশে শিক্ষক, শিক্ষার্থী তাদের নিজ নিজ জ্ঞান ও অভিজ্ঞতাকে কাজে লাগিয়ে আরও নতুন জ্ঞান ও অভিজ্ঞতা অর্জনে প্রয়াসী হবেন।

৬. মূল্যায়ন

এই অংশে শিক্ষক দেখবেন তিনি যে শিখনফল অর্জনের জন্য পাঠ শুরু করেছিলেন তা কতটা অর্জিত হয়েছে। এক্ষেত্রে শিক্ষক শিখন-শেখানো কার্যক্রম চলাকালীন প্রশ্ন করে, শিক্ষার্থীদের আলোচনায় অংশ গ্রহণের সুযোগ দিয়ে, বিভিন্ন সমস্যা সমাধান করতে দিয়ে, কাজ করতে দিয়ে মূল্যায়ন করতে পারেন। এছাড়াও শিক্ষার্থীদের শ্রেণিতে অর্জিত শিখন বাড়ির কাজের মাধ্যমে মূল্যায়ন করতে পারেন। তবে প্রাথমিক স্তরে জ্ঞান অর্জন, উপলব্ধি, প্রয়োগ উপর অধিক গুরুত্ব দিতে হবে। শিক্ষার্থীদের শিখন অগ্রগতি, শিক্ষকের শিখন-শেখানো কার্যাবলি পরিচালনা এবং শিক্ষা উপকরণ ব্যবহারের যথার্থতার বিবেচনায় পাঠের মূল্যায়ন করা প্রয়োজন। শিক্ষার্থীদের মূল্যায়নের মাপকাঠি হিসেবে শুধুমাত্র দক্ষতা ও জ্ঞান অর্জনকেই এখানে গুরুত্ব দেয়া উচিত নয়, বরং শ্রেণির শিখন-শেখানো কার্যাবলিতে অংশগ্রহণ এবং শিক্ষার্থীদের পারস্পরিক মিথস্ক্রিয়াকে প্রাধান্য দেয়া প্রয়োজন।

অংশ-গ

পাঠ পরিকল্পনা প্রণয়ন ও উন্নয়ন

নমুনা পাঠপরিকল্পনা (৪র্থ শ্রেণি)

পাঠ: গুণিতক নির্ণয়

পাঠ্যপুস্তকের পৃষ্ঠা: ৮২-৮৩

শিখনফল

২.৮.৫ গুণিতক কী তা বলতে পারবে।

২.৮.৬ উৎসাহের সঙ্গে বিভিন্ন সংখ্যার গুণিতক নির্ণয় করতে পারবে।

উপকরণ: পাঠ সংশ্লিষ্ট ছবি, স্থানীয়মানের চার্ট, কাগজ, কলম, মার্কার, পোস্টার পেপার, নমিনেশন স্টিক

শিখন-শেখানো কার্যাবলি

(শিক্ষক সহায়িকায় প্রস্তুতি, উপস্থাপন ও মূল্যায়ন ধাপগুলো শিখন-শেখানো কার্যাবলীর অন্তর্ভুক্ত হিসেবে একত্রে বর্ণনা করা হয়েছে)

১. সালাম ও কুশল বিনিময়ের মাধ্যমে শিখন উপযোগী পরিবেশ তৈরি করে পাঠ শুরু করবেন।

২. শিক্ষার্থীদের পূর্ব পাঠের শিখন স্মরণ করতে বলবেন। বোর্ডে ৮, ১২, ১৬, ২০ সংখ্যাগুলো লিখবেন এবং সবগুলো সংখ্যা কোন কোন সংখ্যার গুণিতক তা বের করতে বলবেন। নমিনেশন স্টিক ব্যবহার করে কয়েকজন

শিক্ষার্থীকে তাদের উত্তর বোর্ডে লিখতে সহায়তা করবেন। সকল শিক্ষার্থী পূর্ব পাঠের শিখন স্মরণ করতে ও সংখ্যাগুলো কোন কোন সংখ্যার গুণিতক তা বের করতে পারছে।

৩. আজও আমরা বিভিন্ন সংখ্যার গুণিতক নির্ণয় সম্পর্কে শিখব শিক্ষার্থীদের উদ্দেশ্যে বলবেন এবং বোর্ডে পাঠের শিরোনাম গুণিতক নির্ণয় লিখবেন।

৪. পাশাপাশি বসা শিক্ষার্থীদের দলে আলোচনা করে পাঠ্যপুস্তকের পৃষ্ঠা ৮২ এর অনুশীলন ২ পেনসিল ব্যবহার করে নিজ নিজ পাঠ্যপুস্তকের সম্পন্ন করতে প্রয়োজনীয় নির্দেশনা দিবেন। তাদের কাজ ঘুরে ঘুরে দেখবেন এবং প্রয়োজনে সহায়তা করবেন। কাজ শেষ হলে যেকোনো একটি দলকে ৫ এর গুণিতক বের করার কাজ সকলের উদ্দেশ্যে উপস্থাপন করতে সহায়তা করবেন এবং অন্যান্যদের তাদের কাজ মিলিয়ে নিতে বলবেন। প্রয়োজনীয় সহায়তার মাধ্যমে সকল দলের শিক্ষার্থী সঠিকভাবে সংখ্যা চার্টে ৫ এর গুণিতকগুলো চিহ্নিত করতে পেরেছে নিশ্চিত হবেন। এরপর অন্য একটি দলকে ৭ এর গুণিতক বের করার কাজ সকলের উদ্দেশ্যে উপস্থাপন করতে সহায়তা করবেন এবং অন্যান্যদের তাদের কাজ মিলিয়ে নিতে বলবেন। সকল শিক্ষার্থী সঠিকভাবে সংখ্যা চার্টে ৭ এর গুণিতকগুলো চিহ্নিত করতে পেরেছে নিশ্চিত হবেন।

৫. শিক্ষার্থীদের এককভাবে তাদের পাঠ্যপুস্তকের ৮৩ পৃষ্ঠার অনুশীলন ৩ এর উত্তর পেনসিল দিয়ে লিখতে বলবেন। তাদের কাজ ঘুরে ঘুরে যাচাই করবেন এবং প্রয়োজনে সহায়তা করবেন।

৬. শিক্ষার্থীদের এককভাবে তাদের পাঠ্যপুস্তকের ৮৩ পৃষ্ঠার অনুশীলন ৪, ৫, ৬ ও ৭ এর উত্তর নির্দেশনা মাফিক পেনসিল দিয়ে সম্পন্ন করতে বলবেন। তাদের কাজ ঘুরে ঘুরে যাচাই করবেন এবং প্রয়োজনে সহায়তা করবেন। সকল শিক্ষার্থী পেনসিল ব্যবহার করে বইয়ে অনুশীলনগুলো সম্পন্ন করেছে নিশ্চিত হবেন।

৭. শিক্ষার্থীদের নতুন চ্যালেঞ্জিং প্রশ্ন করবেন এবং বোর্ডে লিখবেন-

- ১ থেকে ১০০ এর মধ্যে ৭ এর গুণিতক কয়টি?

শিক্ষার্থীদের চিন্তা করে সমস্যাটি সমাধানের জন্য ৫ মিনিট সময় দিবেন এবং এককভাবে সমাধানে উৎসাহিত

করবেন। যথাযথ উপায়ে সমস্যাটির সমাধান করতে পেরেছে নিশ্চিত হবেন এবং সবার আগে সম্পন্ন করা ২-৩

জন শিক্ষার্থীকে তাদের কাজ সকলের উদ্দেশ্যে বিনিময় করতে দিবেন।

৮. সময় থাকলে অনুরূপভাবে ভিন্ন সংখ্যার গুণিতক বের করতে দিবেন। যেমন,

- ১ থেকে ১০০ এর মধ্যে ৬ এর গুণিতক কয়টি?
- ১ থেকে ১০০ এর মধ্যে ৮ এর গুণিতক কয়টি?

৯. শিক্ষক শিক্ষার্থীদের জিজ্ঞাসা করবেন এই পাঠ থেকে আমরা কী শিখলাম। শিক্ষার্থীদের উত্তরের সাথে মিল করে পাঠের সারসংক্ষেপ করবেন এবং পাঠের অর্জন ঘোষণা করবেন। পরবর্তী পাঠে আমরা বিভিন্ন সংখ্যার গুণনীয়ক নির্ণয় সম্পর্কে জানব বলবেন এবং সকলকে ধন্যবাদ দিয়ে পাঠ সমাপ্ত করবেন।

অনুশীলন: ১ম-৫ম শ্রেণির গণিতের যেকোনো বিষয়বস্তুর উপর একটি পাঠ পরিকল্পনা তৈরি করি।

পাঠ পরিকল্পনা উন্নয়ন

একটি পাঠ পরিকল্পনা প্রণয়ন করলেই তা সকল শিক্ষার্থীর শিখনফল অর্জনে যথাযথ পরিকল্পনা হিসেবে বিবেচিত নাও হতে পারে। অর্থাৎ প্রতিটি পাঠ পরিকল্পনারই উন্নয়নের ক্ষেত্র রয়েছে। তাই পাঠ পরিকল্পনাটি দলে উপস্থাপন ও আলোচনা করে এর উন্নয়ন করা সম্ভব। নিচে পাঠ পরিকল্পনা উন্নয়নের কয়েকটি উপায় উল্লেখ করা হলো-

১. সহপাঠীদের সামনে উপস্থাপন ও আলোচনা
২. বুদ্ধিক ব্যবহার করে পর্যালোচনা
৩. মডেল পাঠ পরিকল্পনার আলোকে বিশ্লেষণ
৪. গঠনমূলক ফিডব্যাক
৫. সংশোধন ও পরিমার্জন

অংশ: ক-খ

পাঠ প্রদর্শন, পর্যবেক্ষণ ও ফলাবর্তন

প্রণীত পাঠপরিকল্পনা অনুসরণ করে পাঠ প্রদর্শন ও পর্যবেক্ষণের জন্য প্রস্তুতি

শিক্ষার্থীদের মধ্যে থেকে একজনকে শিক্ষক হিসেবে নির্বাচন করি। পাঠপরিকল্পনা অনুসারে উপকরণ তৈরি/সংগ্রহ করি এবং পাঠ প্রদর্শনের জন্য প্রস্তুতি গ্রহণ করি। অন্যান্য শিক্ষার্থী ও প্রশিক্ষক পাঠ পর্যবেক্ষণের জন্য প্রস্তুতি নিবেন।

পাঠ পর্যবেক্ষণের জন্য পর্যবেক্ষকগণের করণীয়-

১. প্রস্তুতি পর্যায়

- পর্যবেক্ষণের উদ্দেশ্য বুঝে নেওয়া
- কী কী পর্যবেক্ষণ করতে হবে সে সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা নেওয়া
- পাঠ পরিকল্পনা পড়ে নেওয়া

২. পাঠ চলাকালীন পর্যবেক্ষকগণের করণীয়

- নির্দিষ্ট পর্যবেক্ষণ ছক অনুযায়ী পর্যবেক্ষণ করা
- পর্যবেক্ষকরা নিম্নোক্ত দিকগুলো মনোযোগ দিয়ে দেখবেন-
 - ✓ শিখনফল অনুযায়ী শিখন-শেখানো কার্যক্রম
 - ✓ শিক্ষণ-পদ্ধতি ও কৌশল
 - ✓ শিক্ষার্থীর অংশগ্রহণ ও সক্রিয়তা
 - ✓ শ্রেণিকক্ষ ব্যবস্থাপনা
 - ✓ শিক্ষণ উপকরণ ও প্রযুক্তি ব্যবহার
 - ✓ ধারণার ব্যাখ্যা ও স্পষ্টতা
 - ✓ প্রশ্ন করার দক্ষতা
 - ✓ মূল্যায়নের ধরন
- মন্তব্য নয়-তথ্য লিপিবদ্ধ করা
- পাঠে বিঘ্ন সৃষ্টি না করা
- কথা না বলা
- শিক্ষক এবং শিক্ষার্থীকে বিভ্রান্ত করা
- শিক্ষককে স্বাভাবিকভাবে পাঠ পরিচালনা করতে দেওয়া

পাঠ মূল্যায়নের জন্য রুব্রিক

শিখন-শেখানো (Teaching-Learning) কার্যক্রমের মানোন্নয়ন ও পর্যবেক্ষণে রুব্রিক অত্যন্ত কার্যকর একটি মূল্যায়ন সরঞ্জাম। এর মাধ্যমে একটি পাঠে শিক্ষকের জ্ঞান, দক্ষতা, উপস্থাপন, শিক্ষার্থীর অংশগ্রহণ, ব্যবহৃত কৌশল, উপকরণ, ব্যবস্থাপনা ও মূল্যায়ন সবকিছুই সুস্পষ্ট মানদণ্ড অনুযায়ী বিচার করা যায়।

ক্যাটাগরি		স্কোর				
		নিম্নের ১-৫ এর বর্ণনা থেকে যে কোন একটি বাছাই করতে হবে				
		১	২	৩	৪	৫
A	পাঠের অভিজ্ঞতা শিখনফল এবং অর্জিত শিখনফলের মধ্যে সম্পর্ক	সংগতিবিহীন শিখনফল নির্ধারণ এবং শিক্ষাক্রমের শিখন ফলের আলোকে পাঠ পরিকল্পনা প্রণয়ন/পরিচালনা না করা। শিক্ষাক্রমের শিখনফলের সাথে সংগতিবিহীন শিখনফল অর্জন বা কোন শিখনফলই অর্জন না করা।	বোধগম্য শিখনফল নির্ধারণ করা। শিক্ষাক্রমের শিখনফল সামান্য বিবেচনায় নিয়ে পাঠ পরিকল্পনা/পরিচালনা করা। শিক্ষাক্রমের শিখনফলের সাথে আংশিক সংগতিপূর্ণ শিখনফল অর্জন করা।	সুস্পষ্ট শিখনফল নির্ধারণ করা। শিক্ষাক্রমের শিখনফল অনুসরণে পাঠ পরিকল্পনা/পরিচালনা করা। শিক্ষাক্রমের শিখনফলের সাথে সংগতিপূর্ণ গ্রহণযোগ্য শিখনফল অর্জন করা।	সুস্পষ্ট শিখনফল নির্ধারণ করা। শিক্ষাক্রমের শিখনফল অনুসরণে পাঠ পরিকল্পনা/পরিচালনা করা। শিক্ষাক্রমের শিখনফলের সাথে সম্পূর্ণ সংগতিপূর্ণ শিখনফল অর্জন করা।	শিক্ষাক্রমের আলোকে সুস্পষ্ট, সুনির্দিষ্ট এবং অর্জনযোগ্য শিখনফল নির্ধারণ করা। শিখনফল অর্জনের লক্ষ্যে যথাযথভাবে পাঠ পরিকল্পনা প্রণয়ন/পরিচালনা করা এবং উচুমাত্রায় শিখনফল অর্জন করা।
B	শিখন প্রক্রিয়া (ধাপসমূহ এবং শিখন-শেখানো কার্যক্রম বাছাই এর মধ্যে সংযোগ)	শিখন-শেখানোর ধাপসমূহের মধ্যে পারস্পরিক সম্পর্ক বজায় না রাখা। শিখন প্রক্রিয়ায় বেশিরভাগ শিক্ষার্থীকে সম্পৃক্ত করতে না পারা।	শিখন-শেখানোর ধাপসমূহের মধ্যে পারস্পরিক সম্পর্ক কিছুটা কিছুটা বজায় রাখা। শিক্ষার্থীরা কীভাবে শেখে-এ বিষয়টি আংশিক বিবেচনায় আনা। শিখন প্রক্রিয়ায় সকল শিশুকে সম্পৃক্ত না করা।	শিখন-শেখানোর ধাপসমূহের মধ্যে পারস্পরিক সম্পর্কে বজায় রাখা। শিক্ষার্থীরা কীভাবে শেখে - এ বিষয়টি বিবেচনায় আনা। শ্রেণীর বেশিরভাগ শিক্ষার্থীর শিখন প্রক্রিয়ায় অংশগ্রহণ নিশ্চিত করা।	শিখন-শেখানোর ধাপসমূহের যথাযথভাবে পারস্পরিক সম্পর্ক বজায় রাখা। শিখন প্রক্রিয়ায় সকল শিক্ষার্থীর সক্রিয় অংশগ্রহণ নিশ্চিত করে শিখনে উৎসাহিত করা।	শিখন-শেখানোর ধাপসমূহের যথাযথভাবে ও স্বাভাবিকভাবে সম্পর্ক বজায় রাখা। পরিকল্পিত প্রক্রিয়ার মাধ্যমে পরোক্ষভাবে শিক্ষার্থীদের শিখনে সহায়তা করা। শিখনে সকল শিক্ষার্থীর সক্রিয় অংশগ্রহণ নিশ্চিত করা।
C	শিক্ষার্থীর চিন্তন ও শিখনের সুযোগ	শিক্ষক কর্তৃক বিষয়বস্তুর ব্যাখ্যাতেই বেশিরভাগ সময় ব্যয় করা। পাঠ্যপুস্তক বর্ণিত নতুন শব্দ এবং ধারণা শিক্ষার্থীদের পড়তে এবং/অথবা মুখস্ত করতে দেওয়া। কোন সমস্যা নিয়ে শিক্ষার্থীদের কদাচিৎ চিন্তা করার সুযোগ দেওয়া।	শিক্ষার্থীদের নিজস্ব জ্ঞান ও ধারণা প্রকাশের সামান্য সুযোগ দেওয়া। পাঠে যা কিছু শেখানো হয়েছে শিক্ষার্থীদের তা মুখস্থ বলতে দেওয়া। পূর্বে শেখানো বা পরিচিত কোন পদ্ধতি (Procedure) অনুসরণে সম্পন্ন করা যায় এমন কিছু কাজ শিক্ষার্থীদের করতে দেওয়া।	শিক্ষার্থীদের নিজস্ব ধারণা প্রকাশের জন্য কিছু পরিমাণ সুযোগ দেওয়া। শিক্ষার্থীদের অপেক্ষাকৃত কঠিন (Challenging) কিন্তু তাদের সামর্থ্যের মধ্যে সমাধান করা সম্ভব এমন কাজ দেওয়া।	শিক্ষার্থীদের অপরিচিত, অপেক্ষাকৃত কঠিন (Challenging) প্রশ্ন/সমস্যা সমাধান করতে দেওয়া। প্রদত্ত সমস্যার সমাধানের ক্ষেত্রে পরিকল্পনা প্রণয়ন, পরিকল্পনা অনুসরণ এবং উপসংহারে পৌঁছতে শিক্ষার্থীদের সাহায্য করা।	শিক্ষার্থীদের একক এবং/বা যৌথ উদ্যোগে কোন প্রশ্ন/সমস্যা তৈরী করতে, সে প্রশ্নের উত্তরের/সমস্যা সমাধানের পরিকল্পনা প্রণয়ন, পরিকল্পনা অনুসরণ এবং উপসংহারে পৌঁছাতে প্রয়োজনীয় সহায়তা প্রদান করা।

অংশ-ঘ

ফলাবর্তন প্রদান কৌশল

পাঠ পর্যবেক্ষণের পর পর্যবেক্ষকগণ পাঠের মানোন্নয়নের জন্য পাঠের উপর আলোচনার আয়োজন করবেন। আলোচনা ও ফলাবর্তনের মাধ্যমে পাঠের মানোন্নয়নের জন্য প্রয়োজনীয় পরামর্শ ও দিক নির্দেশনা প্রদান করবেন। স্টিভেন মিনজ ফলাবর্তনকে গঠনমূলক করার ছয়টি উপায় নির্ধারণের ধারণা দিয়েছেন। সেগুলো হলো-

ধাপ-১: প্রথমেই ফলাবর্তনের উদ্দেশ্য বর্ণনা করা

ধাপ-২: পর্যবেক্ষিত বিষয় সুনির্দিষ্টভাবে বর্ণনা করা

ধাপ-৩: প্রতিক্রিয়া বর্ণনা করা

ধাপ-৪: শিক্ষকের প্রতিক্রিয়া, ধারণা, অনুচিন্তন ইত্যাদি বলার সুযোগ প্রদান করা

ধাপ-৫: পারস্পরিক মতামত প্রদানের সুযোগ সৃষ্টি করা

ধাপ-৬: আলোচনার সারসংক্ষেপ করা এবং সহায়তার উপায় ব্যাখ্যা করা

উপরোক্ত উপায়গুলো বিবেচনায় এনে ফলাবর্তন আলোচনার ক্ষেত্রে-

- ফলাবর্তন প্রদানের সময় প্রশংসা দিয়ে শুরু করা, যেমন: আপনার পাঠ সুন্দর হয়েছে। পাঠের যেই দিকগুলো ভালো ছিলো তা তুলে ধরা ইত্যাদি।
- শিক্ষকের অনুচিন্তন প্রকাশে সহায়তা করা। যেমন: আপনার ভাবনা কী? কেন এভাবে করলেন?
- নির্দিষ্ট একটি করে ইস্যু নিয়ে আলোচনায় অগ্রসর হওয়া;
- পর্যায়ক্রমে পর্যবেক্ষণকারী সকলকে ফিডব্যাক প্রদানের সুযোগ দেওয়া;
- আলোচনার সময় একজনকে পরামর্শগুলো নোট করতে সহায়তা করা;
- আলোচনার সারসংক্ষেপ করা এবং পরবর্তী লক্ষ্য নির্ধারণ করা;
- সকলকে ধন্যবাদ দিয়ে আলোচনা শেষ করা।

পাঠপরিকল্পনা প্রণয়ন, উন্নয়ন ও পাঠ প্রদর্শন একটি সমন্বিত ধারাবাহিক প্রক্রিয়া, যা শিখন-শেখানোর মানোন্নয়নে গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা পালন করে। পাঠপরিকল্পনা শিক্ষককে বিষয়বস্তুর গভীরতা অনুধাবন, উপযুক্ত কৌশল নির্বাচন এবং শিক্ষার্থীর শেখার প্রয়োজন অনুযায়ী কার্যক্রম সাজাতে সহায়তা করে। পরিকল্পনা প্রণয়নের পর এর উন্নয়ন প্রক্রিয়া পাঠের কার্যকারিতা বাড়াই যেখানে সূক্ষ্ম-অনুচিন্তন, পর্যালোচনা গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা পালন করে। এছাড়াও পাঠ প্রদর্শনের মাধ্যমে শিক্ষককে পরিকল্পিত কৌশল বাস্তবে প্রয়োগের দক্ষতা অর্জনে এবং পর্যবেক্ষণ ও ফলাবর্তনের মাধ্যমে ভবিষ্যৎ পাঠ আরও উন্নয়ন করে পেশাগত দক্ষতা অর্জনে সহায়তা করে।

অংশ-ক

গণিত শিখন মূল্যায়ন একটি গুরুত্বপূর্ণ বিষয়। পূর্বে গণিত শিখন-শেখানো প্রক্রিয়ায় শিক্ষার্থীর কাজ ছিল শিক্ষককে অনুকরণ করা বা শিক্ষকের নির্দেশনার আলোকে অনুশীলন করা। কিন্তু আধুনিক শিখন শেখানোর ধারায় বিবিধ কৌশল নিহিত রয়েছে, যেমন সমস্যা সমাধান, অনুসন্ধান বা গবেষণা, ব্যবহারিক কাজ প্রভৃতি। তাই গণিত শিক্ষার এ পরিবর্তনের ধারায় মূল্যায়ন পদ্ধতিকে আরও সমৃদ্ধ করা অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ।

বাংলাদেশের শিখন-শেখানো কার্যক্রম পর্যবেক্ষণ করলে প্রায়ই দেখা যায় যে, শিক্ষার্থীদের ভুলভ্রান্তিকে শিক্ষক শিক্ষার্থীর সক্ষমতার অভাব বা প্রচেষ্টার অভাব বলে ধরে নেন। শিক্ষক বেশিরভাগ ক্ষেত্রে শিক্ষার্থীদের অভিমত বা চিন্তাকে আমলে নেন না। যার কারণে শিক্ষার্থী ও শিক্ষক উভয়েই পরবর্তী শিখনের সুযোগ থেকে বঞ্চিত হন।

বিভিন্ন ধরনের শিক্ষার্থী যাতে গাণিতিক দক্ষতা অর্জন করার জন্য উৎসাহিত হয় সেজন্য সামষ্টিক মূল্যায়নের পাশাপাশি গাঠনিক মূল্যায়নের উপর বিশেষ জোর দেওয়া গুরুত্বপূর্ণ। এই অধ্যায়ে গণিত শিখন মূল্যায়নের ধারণা, মূল্যায়নের ধরন, মূল্যায়নের বিভিন্ন প্রকার পদ্ধতি ও কৌশল, গণিত শিখন মূল্যায়নের ক্ষেত্র, মূল্যায়ন টুলস প্রণয়ন ও ব্যবহার ইত্যাদি সম্পর্কে আলোকপাত করা হয়েছে।

শিক্ষার্থীর শিখন মূল্যায়নের উদ্দেশ্য ও গুরুত:

শিক্ষার্থীর শিখন মূল্যায়নের প্রধান উদ্দেশ্য হলো শিক্ষার্থীকে তার শিখনে সহায়তা করা। বাস্তবতার নিরিখে মূল্যায়নের ফলাফল যে উদ্দেশ্যে ব্যবহার করা হয়, তাকে কয়েকটি ভাগে ভাগ করা যায়। যথা, (ক) শিক্ষার্থীকে মানসম্মত শিখনে সহায়তা করা; (খ) শিক্ষার্থীর পারদর্শিতার রেকর্ড সংরক্ষণ ও পরবর্তী শ্রেণিতে উত্তীর্ণ হওয়া এবং (গ) শিক্ষকের শিখন-শেখানো প্রক্রিয়ার মানোন্নয়ন করা।

আবার, শিক্ষার্থীর শিখন মূল্যায়নের বেশ কিছু গুরুতও রয়েছে। যেমন, বিদ্যালয় থেকে শুরু করে রাষ্ট্রীয় ক্ষেত্রে এই ফলাফল সামগ্রিকভাবে ব্যবহার করা হয়। এছাড়াও শিক্ষাক্রমে বর্ণিত শিক্ষার লক্ষ্য কতটা অর্জিত হয়েছে তা বোঝা যায় এই মূল্যায়নের মাধ্যমে। শিক্ষার্থীর গ্রেড, তার অবস্থান, অগ্রগতি, শিখন চাহিদা, শিক্ষাক্রম ইত্যাদি সবকিছুর ওপর মূল্যায়নের প্রভাব রয়েছে।

গণিত শিখন মূল্যায়নের ক্ষেত্র

সকল শিক্ষার্থীর গাণিতিক সাক্ষরতা অর্জন ও গণিতের জ্ঞান কে সুদৃঢ় করার জন্য গণিত শিখন মূল্যায়নের ক্ষেত্র সম্পর্কে সম্যক ধারণা থাকতে হবে। তাই শিখন মূল্যায়নের ক্ষেত্র সম্পর্কে সম্যক ধারণা লাভে জন্য শুরুতেই নিম্নরূপ প্রশ্নের উত্তর চিন্তাকরা যেতে পারে:

- গণিত শিখন মূল্যায়নে কী কী বিষয় বিবেচনা করা উচিত? কেন?
- গণিত শিখন মূল্যায়নের ক্ষেত্রগুলো কী?
- শিক্ষার্থীর শিখন মূল্যায়নে ক্ষেত্রগুলো কীভাবে ব্যবহার করতে হবে?

গণিত শিখন মূল্যায়নের বিবেচ্য বিষয়

গণিত শিখন মূল্যায়নে কয়েকটি মৌলিক বিষয় বিবেচনা করা প্রয়োজন। শিক্ষার্থীর গণিতের নিয়ম, নীতি ও ধারণা কেবল মুখস্থ নয়, বরং কেন ও কীভাবে কাজ করে তা কতটা অনুধাবন করেছে, তা বিবেচনা করে মূল্যায়ন করতে হবে। পাশাপাশি প্রক্রিয়াগত ধারণা, সমস্যা সমাধান দক্ষতা মূল্যায়ন করতে হয়, অর্থাৎ তারা গণনার ধাপ, সূত্র প্রয়োগ এবং সমাধান প্রক্রিয়া কতটা সঠিকভাবে অনুসরণ করেছে এবং যৌক্তিকভাবে সমাধানে করতে পারছে কিনা তা যাচাই করা অপরিহার্য। এ ছাড়া বিশ্লেষণ, তুলনা, যুক্তি প্রদর্শন ও সিদ্ধান্তে পৌঁছানোর সক্ষমতা বিবেচনা করে মূল্যায়ন করতে হয়।

গাণিতিক দক্ষতা মূল্যায়নের ক্ষেত্রে যোগাযোগ দক্ষতাও একটি গুরুত্বপূর্ণ বিবেচ্য বিষয়। অর্থাৎ শিক্ষার্থী তার সমাধান ভাষা, চিত্র বা প্রতীকের মাধ্যমে পরিষ্কারভাবে ব্যাখ্যা করতে পারে কিনা, বিভিন্ন উপস্থাপন পদ্ধতি যেমন গ্রাফ, টেবিল, জ্যামিতিক চিত্র বা মডেল ব্যবহার করে ধারণা প্রকাশের সক্ষমতা আছে কিনা, গণিত শেখার প্রতি মনোভাব, আগ্রহ আত্মবিশ্বাস আছে কিনা, ইত্যাদি।

গণিত শিখন মূল্যায়নের ক্ষেত্র

মূল্যায়নের ক্ষেত্রে গাণিতিক ধারণা (Mathematical Conceptual Knowledge) : শিক্ষার্থীদের পূর্বে শেখা সুনির্দিষ্ট/ সর্বজনীন কোনো কিছু (সংজ্ঞা, ঘটনা, প্রক্রিয়া, তত্ত্ব ইত্যাদি) স্মরণ করার মানসিক প্রক্রিয়াই হলো গাণিতিক ধারণাগত জ্ঞান (MCK)। এছাড়াও গাণিতিক ধারণাগত জ্ঞান হলো দৈনন্দিন গাণিতিক প্রয়োজনে বা কোনো গাণিতিক সমস্যা সমাধানে কী করতে হবে তা বুঝতে পারা।

উদাহরণস্বরূপ: সনাক্ত করা, স্মরণ করা, পুনরায় করা, গণনা করা, তুলনা করা, পার্থক্য করা, সংখ্যার ছোট-বড় চিনতে পারা, পুনঃউপস্থাপন করা, প্রতিলিপি করা ইত্যাদি। যেমন, ৭ এর ঘরের নামতা বলি? অথবা সামান্ড রিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সূত্র কী? ইত্যাদি।

প্রক্রিয়াগত ধারণা (Procedural knowledge): শিক্ষার্থীর গণিতের বিষয়বস্তু/তথ্যসমূহ উপলব্ধি করে দৈনন্দিন গাণিতিক প্রয়োজনে বা গাণিতিক সমস্যা সমাধানে যে প্রক্রিয়া/কৌশল ব্যবহার করতে হবে তা নির্ধারণ করতে পারাই হচ্ছে গণিতের প্রক্রিয়াগত ধারণা। অর্থাৎ ধারাবাহিকভাবে গাণিতিক সমস্যার সমাধানের কৌশল (কোনটি, কীভাবে করতে হবে তা) সম্পর্কে সম্যক ধারণা থাকা।

উদাহরণস্বরূপ: বর্ণনা করা, ব্যাখ্যা করা, পার্থক্য নির্ণয় করা, উদাহরণ দেয়া, শ্রেণিকরণ করা, উপযুক্তটি বেছে নেয়া ইত্যাদি। যেমন, ১৪ ও ৩৬ লসাগু কত অথবা ৫, ৮, ১২, ১৫ ও ২০ এর গড় কত? উপযুক্ত প্রক্রিয়া মেনে ফলাফল করতে পারা।

সমস্যা সমাধান (Problem solving): শিক্ষার্থীদের গাণিতিক ধারণা ও প্রক্রিয়াগত ধারণা প্রয়োগের মাধ্যমে গাণিতিক সমস্যার সমাধান করতে পারা, বাস্তব জীবনের সাথে মিল করে গাণিতিক সমস্যা তৈরি করতে পারা এ স্তরের কাজ। এক্ষেত্রে শিক্ষার্থীদের গণিতের কোনো ধারণা, পদ্ধতি, সূত্র বা কোনো অর্জিত জ্ঞানকে বাস্তব ক্ষেত্রে বা নতুন পরিস্থিতিতে কাজে লাগানোর ক্ষমতাই হলো সমস্যা সমাধান বা প্রয়োগ দক্ষতা।

উদাহরণ স্বরূপ; গণিতের ক্ষেত্রে হিসাব-নিকাশ করা, উদাহরণসহ ব্যাখ্যা করা, সম্পর্ক দেখানো, চিত্র অঙ্কন করা, সমস্যা সমাধান করা ইত্যাদি। যেমন; ২০০ টাকায় ১০০টি দরে লিচু কিনে ২২০ টাকা দরে প্রতিশত লিচু বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে?

সামষ্টিক মূল্যায়ন কৌশল

প্রাথমিক স্তরের সামষ্টিক মূল্যায়ন সুষ্ঠুরূপে বাস্তবায়নের জন্য একটি সামষ্টিক মূল্যায়ন কৌশল নির্ধারণ করা হয়েছে। ধারাবাহিক মূল্যায়ন কৌশলের ন্যায় সামষ্টিক মূল্যায়নেরও ৫টি অংশ রয়েছে।

সামষ্টিক মূল্যায়নে যা অন্তর্ভুক্ত হতে পারে -

আনুষ্ঠানিক পরীক্ষা, লিখিত প্রশ্নপত্র, মৌখিক ও পর্যবেক্ষণ চেকলিস্ট, এসাইনমেন্ট বা অর্পিত কর্ম সম্পাদন, ব্যবহারিক কাজ, হাতে কলমে কাজ, প্রজেক্ট সম্পাদন ইত্যাদি

সামষ্টিক মূল্যায়ন কখন কীভাবে সংঘটিত হয়?

- সামষ্টিক মূল্যায়ন ধারাবাহিক মূল্যায়নের মতো শ্রেণিকার্য চলাকালীন শ্রেণি/বিষয় শিক্ষক দ্বারা পরিচালিত নয়।

- সামষ্টিক মূল্যায়ন প্রত্যেক প্রান্তিকের শেষে অনুষ্ঠিত হবে ।
- সামষ্টিক মূল্যায়ন আনুষ্ঠানিক নিয়ম কানুনের ভিত্তিতে পরীক্ষার মাধ্যমে সংঘটিত হবে এবং এর ব্যবস্থাপনা বিদ্যালয় দ্বারা নিয়ন্ত্রিত ।
- পূর্বনির্ধারিত সময়ে, নির্ধারিত স্থানে/শ্রেণিকক্ষে সামষ্টিক মূল্যায়ন অনুষ্ঠিত হবে ।
- এই মূল্যায়নে সব শিক্ষার্থীর জন্য একই টুলস ব্যবহার করা হবে ।
- মূল্যায়ন যে শ্রেণিকক্ষে অনুষ্ঠিত হবে, সেখানে এক বা একাধিক শিক্ষককে পরিদর্শনের দায়িত্ব পালন করবেন । পরিদর্শনকারী শিক্ষকগণ পরীক্ষার নিয়মকানুন বজায় রাখার দায়িত্ব পালন করবেন ।

অংশ-খ

মূল্যায়ন টুলস প্রণয়ন ও ব্যবহার

শিক্ষার্থীদের কার্যকর গণিত শিখন নিশ্চিত করার জন্য মূল্যায়ন কৌশলের অংশ হিসেব মূল্যায়ন টুলস প্রণয়ন ও কার্যকর ব্যবহার খুবই গুরুত্বপূর্ণ । নিচের ছকে সামষ্টিক মূল্যায়নের কৌশল দেখানো হলো-

শ্রেণি: ১ম থেকে ৫ম				
মূল্যায়ন ক্ষেত্র	বিবেচ্য বিষয়	মূল্যায়ন পদ্ধতি	মূল্যায়ন টুলস	উদাহরণ
গাণিতিক ধারণা	<ul style="list-style-type: none"> • গাণিতিক সমস্যা সমাধানে কোন ধরনের গাণিতিক প্রক্রিয়া ব্যবহার করতে হবে তা বুঝতে পারা। যেমন বেশি হওয়া-কম হওয়া, ছোট হওয়া-বড় হওয়া, দূরে-কাছে, অপরিবর্তিত থাকা, বস্তুর আলোকে পরিমাপের একক, জ্যামিতিক আকৃতি ইত্যাদি সম্পর্কে ধারণা। • গাণিতিক সমস্যা সমাধান করতে কোন কোন গাণিতিক প্রক্রিয়া (যেমন : যোগ, বিয়োগ, গুণ বা ভাগ) ব্যবহার করতে হয় এবং কেন তা বুঝতে পারা। 	লিখিত	প্রশ্ন/প্রশ্নপত্র	সামষ্টিক মূল্যায়নের জন্য টুলস/প্রশ্ন প্রণয়ন করতে হবে। (সামষ্টিক মূল্যায়নের জন্য নৈব্যক্তিক ও কাঠামোবদ্ধ প্রশ্ন)
গাণিতিক প্রক্রিয়াগত ধারণা	<ul style="list-style-type: none"> • গাণিতিক সমস্যা সমাধানের ধাপ সম্পর্কে জানা • ভিন্ন ভিন্ন গাণিতিক প্রক্রিয়া ব্যবহার কৌশল জানা। যেমন- হাতে রেখে ও না রেখে যোগ, বিয়োগ, গুণ, ভাগ এবং ভগ্নাংশের যোগ ও বিয়োগ ইত্যাদি। • গাণিতিক কৌশল সম্পর্কে যৌক্তিক ব্যাখ্যা বুঝতে পারা। অর্থাৎ ধারাবাহিকভাবে গাণিতিক সমস্যার সমাধানের কৌশল (কোনটি, কীভাবে করতে হবে তা) সম্পর্কে সম্যক ধারণা থাকা। 	লিখিত	প্রশ্ন/প্রশ্নপত্র	
সমস্যা সমাধান	<ul style="list-style-type: none"> • গাণিতিক সমস্যার সমাধান করতে পারা। • বাস্তব জীবনের সাথে গাণিতিক সমস্যার সংযোগ সাধন করতে পারা। 	লিখিত	প্রশ্ন/প্রশ্নপত্র	

গণিত শিখন মূল্যায়নের নমুনা অভীক্ষাপদ (৫ম শ্রেণি)

প্রান্তিক যোগ্যতা	শ্রেণিভিত্তিক অর্জন উপযোগী যোগ্যতা	শিখনফল	অভীক্ষাপদ	উত্তর	যোগ্যতা/দক্ষতা
৩. ভগ্নাংশ ও শতকরার ধারণা লাভ করে দৈনন্দিন জীবনে এ সম্পর্কিত বিভিন্ন সমস্যা সমাধান করতে পারা।	৩.৫ দশমিক ভগ্নাংশের ধারণা লাভ করে দৈনন্দিন জীবনে এ সংক্রান্ত সমস্যা সমাধান করতে পারা।	৩.৫.৮ দশমিক ভগ্নাংশের গুণ করতে পারবে। ৩.৫.৬ দশমিক ভগ্নাংশের যোগ করতে পারবে। ৩.৫.১০ দশমিক ভগ্নাংশ সংক্রান্ত দৈনন্দিন জীবনের সমস্যার সমাধান করতে পারবে।	১. $০.১ \times ০.১ =$ কত? ক) ০.০০১ খ) ০.০১ গ) ০.২ ঘ) ১.০০	ক) ০.০০১	গাণিতিক ধারণা
			২. মেহের ও মিরাজ দুই ভাই। মেলায় খেলনা ক্রয়ের জন্য মেহের ২০০ টাকা ও মিরাজ ১৫০ টাকা পেলে। পরে তারা প্রত্যেকে তাদের টাকার ০.৫০ অংশ খরচ করলো। কে বেশি খরচ করলো? ক) মেহের খ) মিরাজ গ) উভয়ে সমান ঘ) মিরাজ বেশি মেহের কম	ক) মেহের	প্রক্রিয়াগত ধারণা
			৩. ৪.৫ কেজি আলুর দাম ৪৫ টাকা হলে প্রতি কেজি আলুর দাম কত? ক) ১ টাকা খ) ৪.৫ টাকা গ) ১০ টাকা ঘ) ৪৯.৫০ টাকা	গ) ১০ টাকা	সমস্যা সমাধান
			৪. $২.২৫ + ২২.৫ =$ কত?	উত্তর: ২৪.৭৫	গাণিতিক ধারণা
			৫. একটি বলপেনের দাম ৪.৫০ টাকা। একটি পেনসিলের দাম ১৩.৫০ টাকা হলে বলপেনের চেয়ে পেনসিলের দাম কত গুণ বেশি?	উত্তর: ৩ গুণ বেশি	প্রক্রিয়াগত ধারণা
			৬. ১২টি খাতার দাম ১২০.৭২ টাকা হলে ৫০.৩০ টাকায় কতটি খাতা কেনা যাবে?	উত্তর: ৫টি	সমস্যা সমাধান
৩. ভগ্নাংশ ও শতকরার ধারণা লাভ করে দৈনন্দিন জীবনে এ সম্পর্কিত বিভিন্ন সমস্যা সমাধান করতে পারা।	৩.৬ শতকরার ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারা এবং আগ্রহের সঙ্গে দৈনন্দিন জীবনের শতকরা সম্পর্কিত সমস্যা সমাধান করা।	৩.৬.৪ দৈনন্দিন জীবনে জনসংখ্যা, লাভ-ক্ষতি ও মুনাফা সংক্রান্ত সমস্যা সমাধানে শতকরা ব্যবহার করতে পারবে।	১. একটি দ্রব্যের ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা এবং বিক্রয়মূল্য ১১০ টাকা হলে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে? ২. ক) ১০% লাভ খ) ১০% ক্ষতি গ) ১০% ঘ) লাভ বা ক্ষতি হবে না	ক) ১০% লাভ	গাণিতিক ধারণা
			৩. ১০০ টাকা ১শত দরে লিচু কিনে ৫৫ টাকায় ৫০টি হিসেবে লিচু বিক্রয় করলে এতে লাভ না ক্ষতি হবে? ৪. ক) ৫% লাভ খ) ১০% লাভ গ) ৫% ক্ষতি ঘ) ১০% ক্ষতি	খ) ১০% লাভ	প্রক্রিয়াগত ধারণা
			৫. একটি কলমের ক্রয়মূল্য ৫০ টাকা। কলমটি ৬০ টাকায় বিক্রয় করা হলে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে? ৬. ক) ১০% লাভ খ) ১০% ক্ষতি গ) ২০% লাভ ঘ) ২০% ক্ষতি	গ) ২০% লাভ	সমস্যা সমাধান
			৭. লাভ বলতে কী বুঝায়?	উত্তর: ক্রয় মূল্যের চেয়ে বিক্রয় মূল্য বেশি	গাণিতিক ধারণা
			৮. ২০০ টাকায় ১শত দরে লিচু কিনে ১১০ টাকায় ৫০টি হিসেবে লিচু বিক্রয় করলে এতে লাভ না ক্ষতি হবে?	উত্তর: লাভ	প্রক্রিয়াগত ধারণা

			৮. ২০০ টাকা ১শত দরে লিচু কিনে ২২০ টাকা দরে প্রতিশত লিচু বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে?	উত্তর: ১০% লাভ	সমস্যা সমাধান
৬. জ্যামিতিক আকার ও আকৃতির ধারণা লাভ করে প্যাটার্ন অনুযায়ী শ্রেণিবিন্যাস করতে পারা এবং দৈনন্দিন জীবনের বিভিন্ন সমস্যা সমাধানে তা প্রয়োগ করতে পারা।	৬.৩ চতুর্ভুজ সম্পর্কে ধারণা লাভ করে বিভিন্ন ধরনের চতুর্ভুজের প্যাটার্ন অনুযায়ী শ্রেণিবিন্যাস করতে, পার্থক্য করতে ও ঐক্যে পারা ও উৎসাহের সঙ্গে পরিবেশের উপাদানের সঙ্গে বিভিন্নরকম চতুর্ভুজের সম্পর্ক স্থাপন করতে পারা।	৬.৩.২ সামান্তরিকের ধারণা লাভ করে শনাক্ত করতে পারবে। ৬.৩.৩ রম্বসের ধারণা লাভ করে শনাক্ত করতে পারবে।	১. পার্শ্বচিত্রটির নাম কী? <input type="text"/> ক) আয়ত খ) বর্গ গ) রম্বস ঘ) ট্রাপিজিয়াম	উত্তর: ঘ)	গাণিতিক ধারণা
			১. আয়ত ও সামান্তরিকের মধ্যে নিচের কোন সাধারণ বৈশিষ্ট্য বিদ্যমান? ক) বিপরীত বাহু পরস্পর সমান্তরাল খ) বিপরীত কোণগুলো পরস্পর সমান গ) কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান ঘ) বিপরীত কোণগুলোর সমষ্টি সমান	উত্তর: ক)	প্রক্রিয়াগত ধারণা
			১. নিচের কোনটি সাধারণত আয়তাকৃতির নহে? ক) বই খ) দরজা গ) ব্ল্যাকবোর্ড ঘ) মোমবাতি	উত্তর: ঘ) মোমবাতি	সমস্যা সমাধান
			১. রম্বস কাকে বলে?	উত্তর:	গাণিতিক ধারণা
			১. একটি বর্গকে কী পরিবর্তন করলে তাকে শুধুই রম্বস বলা যাবে?	উত্তর:	প্রক্রিয়াগত ধারণা
			১. প্রতিটি বর্গই রম্বস কিন্তু প্রতিটি রম্বস বর্গ নয় - ব্যাখ্যা কর।	উত্তর:	সমস্যা সমাধান

গণিত শিখন মূল্যায়ন শিক্ষার্থীদের গাণিতিক ধারণা, প্রক্রিয়াগত ধারণা, সমস্যা সমাধান দক্ষতা এবং বিশ্লেষণী চিন্তা শক্তি কতটা বিকশিত হয়েছে তা নির্ণয়ের একটি গুরুত্বপূর্ণ প্রক্রিয়া। কার্যকর মূল্যায়ন কেবল নম্বর প্রদানই নয়; বরং শিক্ষার্থীর শিখন-শেখানো অগ্রগতি নির্ধারণ, ভুল ধারণা শনাক্তকরণ এবং পরবর্তী শিখন-শেখানো কৌশল উন্নয়নে সহায়তা করে। নিয়মিত ও বহুমাত্রিক মূল্যায়ন শিক্ষার্থীকে গণিত শেখায় আরও সক্রিয়, আত্মবিশ্বাসী ও স্বনির্ভর করে তোলে। বিশেষত, শিখনের ধারাবাহিক ফলাফল (feedback) প্রদান ও ব্যক্তিগত সহায়তা শিক্ষার্থীর গণিত শেখার মান উন্নয়নে গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা রাখে। তাই গণিত শিখন মূল্যায়ন একটি চলমান, গঠনমূলক এবং শিখন-সহায়ক প্রক্রিয়া যা শিক্ষার্থীর প্রকৃত গণিত দক্ষতা উন্নয়ন ও মানসম্মত শিক্ষা নিশ্চিত করণের জন্য অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ।

অনুশীলন

১। মূল্যায়ন কী? মূল্যায়নের গুরুত্ব ব্যাখ্যা করি।

২। গাণিতিক ধারণা, প্রক্রিয়াগত ধারণা ও সমস্যা সমাধান দক্ষতা উদাহরণসহ ব্যাখ্যা করি

অ্যাসাইনমেন্ট:

১. প্রথম-পঞ্চম শ্রেণির যেকোনো একটি অধ্যায় থেকে গাণিতিক ধারণা, প্রক্রিয়াগত ধারণা এবং সমস্যা সমাধান ক্ষেত্রের প্রত্যেকটির উপর ৩টি করে বহুনির্বাচনী, ৩টি মিলকরণ, ৩টি শূন্যস্থান পূরণ ও ৩টি কাঠামোবদ্ধ অভীক্ষাপদ প্রণয়ন করুন। (এক্ষেত্রে বিষয় ইনস্ট্রাক্টর প্রশিক্ষণার্থীদের রোল নম্বর অনুযায়ী অধ্যায় নির্ধারণ করে দিবেন।)



জাতীয় প্রাথমিক শিক্ষা একাডেমি (নেপ) ময়মনসিংহ