BOGURA POLYTECHNIC INSTITUTE

STRUCTURAL MECHANICS (26431)

MD. MEHEDI HASAN

Junior Instructor (Tech/ Civil)

Bogura Polytechnic Institute, Bogura

পদার্থের মান্ত্রিক গুণাগুণ (Mechanical Properties of Materials)

আমরা জানি, সব পদার্থই কতকগুলো অতি ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র কণা দিয়ে গঠিত, যা পদার্থের সব গুণ বজায় রাখে। এসব ক্ষুদ্র কণাকে অণু (molecule) বলে। অণুগুলো ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র স্থিতিস্থাপক গোলকবিশেষ এবং এদেরকে পদার্থের ভিত্তিপ্রস্তর (Building block) বলা হয়। প্রত্যেকটি পদার্থ গঠনের সময় অণুগুলো পরস্পরের পাশাপাশি থাকে এবং তাদের মধ্যে অতি ক্ষুদ্র পরিমাণের ফাকা স্থান রয়েছে। এ ফাঁকা স্থানকে আন্তঃআণবিক স্থান (Intermolecular space) বলা হয়। সৃষ্টির নিয়মানুসারে এ ফাকগুলো নির্দিষ্ট এবং পরস্পরকে একটি বলে (Force) আকর্ষণ করে। এ বলকে আন্তঃআণবিক বল (Intermolecular force) বলে। সাধারণভাবে আন্ত। দুআণবিক আকর্ষণের কারণে অণুগুলো বিচ্ছিন্ন হয় না। প্রকৌশল ও কারিগরি শিক্ষা ক্ষেত্রে পদার্থের শক্তি বিষয়ে বস্তু বা পদার্থের উপর বল প্রয়োগ করলে এর অভ্যন্তরে কী অবস্থার সষ্টি হয়, তা বিশ্লেষণ, বাহ্যিক কী পরিবর্তন হয় তা পর্যবেক্ষণ এবং সেটি হতে প্রাপ্ত তথ্যাদি ও অভিজ্ঞতালব্ধ জ্ঞান সহযোগে যন্ত্রাংশ ও কাঠামো ডিজাইন ও নির্মাণপদ্ধতি বিস্তারিতভাবে হিসাবনিকাশ ও আলোচনা করা হয়।

পদার্থের কতগুলো গুণ বা বৈশিষ্ট্য থাকে। এ গুণ বা বৈশিষ্ট্যকে পদার্থের ধর্ম বলে। পদার্থের ধর্ম দু'প্রকার, যথা- (ক) সাধারণ ধর্ম (General property) এবং (খ) বিশেষ ধর্ম (Special property) । যে ধর্ম কমবেশি সব পদার্থেই থাকে, তাকে পদার্থের সাধারণ ধর্ম বলে। পদার্থের সাধারণ ধর্মগুলো হলো

ওজন, বিস্তৃতি, স্থিতিস্থাপকতা, ভর, ঘনত্ব, অভেদ্যতা, সংশক্তি, সংনম্যতা, আসন, মহাকর্ষ, সচ্ছিদ্রতা, বিভাজ্যতা, ঘর্ষণ ইত্যাদি। অপরদিকে, যে ধর্ম সব পদার্থের নেই, কোনো কোনো পদার্থের আছে, তাকে ঐ পদার্থের বিশেষ ধর্ম বলে। যেমন- ঘাতসহতা,

কাঠিন্য, ভঙ্গুরতা, দৃঢ়তা ইত্যাদি ধর্ম:কেবল কঠিন পদার্থের আছে, তরল এবং বায়বীয় পদার্থের নেই। অতএব, এসব কঠিন পদার্থের "বিশেষ ধর্ম। আবার, বস্তুর বা পদার্থের উপর বল প্রয়োগ করলে যে আচারণগত বৈশিষ্ট্য পরিলক্ষিত হয়, তাকে এর যান্ত্রিক ধর্ম (Mechanicalproperties) বলে। অর্থাৎ পদার্থের যে গুণাবলি বা বৈশিষ্ট্যের কারণে এর উপর বাহ্যিক বল প্রযুক্তির ফলে অভ্যন্তরীণ বাধা প্রদানকারী বলের উদ্ভব হয় অথবা বাহ্যিক বলকে বাধা প্রধান করতে পারে, তাকে ঐ পদার্থের যান্ত্রিক গুণাবলি বলে।

পদার্থের যান্ত্রিক গুণগুলো নিম্নরূপ

১। সামর্থ্য/শক্তি (Strength) ২। কাঠিন্য (Hardness) | ৩। দুর্ভেদ্যতা (Toughness) ৪। ভঙ্গুরতা (Brittleness) ৫। দৃঢ়তা (Stiffness)৬। নমনীয়তা (Ductility) ৭। স্থিতিস্থাপকতা (Elasticity) ৮। প্লাস্টিসিটি (Plasticity) ৯। ঘাত সহতা (Malleability) ১০। চলন (Creap) ১১। ফ্যাটিগ সামর্থ্য ও সহন সীমা (Fatigue strength and endurance limit) ১২। সঞ্চিত বিকৃতি শক্তি (Resilience)

পীড়ন (Stress):

বস্তু তার আভ্যন্তরীণ প্রতিক্রিয়া বল দ্বারা বাহিরের প্রযুক্ত বলকে বাধাদান করে নিজের আকৃতি অপরিবর্তিত রাখতে চেষ্টা করে। বস্তুর একক ক্ষেত্রের উপর এরূপ বাধাদানকারী প্রতিক্রিয়া বলকে পীড়ন (Stress) বলে। সুতরাং, কোনো বস্তুর উপর বাহির হতে বল প্রয়োগ করলে বস্তুটি এর আকার অপরিবর্তিত রাখার জন্য প্রযুক্ত বলকে বাধাদান করতে চেষ্টা করে, ফলে বস্তুর অভ্যন্তরে প্রতিক্রিয়া, বলের সৃষ্টি হয়। অতএব, প্রতি একক ক্ষেত্রফলের উপর যে পরিমাণ প্রতিক্রিয়া বল ক্রিয়া করে, তাকে পীড়ন বা stress বলে। যেহেতু বস্তুর আভ্যন্তরীণ প্রতিক্রিয়া বল, প্রযুক্ত বলের সমান ও বিপরীতমুখী, তাই বস্তুর একক ক্ষেত্রফলের উপর প্রযুক্ত বলের -

পরিমাণকে পীড়ন হিসাবে ধরা হয়। কোন বস্তুর A ক্ষেত্রফলের উপর P বল প্রয়োগ করা হলে উক্ত বস্তুর একক ক্ষেত্রফলের উপর পীড়নের পরিমাণ হবে $\frac{\text{প্রয়োগকৃতবল}}{\text{ক্ষেত্রফল}}$

পীড়নের একক

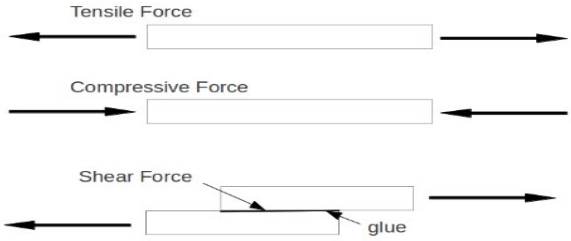
এমকেএস পদ্ধতিতে পীড়নের একক, কেজি/বর্গসেমি (kg/cm^2) এবং এস.আই. (S.I) পদ্ধতিতে একক, নিউটন/বর্গমিমি (N/mm^2) বা মেগাপাস্কেল (MPa) হবে। অর্থাৎ [$MPa = N/mm^2$]

পীড়নের প্রকারভেদ (Types of stress): প্রযুক্ত বলের ধরন অনুযায়ী পীড়ন (Stress) তিন প্রকার, যথা-

১। টান বা প্রসারণ পীড়ন (Tensile stress)

২। চাপ বা সংকোচন পীড়ন (Compressive stress)

৩। শিয়ার বা কৃন্তন পীড়ন (Shear stress)



টান পীড়ন (Tensile stress)

কোনো বস্তুর উপর দুটি সমান ও বিপরীতমুখী বল প্রস্থচ্ছেদের অক্ষ বরাবর এরূপে ক্রিয়া করে যে, এর দৈঘ্য বৃদ্ধি পায় বা পেতে চায়। তখন বস্তুর মধ্যে যে পীড়নের সৃষ্টি হয়, তাকে টান পীড়ন (Tensile stress) বলে। অর্থাৎ কোনো বস্তুর উপর টান বল। প্রয়োগের ফলে এর মধ্যে একক ক্ষেত্রফলের উপর যে পীড়ন উৎপন্ন হয়, তাকে টান পীড়ন বলে। $\frac{\text{প্রয়োগকৃতবল}}{\text{ক্ষেত্রফল}}$

চাপ পীড়ন (Compressive stress) কোনো বস্তুর উভয় পার্শ্ব হতে যদি দুটি সমান ও.একইমুখী বল প্রস্থচ্ছেদের অক্ষ বরাবর এরূপে ক্রিয়া করে যে, এর দৈর্ঘ্য হ্রাস পায় বা পেতে চায়। তখন এর মধ্যে যে পীড়ন সৃষ্টি হয়, তাকে চাপ পীড়ন বা Compressive stress বলে। অর্থাৎ কোনো বস্তুর উপর চাপ বল প্রয়োগের ফলে এর মধ্যে একক ক্ষেত্রফলের উপর যে পীড়ন উৎপন্ন হয়, তাকে চাপ পীড়ন বলে। $\frac{\text{প্রয়োগকৃতবল}}{\text{ক্ষেত্রফল}}$

শিয়ার পীড়ন: (Shear stress) বস্তুর কোন নির্দিষ্ট তলে (Plane) উভয় দিকে যদি দুটি সমান ও বিপরীতমুখী বল এরূপে ক্রিয়া করে যে, উক্ত তলের একপার্শ্ব অন্যপার্শ্ব হতে পিছলিয়ে বা কেটে যায় বা যেতে চায়। তখন বস্তুর অভ্যন্তরে - বিছিন্ন হবার সময় যে বাধাদানকারী বল উৎপন্ন হয়, তাকে শিয়ার পীড়ন (Shear stress) বলে। অর্থাৎ কোনো বস্তুর উপর দাটি সমান ও বিপরীতমুখী বল স্পর্শক অবস্থায় ক্রিয়া করে বস্তুর অভ্যন্তরে একক ক্ষেত্রফলের উপর যে প্রতিরাোধী বলের সৃষ্টি হয়, তাকে শিয়ার পীড়ন বলে। শিয়ার বল প্রয়োগের মাধ্যমে কোনো মেম্বারকে কর্তন বা বিচ্ছিন্নকরা বুঝায়, ধারালোযন্ত্র দ্বারা কর্তন শিয়ার নয়।

বিকৃতি (Strain) কোনো বস্তুর উপর বাহির হতে বল প্রয়োগ করলে এতে কেবলমাত্র পীড়নই উৎপন্ন হয় না, এর পরিমাপ বা আকৃতিরও কিছু পরিবর্তন হয়। এ পরিমাপ ও আকৃতির একক পরিবর্তনকে বিকৃতি (Strain) বলে। আদি মাপ ও পরিবর্তিত মাপের পার্থক্যকে 'মোট বিকৃতি (Deformation) বলে এবং একে Δ (ডেল্টা) দ্বারা প্রকাশ করা হয়। মোট বিকৃতি ও আদি মাপের অনুপাতকে বিকৃতি । (Strain) বলে এবং একে Δ (ডেল্টা) দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

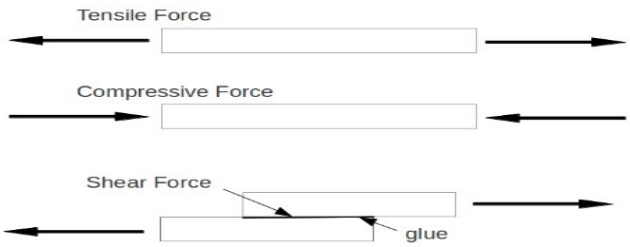
বিকৃতির প্রকারভেদ (Types of strain):

বিকৃতি তিন প্রকার, যথা-

১। টান বিকৃতি (Tensile strain)

২। চাপ বিকৃতি (Compressive strain)

৩। শিয়ার বিকৃতি (Shear strain)



১। টান বিকৃতি (Tensile strain):বস্তুর উপরে টান বল প্রয়োগ করলে এর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পায়। দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির এ হারকে টান বা প্রসারণ বিকৃতি বলে।

২। চাপ বিকৃতি (Compressive strain):চাপা বল প্রয়োগ করলে বস্তুর দৈর্ঘ্য সংকুচিত হয়। দৈর্ঘ্য সংকোচনের এ হারকে সংকোচন বা চাপ বিকৃতি (Compressive strain) বলে।

৩। শিয়ার বিকৃতি(Shear strain):বস্তুর উপর বল প্রয়োগ করলে যদি তার আয়তনের পরিবর্তন না হয়ে কেবলমাত্র আকারের পরিবর্তন হয়, তবে এরূপ বিকৃতিকে শিয়ার বিকৃতি বলে।

<u>পীড়ন-বিকৃতির সম্পর্ক (Relation between stress & strain)</u>

হুকের সূত্র (looke's law):পীড়ন ও বিকৃতির মধ্যে একটি নিবিড় সম্পর্ক রয়েছে। পরীক্ষা করে দেখা গেছে, স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর উপর প্রযুক্ত পীড়ন তার দ্বারা সৃষ্ট বিকৃতির সমানুপাতিক।১৬৭৮ খ্রিষ্টাব্দে বিখ্যাত ব্রিটিশ বিজ্ঞানী রবার্ট হুক (Robert Hooke) সর্বপ্রথম আবিষ্কার করেন বলে তার নামানুসারে একে হুকের সূত্র বলা হয়।

অর্থাৎ হকের সূত্রানুসারে স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে কোনো পদার্থের পীড়ন, সেটির বিকৃতির সমানুপাতিক।

গাণিতিকভাবে: পীড়ন $\propto$ বিকৃতি অর্থাৎ $\frac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}}$ = ধ্রুব = constant [এটাই পীড়ন ও বিকৃতির মধ্যে সম্পর্ক।

এ ধ্রুবকে স্থিতিস্থাপক গুণাংক (Modulus of Elasticity) বলে। একে E দ্বারা প্রকাশ করা হয়। বিজ্ঞানী টমাস ইয়ং (Thomas Young) ১৮২০ খ্রিষ্টাব্দে সর্বপ্রথম সংজ্ঞায়িত করেন বলে একে ইয়ং এর গুণাংক (Young's modulus of elasticity) নামে অভিহিত করা হয়।

স্থিতিস্থাপক গুণাংক = $\frac{\text{টানপীড়ন}}{\text{টানবিকৃতি}} = \frac{\text{চাপপীড়ন}}{\text{চাপবিকৃতি}}$

স্টিল (Steel) এর স্থিতিস্থাপক গুণাংকের মান প্রায় 2.1×10^6 কেজি/বর্গসেমি (kg /cm^2) এবং কাঠের জন্য এ মান 0.07×10 kg/cm^2।

টান ও চাপ লোডের ক্ষেত্রে ধ্রুবকে E (স্থিতিস্থাপক গুণাংক) দ্বারা এবং শিয়ার লোডের ক্ষেত্রে ধ্রুবকে G (দৃঢ়তার গুণাংক) দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

<u>দৃঢ়তার গুণাংক (Modulus of rigidity):</u>

কোনো বস্তুর উপর লোড প্রয়োগ করলে শিয়ার পীড়ন এবং শিয়ার বিকৃতির সৃষ্টি হয়। সমানুপাতিক সীমা পর্যন্ত শিয়ার পীড়ন ও শিয়ার বিকৃতির অনুপাতকে দৃঢ়তার গুণাংক বলে। একে G বা C দ্বারা প্রকাশ করা হয়। দৃঢ়তার গুণাংক বা শিয়ার গুণাংক = $\frac{\text{শিয়ারপীড়ন}}{\text{শিয়ারবিকৃতি}}$

মাইল্ড স্টিলের জন্য G এর মান 0.84×105 kg/cm^2

<u>আয়তনিক পীড়ন ও আয়তনিক বিকৃতি (Volumetric stress and volumetric strain)</u>

যদি কোনো বস্তুর পৃষ্ঠের উপর লোড প্রয়োগ করা হয় তবে বস্তুটির আয়তনের বিকৃতি ঘটে। তখন ঐ বস্তুতে যে পীড়নের সৃষ্টি হয়, তাকে আয়তনিক পীড়ন বলে। অতএব, আয়তনের বিকৃতি ঘটানোর জন্য একক ক্ষেত্রফলের উপর যে লোড প্রয়োগ করা হয়, তাকে আয়তনিক পীড়ন বলে। আর আয়তনিক পীড়নের ফলে বস্তুটিতে যদি আয়তনের পরিবর্তন ঘটে, তবে বস্তুর একক আয়তনের পরিবর্তনকে আয়তনিক বিকৃতি বলে।

আয়তনিক পীড়ন = $\frac{\text{মোটচাপ}}{\text{বস্তুরপৃষ্ঠেরক্ষেত্রফল}}$

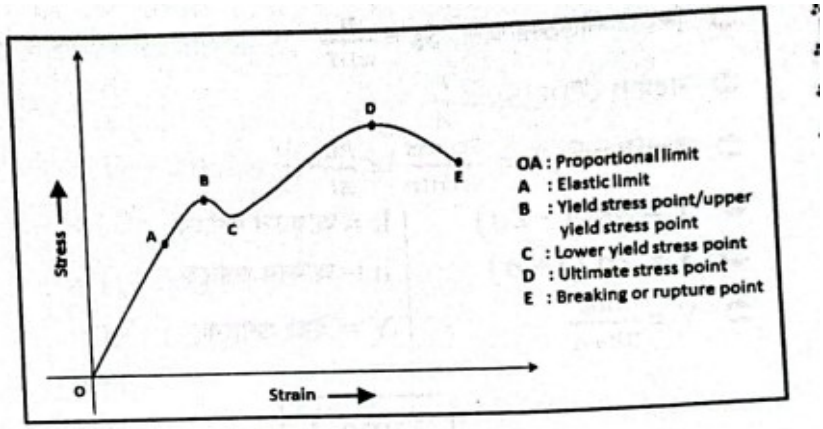
বাল্ক মডুলাস (Bulk Modulus):

স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে কোনো বস্তুর আয়তনিক পীড়ন ও আয়তনিক বিকৃতির অনুপাতকে বাল্ক মডুলাস বলে।

একে k দ্বারা প্রকাশ করা হয়। **বাল্ক মড়লাস**= $\frac{\text{আয়তনিকপীড়ন}}{\text{আয়তনিকবিকৃতি}}$

মাইল্ড ইস্পাতের জন্য k-এর মান 1.6 x 10^6 কেজি/বর্গসেমি. হয়ে থাকে।

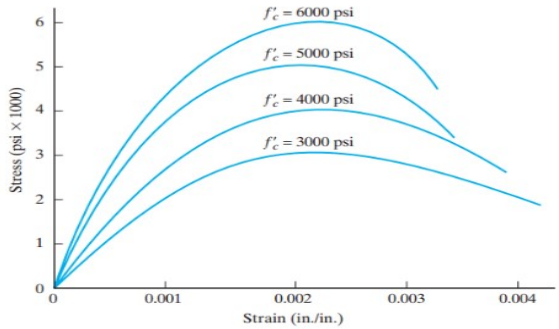
পীড়ন-বিকৃতি ডায়াগ্রাম (Stress-strain diagram):পরীক্ষণ যন্ত্রে নমনীয় ইস্পাত নমুনাকে (নমুনাটি ছিন্ন না হওয়া পর্যন্ত) ক্রমবর্ধমান হারে টানা অথবা চাপা বল প্রয়োগ করতে থাকলে অনেকগুলো পীড়ন ও (পীড়ন-সংশ্লিষ্ট) বিকৃতির মান পাওয়া যাবে। প্রসারণ অথবা সংকোচন পরীক্ষায় (Tension or compresion Test) প্রাপ্ত পীড়ন-বিকৃতির মানকে (লেখচিত্রের সাহায্যে) রেখার মাধ্যমে প্রকাশ করাকেই পীড়ন-বিকৃতি ডায়াগ্রাম বলে।

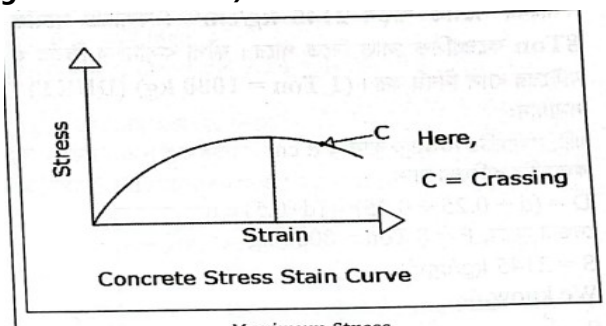


চিত্র:মাইল্ড স্টিলের পীড়ন-বিকৃতি ডায়াগ্রাম (Stress-strain diagram for mild steel)

স্টিলের পীড়ন-বিকৃতি ডায়াগ্রাম টেস্টিং মেশিনে নমনীয় ইস্পাত নমুনায় ক্রমবর্ধমান হারে টানা বল প্রয়োগ করলে যে-সমস্ত পীড়ন বিকৃতির মান পাওয়া যায় তা চিত্রে দেখানো হয়েছে। একটি নির্দিষ্ট সীমা পর্যন্ত পীড়ন-বিকৃতির বৃদ্ধির হার সমানুপাতিক, যা চিত্রে PL (OA) বিন্দু পর্যন্ত সূচিত হয়েছে। এ পর্যন্ত পীড়ন-বিকৃতি রেখাটি প্রায় উল্লম্ব। এই PL (OA) বিন্দুটি সমানুপাতিক সীমা (Proportional Limit)। সমানুপাতিক সীমা অতিক্রম করার কিছু পরেই পীড়ন-বিকৃতি বৃদ্ধি পায়। এ বিন্দুটি B দ্বারা সূচিত করা হয়েছে, যা ইল্ড পয়েন্ট নামে পরিচিত। এর পরেই রেখাটি নিচের দিকে নেমে আসে, যা অল্প লোডে বেশি পরিবর্তন নির্দেশ করে। এরপর পীড়ন কিছু বৃদ্ধি পেলেও বিকৃতি খুব বেশি বৃদ্ধি পায়। ফলে পীড়ন-বিকৃতি' রেখাটি প্রায় সমতল (Flat) হয়। এ অবস্থায় সর্বোচ্চ পীড়ন U(D) (Ultimate stress) দিয়ে নির্দেশ করা হয়েছে। সর্বোচ্চ পীড়নের পর পীড়ন কমতে থাকে কিন্তু বিকৃতি বাড়তে থাকে। এ অবস্থায় নমুনার ব্যাস দ্রুত কমতে থাকে এবং শেষে বিকট শব্দে নমুনাটি ছিড়ে যায়, যা চিত্রে E দিয়ে দেখানো হয়েছে।

কংক্রিটের পীড়ন-বিকৃতি ডায়াগ্রাম (Stress-strain diagram for concrete):





$$\text{Factor of Safety} = \frac{\text{Maximum Stress}}{\text{Allowable Stress}}$$

পার্শ্ব বিকৃতি ঘটে। অর্থাৎ টানা লোড প্রয়োগ করে দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি করলে বস্তুটি চিকন বা সরু হয়। আবার চাপ লোড প্রয়োগ করে দৈর্ঘ্য হ্রাস করলে বস্তুটি মোটা হয়। অতএব স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে কোনো বস্তু বা পদার্থের পার্শ্ব

।বকৃাত এবং দৈর্ঘ্য ।বকৃাতর অনুপাতকে পয়শনের অনুপাত (Poisson's ratio) বলে। ১৮১১ সালে সাইমন ।ড, পয়শন (Simeon D. Poisson) এটা আবিষ্কার করেন। তার নামানুসারে পয়শনের অনুপাত হয়েছে। এ অনুপাত একটি ধ্রুব সংখ্যা। একে μ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

পয়শনের অনুপাত= $\frac{\text{পার্শ্ববিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্যবিকৃতি}}$

প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি:

পীড়ন, $S = \frac{\text{বল}}{\text{ক্ষেত্রফল}} = \frac{P}{A}$

বিকৃতি, $\delta = \frac{\text{পরিবর্তিতদৈর্ঘ}}{\text{আদিদৈর্ঘ}} = \frac{\Delta}{L}$

$E = \frac{S}{\Delta} = \frac{\frac{P}{A}}{\frac{\Delta}{L}} = \frac{PL}{\Delta A}$, $\Delta = \frac{PL}{AE}$ [Δ = দৈর্ঘ হ্রাস বা বৃদ্বি]

দৈর্ঘ বিকৃতি = $\frac{\text{দৈর্ঘবৃদ্বি}}{\text{আদিদৈর্ঘ্য}} = \frac{l}{L}$

পার্শ্ব বিকৃতি = $\frac{D-d}{D}$

পয়শনের অনুপাত, $\mu = \frac{\text{পার্শ্ববিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্যবিকৃতি}} = \frac{(D-d)L}{Dl}$

কংক্রিট এবং স্টিলের বিকৃতি, $\frac{Ss}{Es} = \frac{Sc}{Ec}$

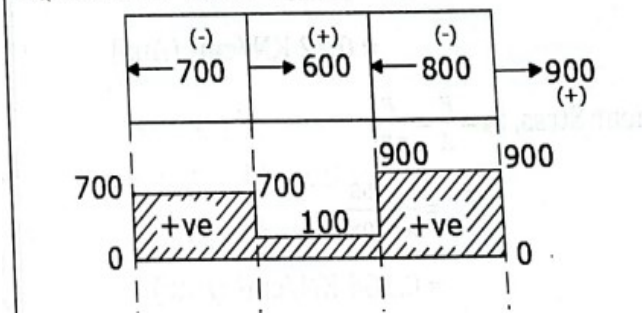
স্টিল রডের পীড়নের মান, $Ss = \frac{WEs}{AsEs+EcA}$

কংক্রিটের পীড়নের মান, $Sc = \frac{WEc}{AsEs+EcA}$

মডুলাস অব রেজিলিয়েন্স, $M_R = \frac{S^2}{2E}$

লোডিং ডায়াগ্রাম অংকনের নিয়ম:

নোট: চিত্র অংকন শুরু করব ডান পাশ হতে এবং [←(+) →(-)] এই চিহ্ন অনুসারে S.F.D অংকনের মতো কাজ করব।



অধ্যায়- ২

কাজ, ক্ষমতা ও শক্তি

ভূমিকা (Introduction):

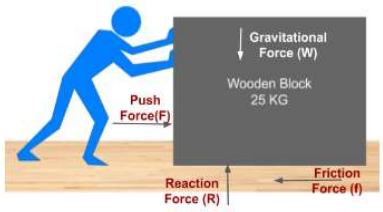
আলোচ্য অধ্যায়ে কাজ, ক্ষমতা ও শক্তি নিয়ে বিশদভাবে আলোচনা করা হয়েছে। কাজ, ক্ষমতা, শক্তি প্রত্যেকটি একে অপরের সাথে সম্পর্কযুক্ত। যেমন, কাজ করার হারকে ক্ষমতা দ্বারা প্রকাশ করা হয় এবং কাজ করার সামর্থ্যকে আবার শক্তি দ্বারা প্রকাশ করা হয়। সুতরাং, কোনো কাজ সমাধা করার হারকে ক্ষমতা এবং এটার দ্বারা সম্পন্ন সমগ্র কাজের পরিমাণকে শক্তি বলে ।

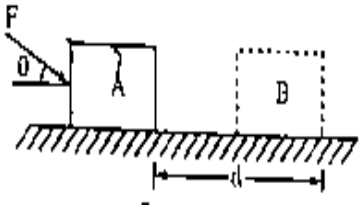
কাজ, ক্ষমতা ও শক্তি (Work, power and energy)

কাজ (Work): কোনো বস্তুর উপর বল প্রয়োগ করলে যদি বস্তুটি বল প্রয়োগের স্থান হতে সরে যায়, তাহলে আমরা বলি কাজ করা হয়েছে। অতএব বলা যায় যে, বল দ্বারা সরণ সৃষ্টির নাম কাজ । বল দ্বারা কাজ সম্পন্ন হতে দু'টি বিষয় একান্ত প্রয়োজন।

১। বল অবশ্যই বস্তুটিতে ক্রিয়া করবে।

২। বলের ক্রিয়ার ফলে বস্তুর সরণ ঘটবে।





বস্তুর উপর প্রয়োগকৃত বা **ক্রিয়াশীল বল এবং প্রয়োগের স্থান হতে বস্তুর সরণের গুণফল দ্বারা কাজের পরিমাণ** নির্ণয় করা হয় । অর্থাৎ, কাজ = বলের মান × বস্তুর সরণ। মনে করি, **কোনো বস্তুর উপর একটি বল** (F) ক্রিয়া করায়, বস্তুটি প্রযুক্ত বল F-**এর দিকে সরে গেল । ফলে বস্তুটির সরণ** s হলো। এখন কাজের পরিমাণকে W দ্বারা সূচিত করলে—

কৃতকাজ, $W = F \times s$ হবে।

আবার, যদি প্রযুক্ত বল F-এর দিকের সাথে θ কোণে বস্তুটির সরণ s হয়, তাহলে কৃতকাজ, $W = F\cos\theta \times s$

= সরণের দিকে বলের উপাংশ X **দূরত্ব**

ক্ষমতা (Power): কাজ করার হারকে ক্ষমতা বলে। অর্থাৎ, একক সময়ে যে পরিমাণ কাজ সম্পন্ন হয়, তা-ই ক্ষমতার পরিমাণ । অতএব, যদি কোনো ব্যক্তি বা মেশিন দ্বারা t সেকেন্ডে W পরিমাণ কাজ সম্পন্ন করে, তবে এর ক্ষমতা,

$P = \frac{W}{t} = \frac{\text{কাজ}}{\text{সময়}}$বা, $W = Pt$

শক্তি (Energy): কাজ করার সামর্থ্যকে শক্তি বলা হয়। এটা বিভিন্ন অবস্থায় থাকে; যেমন— যান্ত্রিক শক্তি, তাপ শক্তি, বৈদ্যুতিক শক্তি, চুম্বকশক্তি, আলোকশক্তি, শব্দশক্তি, রাসায়নিক শক্তি, আণবিক শক্তি ইত্যাদি স্বাভাবিক অবস্থায় বস্তু যে পরিমাণ কাজ করতে পারে তা দ্বারা শক্তির পরিমাণ নির্ণয় করা হয়। সুতরাং, কোনো বস্তুর কাজ সমাধা করার হারকে ক্ষমতা বলে এবং এটার দ্বারা সম্পন্ন সমগ্র কাজের পরিমাণকে শক্তি বলে ।

কাজ, ক্ষমতা এবং শক্তির একক (Units of work, power and energy):

কাজের একক (Units of work): কাজের একক প্রধানত দু' প্রকার; যথা—

(ক) পরম বা নিরপেক্ষ একক (Absolute unit)

(খ) অভিকর্ষীয় একক (Gravitational unit)

(ক) পরম একক (Absolute unit): এক পরম একক বলের ক্রিয়ার ফলে যদি কোনো বস্তুর বলের দিকে একক সরণ ঘটে তাহলে ঐ কাজকে এক পরম একক কাজ বলা হয়। কাজের পরম এককের মান স্থানভেদে অপরিবর্তিত থাকে। পরম এককে আবার নিম্নলিখিত ভাগে ভাগ করা যায়-

১। সি.জি.এস. (C.G.S.) পদ্ধতি: এ পদ্ধতিতে কাজের একক আর্গ। কোনো বস্তুর উপর এক ডাইন বল প্রয়োগ করলে বস্তুটির যদি বলের অভিমুখে এক সেন্টিমিটার সরণ ঘটে, তবে সম্পন্ন কাজের পরিমাণকে আর্গ বলা হয়। অর্থাৎ 1 আর্গ = 1 ডাইন (dyne) X 1 সেমি। [1N = 10^5 dyne]

২। এফ.পি.এস. (FPS) পদ্ধতি: এ পদ্ধতিতে কাজের একক ফুট-পাউন্ডাল। কোনো বস্তুর উপর এক পাউন্ডাল বল প্রয়োগ করলে বস্তুটির যদি বলের অভিমুখে এক ফুট সরণ ঘটে, তবে সম্পন্ন কাজের পরিমাণকে এক ফুট-পাউন্ডাল বলা হয়। অর্থাৎ,1 ফুট-পাউন্ডাল = 1 পাউন্ডাল × 1 ফুট।

৩। এম.কে.এস. (MKS) পদ্ধতি: এ পদ্ধতিতে কাজের একক কিলোগ্রাম-মিটার বা kg-m। কোনো বস্তুর উপর এক কিলোগ্রাম বল প্রয়োগ করলে বস্তুটির যদি বলের অভিমুখে এক মিটার সরণ ঘটে, তবে সম্পন্ন কাজের পরিমাণকে এক কেজি-মিটার বলা হয়। অর্থাৎ 1 কেজি-মিটার = 1 কেজি × 1 মিটার ।

৪। এস.আই.(SI) পদ্ধতি: এ পদ্ধতিতে কাজের একককে জুল বলা হয়। ইংরেজ পদার্থবিদ জুলের নাম অনুসারে এরূপ নামকরণ করা হয়। কোনো বস্তুর উপর এক নিউটন (N) বল প্রয়োগের ফলে বস্তুটির যদি বলের অভিমুখে এক মিটার সরণ ঘটে, তবে সম্পন্ন কাজের পরিমাণকে এক জুল বলা হয় ।অর্থাৎ, 1 জুল = 1 নিউটন (N) X 1 মিটার।

অভিকর্ষীয় একক (Gravitational unit): এক একক অভিকর্ষীয় বলের ক্রিয়ায় যখন কোনো বস্তুর বলের দিকে এক একক সরণ হয় তখন যে কাজ সম্পন্ন হয়, তাকে এক একক অভিকর্ষীয় একক বলা হয়। কাজের অভিকর্ষীয় এককে নিম্নলিখিত ভাগে ভাগ করা হয়-

১। এফ.পি.এস. (FPS) পদ্ধতি: এ পদ্ধতিতে কাজের একক ফুট-পাউন্ড। এক পাউন্ড ভরের কোনো বস্তুকে অভিকর্ষের বিরুদ্ধে খাড়া উপরের দিকে এক ফুট উঠাতে যে পরিমাণ কাজ সম্পন্ন হয়, তাকে এক ফুট-পাউন্ড বলে ।1 ফুট-পাঃ = 1 পাঃ ওজন X 1 ফুট।

২। সি.জি.এস. (CGS) পদ্ধতি: এ পদ্ধতিতে কাজের একক গ্রাম-সেন্টিমিটার (gm-cm)। এক গ্রাম ভরের কোনো বস্তুকে অভিকর্ষের বিরুদ্ধে খাড়া উপরের দিকে এক সেন্টিমিটার উঠতে যে পরিমাণ কাজ সম্পন্ন হয়, তাকে এক গ্রাম-সেন্টিমিটার বলে। 1 গ্রাম-সেমি = 1 গ্রাম-ওজন × 1 সেমি

৩। এম.কে.এস. (MKS) পদ্ধতি: এ পদ্ধতিতে কাজের একক কিলোগ্রাম-মিটার (kg-m)। এক কিলোগ্রাম ভরের কোনো বস্তুকে অভিকর্ষের বিরুদ্ধে খাড়া উপরের দিকে এক মিটার উঠাতে যে পরিমাণ কাজ সম্পন্ন হয়, তাকে এক কিলোগ্রাম-মিটার বলে। 1 কেজি-মিটার = 1 কেজি-ওজন X 1 মিটার ।

৪। এস.আই. (SI) পদ্ধতি: এ পদ্ধতিতে কাজের একক নিউটন-মিটার (N-m)

ক্ষমতার একক (Units of Power): ক্ষমতার একক তিন প্রকার; যথা-

(ক) পরম একক: একক সময়ে এক পরম একক কাজ করার ক্ষমতাকে ক্ষমতার পরম একক বলে। ক্ষমতার পরম একক-

(i) F.P.S. পদ্ধতিতে ক্ষমতার গরম একক ফুট-পাউণ্ডাল/সেকেন্ড।

(ii) C.G.S. পদ্ধতিতে ক্ষমতার পরম একক আর্গ/সেকেন্ড।

(iii) M.K.S. পদ্ধতিতে ক্ষমতার পরম একক কেজি-মিটার/সেকেন্ড।

(iv) S.I. পদ্ধতিতে ক্ষমতার পরম একক জুল/সেকেন্ড বা ওয়াট (Watt)।

এক সেকেন্ডে এক জুল কাজ করার ক্ষমতাকে এক ওয়াট বলে।

(খ) অভিকর্ষীয় একক: অভিকর্ষীয় ত্বরণ বিবেচনাপূর্বক এককে অভিকর্ষীয় একক বলে। ক্ষমতার অভিকর্ষীয় একক –

(i) F.P.S. পদ্ধতিতে ক্ষমতার অভিকর্ষীয় একক ফুট-পাউন্ড/সেকেন্ড।

(ii) C.G.S. পদ্ধতিতে ক্ষমতার অভিকর্ষীয় একক গ্রাম-সেমি/সেকেন্ড।

(iii) M.K.S. পদ্ধতিতে ক্ষমতার অভিকর্ষীয় একক কিলোগ্রাম-মিটার/সেকেন্ড।

(iv) S.I. পদ্ধতিতে ক্ষমতার অভিকর্ষীয় একক নিউটন-মিটার/সেকেন্ড ।

(গ) ব্যবহারিক একক (Practical unit):

(i) যান্ত্রিক একক (Mechanical unit) অশ্বক্ষমতা (Horsepower)

(ii) বৈদ্যুতিক একক (Electrical unit) ওয়াট (Watt)

ক্ষমতার আন্তর্জাতিক একক হিসাবে ওয়াট ব্যবহৃত হয় এবং বৃহত্তম একক হলো কিলোওয়াট ।

1000 ওয়াট = 1 কিলোওয়াট (kW)

অশ্বক্ষমতা এবং ওয়াটের মধ্যে সম্পর্ক (Relation between HP & Watt)

1 H.P = 550 ফুট-পাউন্ড/সেকেন্ড

= 33000 ফুট-পাউন্ড/মিনিট

= 75 কেজি-মিটার/সেকেন্ড

= 4500 কেজি-মিটার/মিনিট

= 746 ওয়াট অথবা (জুল/সে) = 0.746 কিলোওয়াট = 746×10^7 আর্গ

1kW = $\frac{1 \text{ H.P}}{0.746}$ = 1.34 H.P

প্রতি সেকেন্ড 75 কেজি-মিটার বা প্রতি মিনিটে 4500 কেজি-মিটার কাজ করার ক্ষমতাকে এক H.P বলে । SI পদ্ধতিতে, 1 ওয়াট = 1 নিউটন-মিটার/সেকেন্ড (IN-m/sec) = 1 জুল/সেকেন্ড

শক্তির এককসমূহ (Units of energy): কাজ দ্বারাই শক্তির পরিমাপ করা হয় বলে শক্তির একক কাজের এককের অনুরূপ ।

শক্তির একক: শক্তির একক এবং কাজের একক একই।

(i) C.G.S. পদ্ধতি — শক্তির পরম একক আর্গ এবং অভিকর্ষীয় একক গ্রাম-সেমি ।

(ii) F.P.S. পদ্ধতি — শক্তির পরম একক ফুট-পাউন্ডাল এবং অভিকর্ষীয় একক ফুট-পাউন্ড ।

(iii) M.K.S. পদ্ধতি— শক্তির পরম একক কেজি-মিটার এবং অভিকর্ষীয় একক কেজি-মিটার ।

(iv) S.I. পদ্ধতি— শক্তির পরম একক জুল এবং অভিকর্ষীয় একক নিউটন-মিটার।

শক্তির মাত্রা: কাজের মাত্রা এবং শক্তির মাত্রা একই। $E = ML^2T^{-2}$ [**ক্ষমতার মাত্রা:** $E = ML^2T^{-3}$]

<u>ঘূর্ণন দ্বারা কৃতকাজ (Work done in rotation)</u>

মনে করি, ABC একটি চাকা। এর ব্যাসার্ধ বা হাতলের দৈর্ঘ্য R। একটি বল F, হাতল OC-এর উপর সমকোণে C বিন্দুতে প্রয়োগ করা হলে হাতলটি চক্রাকারে ঘুরবে এবং এক পাক ঘূর্ণনে কাজের পরিমাণ হবে,

W = বল X সরণ (দূরত্ব) = F X $2\pi R$ [এক পাকে উহার অতিক্রান্ত দুরুত্ব S = $2\pi R$]

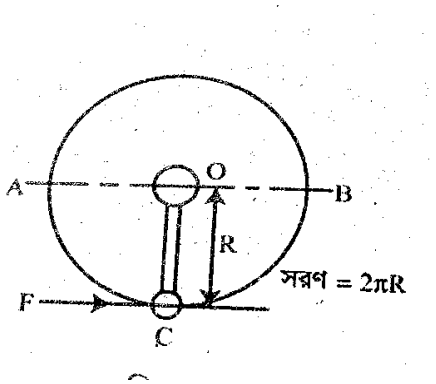
আবার মোমেন্টের নিয়মেও কাজের পরিমাণ নির্ণয় করা যায়।

W=FX 2πR = 2π X (FR) = 2πT [ঘূর্ণন মোমেন্ট বা টর্ক, T = FR]

W = 2πNT = 2π X ঘূর্ণন সংখ্যা × **টর্ক** । [Nসংখ্যক ঘূর্ণনে মোট কাজের পরিমাণ]

<u>শক্তির প্রকারভেদ (Types of energy)</u>

শক্তিকে নিম্নলিখিত ভাগে ভাগ করা যায়, যথা-



(i)যান্ত্রিক শক্তি (Mechanical energy)

(ii) বৈদ্যুতিক শক্তি (Electrical energy)

(iii) তাপ শক্তি (Heat energy)

(iv) আলোকশক্তি (Light energy)

(v)শব্দশক্তি (Sound energy)

vi) রাসায়নিক শক্তি (Chemical energy)

(vii) চুম্বকশক্তি (Magnetic energy)

(viii) আণবিক শক্তি (Atomic energy)

এ অধ্যায়ে কেবলমাত্র যান্ত্রিক শক্তি নিয়ে আলোচনা করা হলো-

যান্ত্রিক ও তাপ শক্তির মধ্যে সম্পর্ক: যখন যান্ত্রিক শক্তি ঘর্ষণজনিত বাধা অতিক্রম করে তখন তাপ উৎপন্ন হয়। যান্ত্রিক কাজের **সাথে সম্পর্ক রেখে এ তাপের একককে কিলোক্যালরি বলা হয়। এক কেজি পানিকে** 1°C তাপমাত্রায় উত্তপ্ত করতে 1 **কিলোক্যালরি তাপের প্রয়োজন হয়।**

641.1 কিলোক্যালরি = 1 **অশ্বশক্তি ঘণ্টা** (IH. P. hr.)

তাপ এবং কাজ পরস্পর পরিবর্তনযোগ্য। অর্থাৎ, নির্দিষ্ট পরিমাণ তাপ উৎপন্ন করতে **নির্দিষ্ট পরিমাণ যান্ত্রিক** কাজের প্রয়োজন ।

W = যান্ত্রিক কাজের পরিমাণ

H = **উক্ত কাজ দ্বারা সৃষ্ট তাপের পরিমাণ**

W = JHএখানে, J = **ধ্রুবক। একে মেকানিক্যাল ইকুইভ্যালেন্ট অব হিট বা সমতুল্য তাপ বলে।** J-এর মান 427 কেজি- মিটার/কিলোক্যালরি।

বৈদ্যুতিক ও যান্ত্রিক শক্তির মধ্যে সম্পর্ক: বৈদ্যুতিক শক্তির একক ওয়াট (Watt) এবং ওয়াট = অ্যাম্পিয়ার X ভোল্টেজ, জুল/সে.

1 কিলোওয়াট = 1000 ওয়াট

1 H.P. = 746 ওয়াট

H.P. $=\frac{\text{ওয়াট}}{746}$

<u>তাপ, বিদ্যুৎ এবং যান্ত্রিক শক্তির মধ্যে সম্পর্ক:</u>

১। **উচ্চ স্থান হতে প্রবাহিত পানি দ্বারা টারবাইন ঘুরিয়ে বিদ্যুৎশক্তি উৎপন্ন করা হয়। এক্ষেত্রে যান্ত্রিক শক্তি** (স্থিতিশক্তি), **বিদ্যুৎশক্তিতে রূপান্তরিত হলো।**

২। **তাপের সাহায্যে বাষ্পীয় ইঞ্জিন দ্বারা রেলগাড়ি চালানো হয় । এক্ষেত্রে তাপ শক্তি, যান্ত্রিক শক্তিতে** রূপান্তরিত হলো

৩। বৈদ্যুতিক ইস্ত্রির তাপের **সাহায্যে কাপড়চোপড় ইস্ত্রি করা হয়। এক্ষেত্রে বিদ্যুৎশক্তি, তাপশক্তিতে রূপান্তরিত**

স্থিতিশক্তির ও গতিশক্তি সম্পর্ক (The relations of potential energy & kinetic energy)

যান্ত্রিক শক্তি দু' প্রকার; যথা-

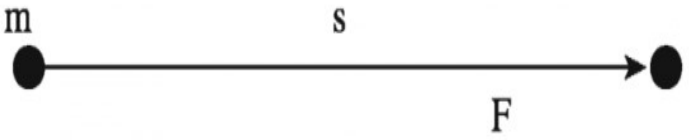
(ক) গতিশক্তি (Kinetic energy) এবং

(খ) স্থিতিশক্তি (Potential energy)

গতিশক্তি (Kinetic energy): কোনো গতিশীল বস্তু এর গতির জন্য যে শক্তি লাভ করে, তাকে গতিশক্তি বলে। অর্থাৎ, কোনো চলন্ত বস্তু দ্বারা স্থিরাবস্থা হবার পূর্বে সম্পন্ন মোট কাজই হলো তার গতিশক্তি।

মনে করি, m ভরবিশিষ্ট একটি বস্তু v আদিবেগে চলছে। গতির বিপরীত দিকে এর উপর F বল প্রয়োগ করলে বস্তুতে মন্দনের সৃষ্টি হবে এবং মনে করি, f মন্দনের বস্তুটি s দূরত্ব অতিক্রম করার পর থেমে গেল।

সূত্রানুসারে পাই-



(শেষবেগ)^2 = (আদিবেগ)^2 – 2 × মন্দন × দূরত্ব

$(v')^2 = v^2 - 2fs$

$0 = v^2 - 2fs$

এখানে, আদিবেগ= v, শেষ বেগ = v′, যেহেতু বস্তুটি থেমে যায়, v′ = 0

$s = \frac{v^2}{2f}$এবং নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্রানুসারে, বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল বলের পরিমাণ = বস্তুর ভর X বস্তুর ত্বরণ।

অর্থাৎ, F = mf

আমরা জানি, কোনো বস্তু থামার পূর্বপর্যন্ত যে পরিমাণ কাজ সম্পন্ন করে, তা-ই গতিশক্তি (K.E)।

গতিশক্তি = স্থিতি অবস্থানে আসার পূর্বপর্যন্ত কৃতকাজ

=বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল বল X স্থিতি অবস্থানে আসার পূর্বমুহূর্তের দূরত্ব

= বল × দূরত্ব,

K.E=FXs

$K.E = mf \times \frac{v^2}{2f}$

$K.E = \frac{1}{2}mv^2$

$K.E = \frac{Wv^2}{2g}$ $[m = \frac{W}{g}]$

গতিশক্তি = $\frac{1}{2}$× ভর × (গতিবেগ)^2

সুতরাং, কোনো বস্তুর ভর ও বেগের বর্গের গুণফলের অর্ধেক দ্বারা গতিশক্তি পরিমাপ করা যায়।

এখানে,

s = মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব

F = বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল বল = mf, m = বস্তুর ভর

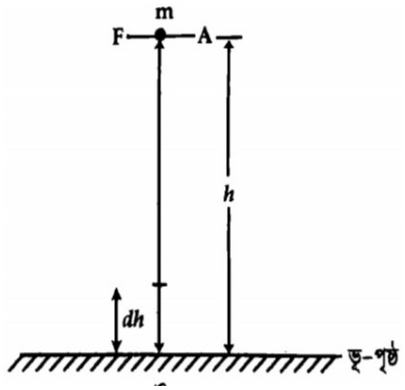
v = বল প্রত্যাহার করার সময় বস্তুর বেগ

W = বস্তুর ওজন, g =মাধ্যাকর্ষণজনিত ত্বরণ।

(খ) স্থিতিশক্তি (Potential energy): কোনো বস্তু তার বর্তমান অবস্থান (Position) বা অবস্থার জন্য যে শক্তিপ্রাপ্ত হয়, তাকে বস্তুটির স্থিতিশক্তি বলে। ভূমি হতে যে-কোনো উচ্চতায় অবস্থিত বস্তু, সংকুচিত বায়ু, সংকুচিত স্প্রিং ইত্যাদি এদের অবস্থান বা অবস্থার জন্য স্থিতিশক্তি প্রাপ্ত হয়। W ওজনের কোনো বস্তুকে h উচ্চতায় উত্তোলন করলে এর স্থিতিশক্তি (P.E.) = বল X দূরত্ব = ওজন × উচ্চতা।

অর্থাৎ, P.E. = W X h = mgh, এখানে, m = ভর, ওজন = W (weight), h = উচ্চতা (height)

কোনো বস্তুকে নির্দিষ্ট উচ্চতায় উত্তোলন করতে প্রয়োজনীয় গতিশক্তি এবং উক্ত বস্তুকে সে উচ্চতায় উঠানোর পরে এর দ্বারা প্রাপ্ত স্থিতিশক্তি পরস্পর সমান। অর্থাৎ, প্রাথমিক গতিশক্তি এবং চূড়ান্ত স্থিতিশক্তি পরস্পর সমান ।



মনে করি, m ভরবিশিষ্ট কোনো বস্তুকে ভূপৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় উঠানো হলো।

এক্ষেত্রে বস্তুটির অবস্থানের পরিবর্তনের ফলে কৃত কাজের পরিমাণ,

= অভিকর্ষ বল × উচ্চতা

স্থিতিশক্তি = অভিকর্ষ বল × উচ্চতা

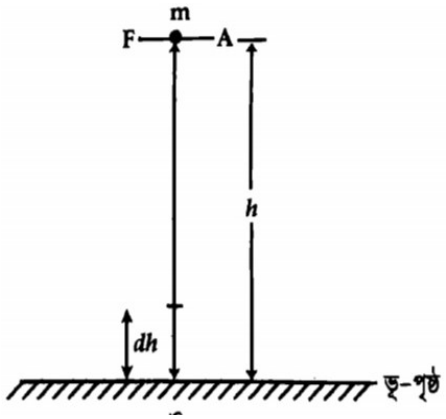
P.E. = F X h= mg Xh= mgh [F = mg]

অতএব, কোনো বস্তুর অবস্থানের পরিবর্তনের জন্য যে কাজ সম্পন্ন হয়, তা-ই হলো স্থিতিশক্তি ।

<u>শক্তির নিত্যতা সূত্র ও প্রমাণ (Proof and the conservation law of enery):</u>

আমরা জানি, কোনোবস্তু স্বাভাবিক অবস্থান থেকে পরিবর্তন করে অন্য অবস্থানে আনতে যে পরিমাণ কাজ করতে হয়, তাই স্থিতিশক্তি। অর্থাৎ, কোনো বস্তুর অবস্থানের পরিবর্তনের জন্য যে কাজ সম্পন্ন হয়, তাই হচ্ছে স্থিতিশক্তি ।

মনে করি, m ভরবিশিষ্ট একটি বস্তুকে ভূপৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় উঠানো হলো। এক্ষেত্রে বস্তুটির অবস্থানের পরিবর্তনের ফলে কৃতকাজের পরিমাণ = অভিকর্ষ বল × উচ্চতা



স্থিতিশক্তি = অভিকর্ষ বল × উচ্চতা

P.E. = F x h, P.E. = mg x h [F = mg]

<u>প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি:</u>

১। কৃতকাজ, W = Fx S

২।ক্ষমতা, $P = \frac{W}{t} = \frac{\text{কাজ}}{\text{সময়}}$ বা, W = Pt

৩।IHP $= \frac{\text{PLANK}}{4500}$

৪। BHP $= \frac{2HNT}{4500}$

৫।কর্মদক্ষতা, $\eta = \frac{\text{H.P (out)}}{\text{H.P (in)}} \times 100$

৬। পাম্পের দক্ষতা, $\eta = \frac{\text{পাম্পেরক্ষমতা (Pp)}}{\text{মোটরেরক্ষমতা (Pm)}}$

$\eta = \frac{\text{B.H.P}}{\text{I.H.P}} \times 100$

<u>অধ্যায়-৩</u>

বলেরসূত্র

বল (Force)

বাহ্যিক শক্তি প্রয়োগ ব্যতিত কোন স্থির বা গতিশীল বস্তুর অবস্থান পার বাহ্যিক শক্তি প্রয়োগ ব্যতীত চিরকাল স্থির অবস্থায় থাকবে। আবার গতিশীল বস্তুতে বাহ্যিক শক্তি প্রয়োগ ছাড়া চিরকা গতিশীল থাকবে। বস্তুর অবস্থান

পরিবর্তন হলে মনে করতে হবে কোন শক্তি প্রয়োগ জন্য হয়েছে এ বাহ্যকবলকে (Force) বলে। সুতরাং, যা স্থির বস্তুর উপর কাজ করে বস্তুটিকে গতিশীল করে কিংবা গতিশীল করতে চায় অথম গতিশীল বস্তুর উপর কাজ করে গতির পরিবর্তন করে কিংবা করতে চায় তাকে বল (Force) বলে।

বলকে দেখা যায় না। কেবল অনুভব করা যায়। বল একটি ভেক্টর রাশি । কারণ বলের ক্রিয়া সম্পূর্ণরূপে প্রকাশ করতে মান (Magnitude) ও দিক (Direction) দুই প্রয়োজন।

বলের পরিমাণগত সংজ্ঞা ও যা কোন বস্তুর উপর ক্রিয়া করে তুরণ সৃষ্টি করে বা করতে চায় তাকে বল বলে। বস্তুর ভর ও ত্বরণের গুণফল দ্বারা বলের পরিমাপ করা হয়। অর্থাৎ, বল (F) = ভর (m) x ত্বরণ (g)

বলের প্রভাব ও বৈশিষ্ট্য (Effect & characteristics of a force)

বলের প্রভাব (Effect of a Force)

বস্তুর উপর বল প্রয়োগের ফলে নিম্নলিখিত প্রভাবগুলি পরিলক্ষিত হয়

১। বস্তুর গতি পরিবর্তন (Change the motion) হয়।

যেমন- স্থির বস্তুকে গতিশীল করে অথবা গতিশীল বস্তুর | গতিকে ত্বরান্বিত বা মন্দায়িত করে।

২। বস্তুর গতিবেগ হ্রাস (Retard the motion) করে।

৩। বস্তুর উপর ক্রিয়া করে।বস্তর উপর ক্রিয়া করে বস্তুকে স্থির অথবা সাম্যাবস্থায় (Restor equilibrium) আনায়ন করে।

৪।এটি যখন ক্রিয়া করে তখন বস্তুর আভ্যন্তরীণ পাড়ন বৃদ্ধি পায় (Rise to the internal stresses)।

বলের পদ্ধতি (System of force)

যখন দুই বা ততোধিক বল কোন একটি বস্তুর উপর ক্রিয়া করে তখন তাকে বলের পদ্ধতি (System of force) বলে। অর্থাৎ বলগুলোর একটি পদ্ধতির মধ্যে আছে বুঝায়।

বলের পদ্ধতি নিম্নরূপ:

(ক) সমতলীয় বলসমূহ (Coplaner forces)

(খ) অসমতলীয় বলসমূহ (Non-coplaner forces)

(গ) সমকেন্দ্রিক বলসমূহ (Concurrent forces)

(ঘ) অসমকেন্দ্রিক বলসমূহ (Non-concurrent forces)

(ঙ) সমতলীয় সমকেন্দ্রিক বলসমূহ (Coplaner concurrent forces)

(চ) সমতলীয় অসমকেন্দ্রিক বলসমূহ (Coplaner non-Concurrent forces)

(ছ) অসমতলীয় সমকেন্দ্রিক বলসমূহ (Non-Coplaner Concurrent forces)

(জ) অসমতলীয় অসমকেন্দ্রিক বলসমূহ (Non-Coplaner non-Concurrent forces)

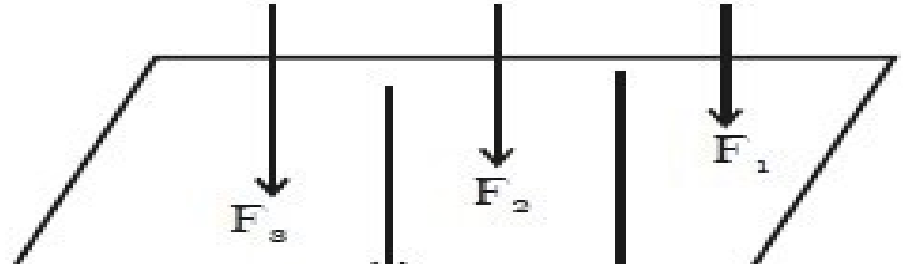
(ঝ) সমান্তরাল বলসমূহ (Parallel forces)

(ঞ) অসমান্তরাল বলসমূহ (Non-Parallel forces), (ট) সমরৈখিক বলসমূহ (Collinear forces)

(ক) সমতলীয় বলসমূহ (Coplaner forces)

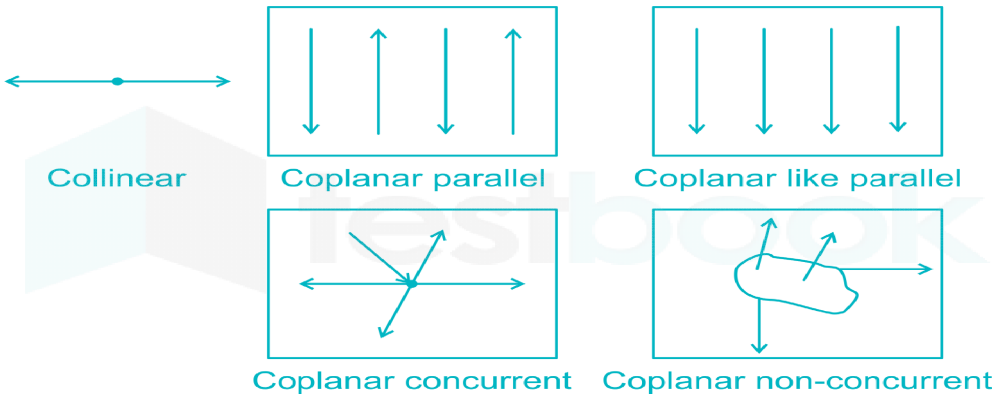
যদি অনেকগুলো বল একই তলে ক্রিয়ারত থাকে তখন ঐ বলসমূহকে সমতলীয় বল বলে।

চিত্র:



(খ) অসমতলীয় বলসমূহ (Non-coplaner forces)

যখন বলগুলো বিভিন্ন তলে ক্রিয়া করে তখন ঐ বলগুলোকে অসমতলীয় বল বলে। চিত্রে



(গ) সমকেন্দ্রিক বলসমূহ (Concurrent forces)

যে সকল বল কোন বস্তুর উপর একই বিন্দুতে মিলিত হয়ে কাজ করে তখন ঐ বলগুলোকে সমকেন্দ্রিক বল বলে। চিত্রে বল ৫ টি সমকেন্দ্রিক।

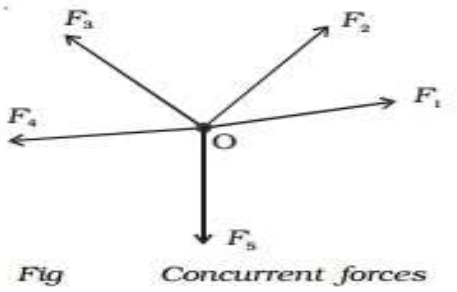
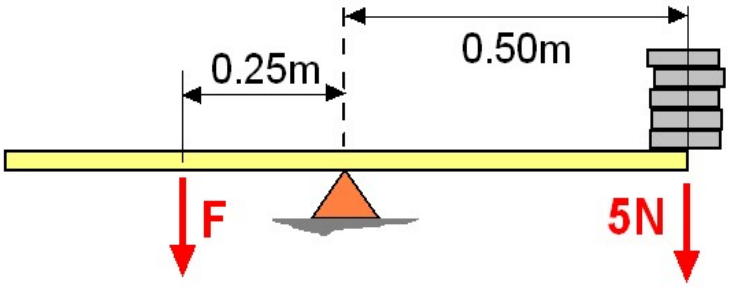


Fig Concurrent forces

(ঘ) অসমকেন্দ্রিক বলসমূহ (Non-concurrent forces)

যে সকল বল কোন বস্তুর উপর একই বিন্দুতে মিলিত না হয়ে ভিন্ন ভিন্ন বিন্দুতে কাজ করে, তখন ঐ বলগুলোকে অসমকেন্দ্রিক বল বলে। চিত্রে বল তিনটি অসমকেন্দ্রিক বল।



লব্ধি বল ও বলের সংযোজন (Resultant force and Composition of forces)

(ক) লব্ধি বল (Resultant force)

দু' বা ততোধিক বল যদি একই সময়ে একটি স্থির বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল হয় এবং যদি এমন একটি বল নির্ণয় করা যায় যার ক্রিয়া ফল, ঐ বস্তুর উপর নির্দিষ্ট বলগুলির মিলিত ক্রিয়া ফলের সমান, তা হলে এ একক বলকে দু' বা ততোধিক বলসমূহের 'লব্ধি বল' বলা হয়। একে সাধারণত R দ্বারা সূচিত করা হয়।

(খ) বলের সংযোজন (Composition of force)

কোন বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল বল ব্যবস্থাকে (System of force) লব্ধি বলের মাধ্যমে প্রতিস্থাপন করাকে বলের সংযোজন (Composition of force) বলে। অর্থাৎ দুই বা ততোধিক বলের লব্ধি নির্ণয় করার পদ্ধতিকে বলের সংযোজন বলে।

লব্ধি বল নির্ণয় (Graphically and analytically resultant force)

দুই 'পদ্ধতিতে লব্ধি বল নির্ণয় করা হয়, যথা

(ক) বৈশ্লেষিক পদ্ধতি (Analytical method) এবং (খ) লেখচিত্র পদ্ধতি (Graphical method)

(ক) বৈশ্লেষিক পদ্ধতির (Analytical method) সাহায্যে লব্ধি বল নির্ণয়

এটা দু'ভাবে বাহির করা হয়। যথা

১। বলের সামন্তরিক সূত্র (Parallelogram law of forces) এবং

২। বিভাজন পদ্ধতি (Method of resolution)

বলের সামান্তরিক সূত্র (Parallelogram law of forces)

একই বিন্দুতে ক্রিয়াশীল দু'টি বলের মান ও দিক যদি কোন বিন্দ হতে অংকিত একটি সামন্তরিকের দু'টি সন্নিহিত বাহু দ্বারা প্রকাশ করা যায়, তবে ঐ বলদ্বয়ের লব্ধির মান ও দিক সামন্তরিকের ঐ বিন্দু হতে অংকিত কর্ণ দ্বারা প্রকাশ করা যাবে।

সামান্তরিকসূত্রের প্রমাণ:

মনে করি, P ও Q দুটি বল O বিন্দুতে ক্রিয়া করছে। OA ও OB সরল রেখা এদের মান ও দিক নির্দেশ করছে এবং বলদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ θ। যদি OACB সামন্তরিকটি সম্পূর্ণ করা হয়, তবে OC কর্ণই এ বল দুটির লব্ধির মান ও দিক নির্দেশ করে। চিত্রে লব্ধির মানকে R দ্বারা সূচিত করা হয়েছে। এখন OA রেখার বর্ধিতাংশের উপর C বিন্দু হতে CD লম্ব টানলে চিত্র হতে পাই,AC = Q

এবং

∠CAD =θ

Sin∠CAD = $\frac{CD}{AC}$

CD = AC sin∠CAD = Q sinθ

এবং cos∠CAD = $\frac{AD}{AC}$

AD = AC sin∠CAD = Q cosθ

OCD সমকোণী ত্রিভূজের-

OC = R =$\sqrt{(OD)^2 + (CD)^2}$

R = $\sqrt{(P + Qcos\theta)^2 + (Qsin\theta)^2}$ $[a+b]^2$এর সূত্র ব্যবহার করে

R = $\sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQcos\theta}$

[$sin^2\theta$+ $cos^2\theta$= 1]

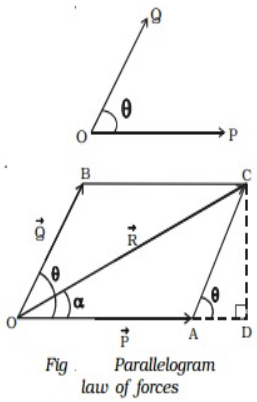


Fig Parallelogram law of forces

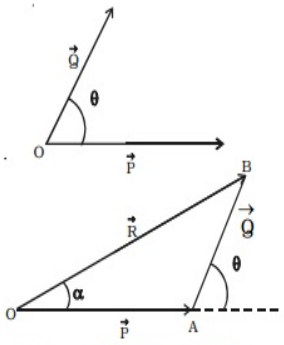


Fig Triangle law of forces

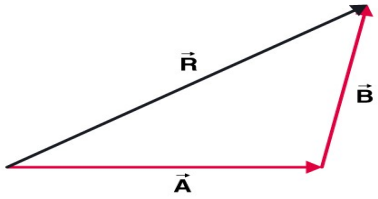
খ) লেখচিত্র পদ্ধতির (Graphical method)

সাহায্যে লব্ধি বল নির্ণয় ও নিম্নলিখিত লেখাচত্র পদ্ধাতর সাহায্যে লাব্ধ বল ানণয় করা হয়, যথা:

(ক) বলের ত্রিভূজ সূত্র (Triangle law of forces)

(খ) বলের বহুভুজ সূত্র (Polygon law of forces)

(গ) ভেক্টর পদ্ধতি (The vectors method)

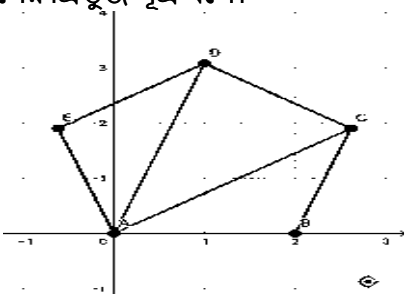


Triangle law of vector addition

বলের ত্রিভূজ সূত্র (Triangle law of forces)

একটি বিন্দুতে ক্রিয়াশীল দুটি বলের মান ও দিক কোন ত্রিভুজের দুটি বাহু দ্বারা সূচিত হলে, এদের লব্ধির মান ও দিক ঐ ত্রিভুজের বিপরীতক্রমে গৃহীত তৃতীয় বাহু দ্বারা সূচিত হবে। একেই বলের ত্রিভুজ সূত্র বলে।

বলের বহুভুজ সূত্র (Polygon law of forces)



যদি কয়েকটি বল কোন বস্তুর উপর নির্দিষ্ট দিকে ক্রিয়া করে এবং এদের মান ও দিক একই ক্রমে বহুভুজের কয়েকটি বাহু অংকন করা যায়, তবে বহুভুজটি সম্পন্ন করতে যে বাহুটির দরকার উহাই বলগুলির লব্ধি বুঝাবে এবং এটি বিপরীতমুখী হবে। এটিই বলের বহুভুজ সূত্র।

বলের বিভাজন (Resolution of a force)

কোন একটি বলকে এর উপাংশে (Component) বিভক্ত করার পদ্ধতিকে বলের বিভাজন বলে । অন্যভাবে বলের বিভাজন এমন একটি পদ্ধতি যার সাহায্যে একটি বলকে একাধিক বলে। বিভাজন করা যায়। উক্ত বিভাজিত বলগুলিকে উপাংশ বলে। উপাংশগুলিকে সংযোজন করলে পুনরায় লব্ধি বল হিসাবে প্রথম বলটি পাওয়া যায়। আনুভূমিক উপাংশ (Horizontal Component) = H এবং উল্লম্ব উপাংশ (Vertical Component) = V

(খ) উপাংশ নির্ণয় পদ্ধতি (Methods of find out the components)

$V = F \sin\theta$

$H = F \cos\theta$ [যার সাথে কোণ সেটাই $\cos\theta$ এবং বিপরীত কোণ $\sin\theta$ হবে]

বলের পদ্ধতিতে লব্ধি বলের মান ও দিক বৈশ্লেষিক এবং লেখচিত্র পদ্ধতিতে নির্ণয় করা যায়। লব্ধি বলের অবস্থান বলতে বুঝায়, যে বিন্দু দিয়ে লব্ধি বল অগ্রসর হবে। লব্ধি বলের অবস্থান দু' পদ্ধতিতে নির্ণয় করা যায়। যেমন

১। বৈশ্লেষিক পদ্ধতি (Analytical method)

২। লেখচিত্র পদ্ধতি (Graphical method)

(ক) বৈশ্লেষিক পদ্ধতি (Analytical method)

একাধিক (Additional) বলের লব্ধি নির্ণয়

একাধিক বল যখন কোন একটি বিন্দুতে ক্রিয়া করে তখন তাদের লব্ধি বর্গের মান ঐ বলগুলির আনুভূমিক উপাংশ ও উল্লম্ব উপাংশের বীজগাণিতিক যোগফলের বর্গের যোগফলের সমান এবং লব্ধির দিকের ট্যানজেন্টের (Tangent) মান বলগুলির উল্লম্ব উপাংশের বীজগাণিতিক ও আনুভূমিক উপাংশের বীজগাণিতিক যোগফলের ভাগফলের সমান।$R = \sqrt{(\Sigma V)^2 + (\Sigma H)^2}$, $\theta = \tan^{-1}\frac{\Sigma V}{\Sigma H}$

বলের সাম্যাবস্থা (Equilibrium of forces)

পূর্ববর্তী অধ্যায়ে লব্ধি বল নির্ণয় করার বিভিন্ন পদ্ধতি আলোচনা করা হয়েছে। কতকগুলো বলের লব্ধির মান যদি শূন্য (0) হয়, তবে তাকে বলের সাম্যাবস্থা হিসাবে ধরা হয়। কোন বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল বলসমূহের লব্ধি শূন্য হলে বল। ব্যবস্থার এরূপ অবস্থাকে বলের সাম্যাবস্থা (Equilibrium of froce) বলে। স্থির বস্তুর উপর বলের লব্ধি শূন্য

হলে বস্তুটি স্থির থাকবে। আর গতিশীল বস্তুর উপর ক্রিয়ারত বলসমূহের লব্ধি শূন্য হলে বস্তুাট সুষম গাততে চলতে থাকবে।

সাম্যাবস্থার নীতিসমূহ (Principles of equilibrium)

কোন বস্তুর উপর ক্রিয়ারত কতকগুলোর লব্ধি শূন্য হলে তাকে বলের সাম্য বলা হয়। বলের সাম্যাবস্থায় বস্তু বা কণা। হির থাকে অথবা সুষম (Uniform) গতিতে থাকে ।

(ক) কোন বস্তুর সাম্যাবস্থার জন্য এর উপর প্রয়োগকৃত বলগুলোর লব্ধির মান শূন্য হবে।

(খ) বলগুলোর অনুভূমিক ও উল্লম্ব উপাংশগুলোর আলাদাভাবে শূন্য হবে।

বলের সাম্যাবস্থা তিনটি নীতিমালা অনুসরণ করে, যেমন- $\Sigma H = 0$, $\Sigma V = 0$, $\Sigma M = 0$

(ক) দ্বি-বল নীতি (Two force principle):

দু'টি বল যখন কোন বস্তুতে ক্রিয়া করে এবং বস্তুটি সাম্য অবস্থায় থাকে তখন বল দু'টি একই রেখায় কাজ করে। বল দু'টির মান সমান। অর্থাৎ, F = F বল দু'টি পরস্পর বিপরীতমুখী হবে।

(খ) ত্রি-বল নীতি (Three force principle):

যদি তিনটি বল কোন বস্তুর উপর ক্রিয়া করলে বস্তুটি সাম্যাবস্থায় থাকে তবে যে কোন দু'টি বলের লব্ধি অবশ্যই তৃতীয় বলের সমান হবে। অর্থাৎ, F = F ও F, এর লব্ধি। তৃতীয় বলের বিপরীতমুখী হবে।

তৃতীয় বলের সাথে একই রেখায় অবস্থিত থাকবে।

(গ) চার বল নীতি (Four force principle)

চারটি বল যদি কোন বস্তুর উপর ক্রিয়া করে সাম্যাবস্থায় থাকে তাহলে এদের যে কোন দু'টি বলের লব্ধি অপর দুটি বলের লব্ধির-

সমান

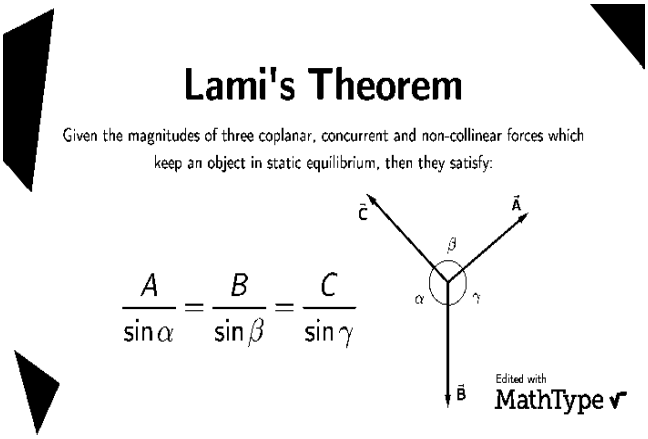
বিপরীতমুখী

একই রেখা বরাবর অবস্থিত থাকবে ।

ল্যামির সূত্র (Lami's theorem)

কোন বিন্দুতে ক্রিয়ারত তিনটি সমতলীয় বল ভারসাম্য সৃষ্টি করলে এদের প্রত্যেকটি বলের মান অপর দুটি বলের অন্তর্গত কোণের সাইনের (Sin Ø) সমানুপাতিক হবে।

$$\frac{P}{\sin\alpha} = \frac{Q}{\sin} = \frac{R}{\sin\gamma}$$



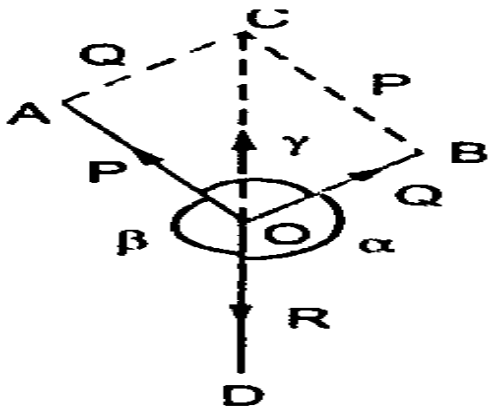
প্রমাণ:

মনে করি, P, Q ও R সমতলীয় বল তিনটি 0 বিন্দুতে ক্রিয়া করে ভারসাম্য রয়েছে। এদের বিপরীত কোণগুলো যথাক্রমে, β ও Y ।

প্রথমে P এবং Q বল দু'টি কল্পনা করি এবং মনে করি, OA = P এবং OB = Q । OA এবং OB-কে সংলগ্ন বাহু ধরে সামান্তরিক অঙ্কন করতে হবে। যেহেতু বলগুলো ভারসাম্য অবস্থায় আছে বলের লব্ধি

OD রেখা বরাবর R এর সমান কিন্তু এর দিক বিপরীত দিকে হবে। এখন P এবং Q বল দু'টির লব্ধির মান ও দিক সামান্তরিক OABC এর কর্ণ দ্বারা সূচিত হয়েছে । চিত্র হতে

OA = BC = P, OB = AC = Q



<AOC = 180° – β

এবং <ACO = <BOC = 180° - α

<CAO = 180° - (<AOC + <ACO)

= 180° - [(180° – β) + (180° – α)]

= 180° – 180° + β – 180° + α

= α + β – 180°

কিন্তু α + β + Y = 360°

চিত্র:ল্যামির সূত্র উভয় পক্ষ হতে 180° বিয়োগ করে-

α + β + Y - 180° = 360 – 180°

বা, α + β + Y - 180° = 180°

বা, α + β – 180° = 180° - Y

.:<CAO = 180° –Y

ত্রিকোণমিতির সূত্রানুযায়ী AOC ত্রিভুজের

$^{OA}/_{\sin < ACO} = {}^{AC}/_{\sin < AOC} = {}^{OC}/_{\sin < CAO}$

$^{OA}/_{\sin(180-\alpha)} = {}^{AC}/_{\sin(180-\beta)} = {}^{OC}/_{\sin\sin(180-Y)}$ [Sin (180 -θ) = Sin θ]

$\frac{P}{\sin\alpha} = \frac{Q}{\sin\beta} = \frac{R}{\sin\gamma}$(প্রমাণিত)

সাম্যাবস্থার শর্ত (Conditions of equilibrium)

সমতলীয় অসমকেন্দ্রিক বল ব্যবস্থায় বল প্রভাবাধীন বস্তুটি নিম্নের যেকোন শর্ত মেনে চলে

১। বস্তুটির যেকোন একদিকে সরণ হতে পারে।

২। বস্তুর সরণ না হয়ে নিজ অক্ষের চতুর্দিকে আবর্তন করতে পারে।

৩। বস্তুর নিজ অক্ষের চতুর্দিকে আবর্তনসহ যেকোন একদিকে সরণ হতে পারে।

৪। বস্তুটি সম্পূর্ণরূপে স্থির থাকতে পারে।

সাম্যাবস্থার প্রকারভেদ (Types of equilibrium)

সাধারণত তিন ধরনের সাম্যাবস্থার সৃষ্টি হয়, যথা

১। স্থায়ী সাম্যাবস্থা (Stable equilibrium)

২। অস্থায়ী সাম্যাবস্থা (Unstable equilibrium)৩। নিরপেক্ষ সাম্যাবস্থা (Neutral equilibrium)

<u>প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি:</u>

R = $\sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\theta}$

R = $\sqrt{(\Sigma V)^2 + (\Sigma H)^2}$

θ = $\tan^{-1}\frac{\Sigma V}{\Sigma H}$ [দিক ΣV (+) হলে উপরে, ΣV (-) হলে নিচে এবং ΣH(+) হলে ডানে, ΣH (-) হলে বামে]

Tanθ = $\frac{Q\sin\theta}{Q\cos}$ লব্দি যে বলের সাথে কোণ উৎপন্ন করে তা ...মুক্ত থাকবে

(ক) যদি θ= 0° হয়, অর্থাৎ P ও Q বল দুটি একই লাইনে একই দিকে কাজ করলে R = P + Qহবে।

(খ) যদি θ = 90° হয়, অর্থাৎ P ও Q বল দুটি পরস্পর সমকোণে কাজ করলে R= $\sqrt{P^2 + Q^2}$ হবে।

গ) যদি θ= 180° হয়, অর্থাৎ বল দুটি পরস্পর একই লাইনে বিপরীত দিকে কাজ করলে R = P - Qহবে। এক্ষেত্রে লব্ধি বলটি বড় বলটির দিকে কাজ করবে।

(ঘ) যদি P= Q হয়, অর্থাৎ বল দু'টি পরস্পর সমান হলে, R = 2P $\cos\frac{\theta}{2}$অথবা, R = 2Q $\cos\frac{\theta}{2}$ হবে।

প্রতিক্রিয়া বল নির্ণয়:

ঊর্ধ্বমুখী বল উপরের দিকে ↑ (+)

নিম্নমুখী বল নিচেরর দিকে ↓ (-)

২। দুটি সমান বল P এবং Q কোন বস্তুর উপর 0° কোণে 90° কোণে এবং 180° কোণে পৃথকভাবে ক্রিয়া করলে লব্ধি বলের মান কত হবে?

সমাধান:

$\alpha = 0°$ হলে,

লব্ধি বলের মান, $R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\ cos\alpha}$

$= \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\ cos0°}$

$= \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ}$

$= \sqrt{(P+Q)^2}$

$\therefore R = P + Q$ **(Ans.)**

$Cos0° = 1$
$Cos90° = 0$
$Cos180° = -1$

আবার, $\alpha = 90°$ হলে

আবার লব্ধি, $R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQcos\alpha}$

$= \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQcos90°}$

$= \sqrt{P^2 + Q^2}$ **(Ans.)**

$\alpha = 180°$ হলে,

আবার, লব্ধি $R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\ cos\alpha}$

$= \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\ cos180°}$

$= \sqrt{P^2 + Q^2 - 2PQ}$

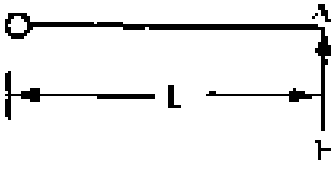
$= \sqrt{(P-Q)^2}$ **(Ans.)**

অধ্যায়-৪

বলের মোমেন্ট

বলের মোমেন্ট বা ভ্রামক (Moment of force)

বস্তুর উপর প্রযুক্ত বলের ঘূর্ণন ক্রিয়াকে ঐ বলের মোমেন্ট বা ভ্রামক (Moment of force) বলে। অর্থাৎ, কোন একটি বল যদি কোন বস্তুকে একটি নির্দিষ্ট স্থান হতে লম্ব দূরত্বে ঘুরায় বা ঘুরাতে চায়, তাহলে ঐ ঘুরানোর প্রবণতার পরিমাণকে প্রযুক্ত বলের মোমেন্ট বা ভ্রামক বলে।



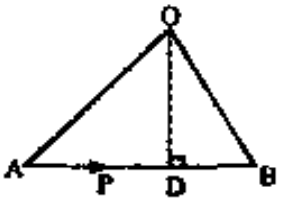
চিত্র ঃ ৩.১ বলের মোমেন্ট

মনে করি, OA একটি লম্বা কাষ্ঠখণ্ডের একপ্রান্তে O বিন্দুতে এমনভাবে আটকানো আছে, যেন এটা ঐ বিন্দুর চারদিকে ঘুরতে পারে। এখন ঐ O বিন্দুই ঘূর্ণনের কেন্দ্রবিন্দু। অপর প্রান্ত অর্থাৎ ডান প্রান্তে A এর উপর বল প্রযোগ করলে এটা O এর চারদিকে F(বল) ঘুরতে থাকবে। অতএব, সংক্ষেপে বলা যায় কোন বস্তু ঘূর্ণনের সময়ে এর উপর প্রযুক্ত বল ও বল প্রয়োগের স্থান হতে অক্ষের দূরত্বের (লম্ব দূরত্বের) গুণফলই বলের মোমেন্ট অর্থাৎ, বলের মোমেন্ট = প্রযুক্ত বল x লম্ব দূরত্ব, বা, M = FxL এখানে, M = বলের মোমেন্ট, F = বল।

বলের মোমেন্টর জ্যামিতিক ব্যাখ্যা (Geometrical representation moment of force):

মনে করি, AB রেখাটি P বলের মান ও দিক নির্দেশ করে।

চিত্র অনুযায়ী O বিন্দুটি স্থির। এই O বিন্দর চারিদিকে P বলের আবর্তন প্রবণতার পরিমাণ অর্থাৎ মোমেন্ট নির্ণয় করতে হবে। | এখন, O বিন্দু হতে P বলের ক্রিয়া রেখার উপর ODলম্ব টানি। তাহলে মোমেন্টর সূত্রানুযায়ী, O বিন্দু সাপেক্ষে P বলের মোমেন্ট = বল x লম্ব দূরত্ব।



চিত্র ঃ ৩.২ বলের মোমেন্ট

বা, M = P x OD = AB XOD

M = 2x ($\frac{1}{2}$AB x OD) =2x($\frac{1}{2}$x ভূমি x উচ্চতা)

A = 2X AOB ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

চিত্র বলের মোমেন্ট= 2 xAOB এর ক্ষেত্রফল।

অর্থাৎ কোন স্থির বিন্দু সাপেক্ষে একটি বলের মোমেন্ট (M), ঐ বিন্দু ও প্রদত্ত বলটির নির্দেশক সরল রেখায় প্রাপ্ত | বিন্দুদ্বয়ের দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণ হবে।

মোমেন্টর একক (Units of moment)

বল এবং দূরত্বের গুণফলই মোমেন্ট।তাই বল ও দূরত্বের এককের উপর মোমেন্টর মান নির্ভরশীল। যদি বলে একক কেজি এবং দূরত্বের একক মিটার হয়, তখন মোমেন্টর একক কেজি-মিটার। সংক্ষেপে kg-m লেখা হয়। আবার বলের একক নিউটন এবং দূরত্বের একক মিটার হলে মোমেন্টর একক নিউটন-মিটার (N-m)।

সুতরাং মোমেন্টের একক নিম্নরুপ-

কেজি-মিটার (kg-m)

কেজি-সেন্টিমিটার (kg-cm)

নিউটন-মিলিমিটার (N-mm)

কিলোনিউটন-মিটার (kN-m) ইত্যাদি।

ধনাত্মক ও ঋণাত্মক মোমেন্ট (Clockwise and anticlockwise moment)

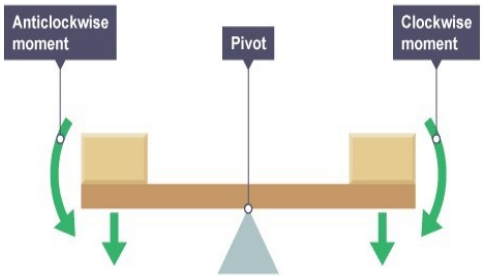
মোমেন্ট দু' প্রকার, যথা-

১। ধনাত্মক মোমেন্ট (Clockwise moment)

২। ঋণাত্মক মোমেন্ট (Anticlockwise moment)

ধনাত্মক মোমেন্ট (Clockwise moment)

কোন বল যদি নির্দিষ্ট লম্ব দূরত্বে থেকে বস্তুকে ঘড়ির কাঁটার দিকে ঘুরায় বা ঘুরাতে চায়, তাহলে বলেরএরূপ ঘূর্ণন ক্রিয়াকে ধনাত্মক বা ক্লকওয়াইজ মোমেন্ট বলে। চিত্রে F (কেজি) | বল A বিন্দু হতে লম্ব দূরত্বে থেকে বস্তুটিকে ঘড়ির কাঁটার দিকে ঘুরাবে। এধনাত্মক মোমেন্ট ক্ষেত্রে ক্লকওয়াইজ মোমেন্ট, M_A = F xd কেজি-সেমি (+ve)



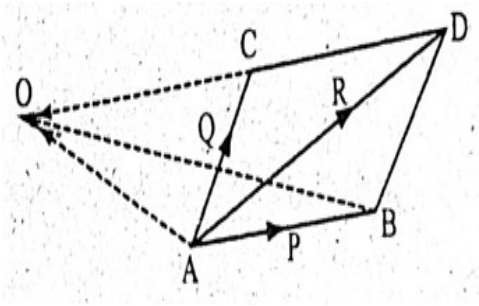
ঋণাত্মক মোমেন্ট (Anticlockwise moment)

কোন বল যদি নির্দিষ্ট লম্ব দূরত্বে থেকে বস্তুকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে ঘুরায় বা ঘুরাতে চায়তাহলে বলের এরূপ ঘূর্ণন ক্রিয়াকে ঋণাত্মক বা অ্যান্টিক্লকওয়াইজ মোমেন্ট বলে। F (কেজি) বলটি A বিন্দু হতে d (সেমি) লম্ব দূরত্বে থেকে বস্তুটিকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে ঘুরাবে। অতএব, A বিন্দুতে অ্যান্টিক্লকওয়াইজ চিত্র ঋণাত্মক মোমেন্টর মোমেন্টর, M_A = F x d কেজি-সেমি (-ve)

ভেরিগনের মোমেন্ট নীতি (Varigon's principle of moment)

যদি কোন বস্তুর উপর একাধিক সমতলীয় বল একই সাথে ক্রিয়ারত থাকে, তবে যে কোন বিন্দু হতে সকল বলের মোমেন্টর বীজগাণিতিক যোগফল হবে একই বিন্দু সাপেক্ষে উক্ত বলগুলোর লব্ধির মোমেন্টর সমান। অর্থাৎ লব্ধি বলের মোমেন্ট = বলগুলোর মোমেন্টর বীজগাণিতিক যোগফল।

মনে করি, P এবং Q বল দু'টি A বিন্দুতে ক্রিয়া করে R লব্ধি বল সৃষ্টি করছে। Oএদের সমতলে অবস্থিত একটি বিন্দু। প্রমাণ করতে হবে, Oবিন্দুর সাপেক্ষে, R লব্ধি বলের মোমেন্ট = P বলের মোমেন্ট+ Q বলের মোমেন্ট। এখন, AB এর সমান্তরাল করে OC রেখা টানি। OA এবং OB যোগ করি। সামান্তরিকের সূত্রানুযায়ী AD ডায়াগোনাল, P এবং Q বল দু'টির লব্ধি নির্দেশ করছে।



মোমেন্টের জ্যামিতিক ব্যাখ্যা অনুসারে:

'O' বিন্দুর সাপেক্ষে, P বলের মোমেন্ট = 2 × AOB ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

'O' বিন্দুর সাপেক্ষে, Q বলের মোমেন্ট = 2 × AOC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

'O' বিন্দুর সাপেক্ষে, R লব্ধি বলের মোমেন্ট =

2 × AOD ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

চিত্র হতে আমরা পাই- AOD ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = AOC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল + ACD ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

কিন্তুΔACD এর ক্ষেত্রফল = ABD ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = AOB ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল। (একই ভূমি এবং একই উচ্চতাসম্পন্নত্রিভুজ বলে)

AOD ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = AOB ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল + AOC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

উভয় পার্শ্বকে 2 দ্বারা গুণ করে-

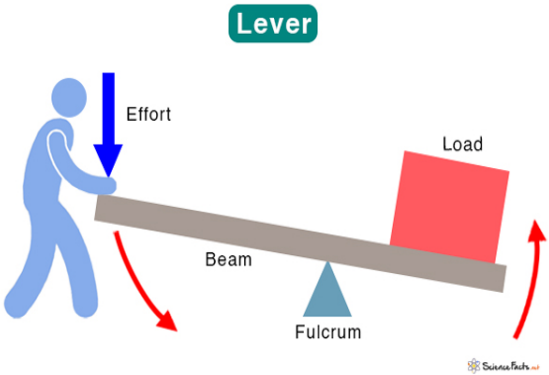
2 × AOD ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = 2 × AOC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল + 2x AOB ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

R লব্ধি বলের মোমেন্ট = P বলের মোমেন্ট + Q বলের মোমেন্ট

মোমেন্টর সূত্র (Laws of moment) [মোমেন্ট (M) = বল X লম্ব দূরুত্ব]

একাধিক কোপ্লেনার বল বা সমতলীয় বল একটি বিন্দুতে ক্রিয়া করে যদি বস্তুটি সাম্যাবস্থায় থাকে, তবে বস্তুর যেকোন বিন্দু বা অক্ষ বরাবর সকল ধনাত্মক মোমেন্ট (Clockwise moment) অবশ্যই সকল ঋণাত্মক মোমেন্ট (Anticlock-wise moment) এর সমান হবে। অর্থাৎ বলগুলোর মোমেন্টর বীজগাণিতীয় যোগফল শূন্য হবে।

লিভার (Lever)



একটি সোজা অথবা বাঁকা শক্ত দণ্ডকে এক প্রান্তে কব্জা দ্বারা আটকালে একে লিভার বলে। যে বিন্দুকে কেন্দ্র করে লিভারটি মুক্তভাবে আবর্তিত হতে পারে, তাকে ফালক্রাম (Fulcrum) বলে। এটার এক প্রান্তে বল প্রয়োগ করলে অপর প্রান্তটি ভার উত্তোলন করতে সক্ষম। লিভারের যে প্রান্তে বল প্রয়োগ করা হয় তাকে বল বাহু (Effort arm) এবং যে প্রান্ত ভার উত্তোলন করে তাকে ভার বাহু বলে।লিভারের উদাহরণ ক্রো বার (Crow bar), কাচি (Scissors), প্লয়ারস (Pliers) ইত্যাদি। লিভার ২ প্রকার। যথা: ১। সরল লিভার, ২। যৌগিক লিভার।

লিভারের নীতি (Principle of lever)

বল x বল প্রয়োগ স্থান থেকে ফালক্রামের দূরত্ব = ভর x ভরের অবস্থান হতে ফালক্রামের দুরত্ব,

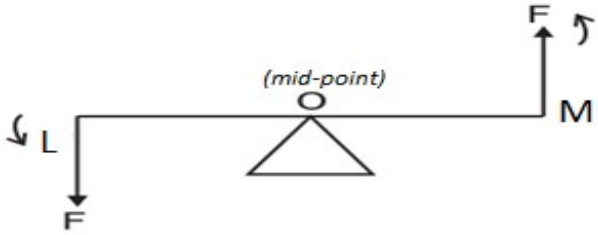
অর্থাৎ বল X বল বাহুর দৈর্ঘ্য (Effort arm) = ভর x ভরবাহুর দৈর্ঘ্য (Load arm)

যান্ত্রিক সুবিধা বৃদ্ধি করতে হলে প্রযুক্ত বলের বাহুর (a) দৈর্ঘ্য বাড়াতে হবে অথবা লোড বাহুর (b) দৈর্ঘ্য কমাতে হবে ।

কাপল বা যুগল বা জোড় (Couple)

যখন একটি বস্তুর উপর দুটি বিন্দুতে দু'টি সমান, সমান্তরাল ও বিপরীতমুখী বল ক্রিয়া করে, কিন্তু এদের ক্রিয়া একই সরলরেখা বরাবর কাজ করে না, তখন এরা একটি জোড় বা যুগল (Couple) সৃষ্টি করে। যুগল সৃষ্টিকারী বল দু'টির ক্রিয়ারেখার মধ্যবর্তী লম্ব দূরত্বকে যুগলের বাহু (Arm of Couple) বলে। যুগলের যে কোন একটি বল ও যুগলের বাহুর গুণফলকে যুগলের মোমেন্ট (Moment of Couple) বলে ।

চিত্রে F মানের দুটি সমান ও সমান্তরাল বল A এবং B বিন্দুতে বিপরীতমূখী ক্রিয়া করে জোড় বা যুগলের সৃষ্টি করেছে।



জোড়ের মোমেন্ট =বল x জোড়ের বাহু

M = P x AB = P X d

এখানে, P = বল, d = দুরুত্ব।

যুগলের শ্রোণাবভাগ (Classification of Couple)

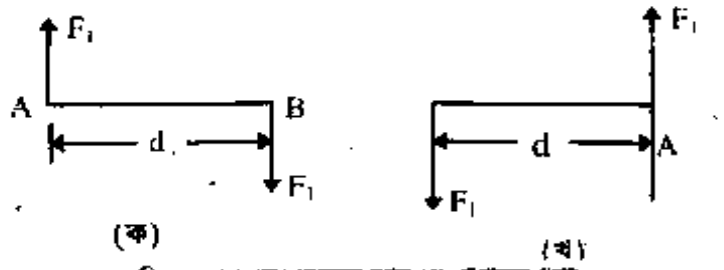
যুগল দিয়ে সৃষ্ট ঘূর্ণন গতির দিক অনুযায়ী যুগলকে নিম্নলিখিত দু'ভাগে ভাগ করা যায়, যথা-

(ক) ডানাবর্তী বা ধনাত্মক যুগল (Clockwise Couple orPositive Couple)

একটি জোড়ের ঘূর্ণন যদি ঘড়ির কাটার দিকে হয়, তবে তাকে ধনাত্মক যুগল বলে। একে পজেটিভ যুগলও (Positive Couple) বলে।

(ক) ধনাত্মক যুগল

(খ) ঋণাত্মক যুগল



চিত্র 1 ৩.১৫ (ক) ধনাত্মক যুগল (খ) ঋণাত্মক যুগল

(খ) বামাবর্তী বা ঋণাত্মক যুগল (Anticlockwise Couple or Negative Couple):

একটি জোড়ের ঘূর্ণন যদি ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে হয়, তবে তাকে ঋণাত্মক যুগল বলে। একে নেগেটিভ যুগল (Negative Couple) বলে ।

যুগলের ধর্ম বা বৈশিষ্ট্য (Properties or characteristics of a Couple)

যুগলের ধর্মগুলি নিম্নরূপ:

১। যুগল সৃষ্টিকারী বল দু'টির বীজগাণিতিক যোগফল শূন্য হবে।।

২। যুগল সৃষ্টিকারী বল দু'টির সমতলে অবস্থিত যে কোন বিন্দুতে এদের মোমেন্টের বীজগাণিতিক যোগফল সর্বদা সময়।

৩। একই সমতলে ক্রিয়ারত একটি বল এবং একটি যুগল ভারসাম্য সৃষ্টি করতে পারে না।

৪। একই সমতলে ক্রিয়ারত দু'টি যুগলের মোমেন্ট সমান ও বিপরীত হলে এরা পরস্পর ভারসাম্য সৃষ্টি করবে।

৫। একই সমতলে ক্রিয়ারত যে কোন সংখ্যক যুগল, একটি মাত্র যুগলের সমান হতে পারে এবং উক্ত যুগলেরমোমেন্ট, অন্যান্য যুগলগুলির মোমেন্টর বীজগাণিতিক যোগফলের সমান।

৬। একটি যুগলের পরিবর্তে সর্বদাই এর সমতুল্য অপর একটি যুগল সৃষ্টি করা যায়।

<u>প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি:</u>

মোমেন্ট (M) = বল X লম্ব দূরুত্ব [kg-m, kg-cm, N-m, KN-m]

ধনাত্নক মোমেন্ট: ঘড়ির কাঁটার দিকে হলে (+) হবে ↲ (+), ΣM_A = ↲ (+ve)

নাত্নক মোমেন্ট: ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে হলে (-) হবে ↳ (-), ΣM_B = ↳ (-ve)

প্রতিক্রিয়া বল নির্ণয়:

ঊর্ধ্বমুখী বল উপরের দিকে ↑ (+)

নিম্নমুখী বল নিচেরর দিকে↓ (-)

অধ্যায়- ৫

ঘর্ষণ

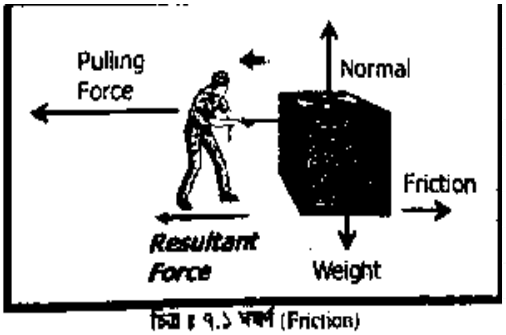
ঘর্ষণ গবেষণা ইঞ্জিনিয়ারিং এর একটি গুরুতপর্ণ-

ঘর্ষণের কারণে আমরা খুব সাধারণভাবে পৃথিবীতে চলাফেরা করতে পারি। ঘর্ষণ ছাড়া আমরা কাঠে পেরেক আটকাতে এবং দড়িতে গিরা দিতে পারতাম না। সুতরাং আমাদের দৈনন্দিন জীবনে ঘর্ষণ ব্যাপক হারে প্রয়জন এবং ব্যবহার হচ্ছে। আবার এই ঘর্ষণের কারণে আমাদের ব্যবহৃত পণ্য দিন দিন ক্ষয় হচ্ছে এবং এদের দক্ষতা কমে যাচ্ছে। সবকিছু মিলিয়ে ঘর্ষণের উপকার এবং অপকার দুই-ই আছে।

ঘর্ষণের প্রয়োগ আমাদের বাস্তবিক জীবনে অনেক। অনুভূমিক, হেলান এবং লম্ব তলে অবস্থিত কোন বস্তু, ল্যাডার এবং ওয়েজ ইত্যাদি ক্ষেত্রে আমরা ঘর্ষণের প্রয়োগ দেখতে পাই। ঘর্ষণ আসলে সবসময় আমাদের বিরোধিতা করে, তারপরও আমরা ঘর্ষণের প্রয়োজনীয়তা অনুভব করি।

ঘর্ষণ বা ঘর্ষণ বল (Friction or frictional force)

প্রত্যেক বস্তুর তলদেশ দৃশ্যত যতই মসৃণ হউক না কেন, প্রকৃতপক্ষে তা একেবারে মসৃণ নয়। আমরা যদি অণুবীক্ষণ যন্ত্রের সাহায্যে লক্ষ্য করি, তাহলে দেখতে পাব যে ঐ বস্তুর তলদেশে কিছু কিছু অমসৃণতা বিদ্যমান। কোন একটি বস্তুর তলের উপর যখন অন্য একটি বস্তু বা পাশাপাশি দুটি বস্তুর তল একে অপরের সংস্পর্শে থেকে চলতে থাকে বা চলতে চেষ্টা করে, তখন এদের মিলনতলে গতির বিপরীত দিকে যে বল বাধা প্রদান করে, তাকে ঘর্ষণ বল। (Frictional force) বা সংক্ষেপে ঘর্ষণ বলে। এই ঘর্ষণ (Friction) বলকে F দ্বারা প্রকাশ করা হয়। প্রত্যেক যন্ত্রের সংযোগস্থলে আপেক্ষিক গতির জন্য ঘর্ষণ বলের উৎপত্তি হয়। ঘর্ষণের জন্য শক্তির কিছু অংশ অপচয় হয়। সংস্পর্শ তলের মসৃণতার উপর ঘর্ষণ বল নির্ভর করে।



চিত্র ঃ ৭.১ ঘর্ষণ (Friction)

ঘর্ষণের প্রকারভেদ (Types of friction)

ঘর্ষণ প্রধানত দু' প্রকার, যথা

(ক) স্থির ঘর্ষণ (Static friction)

(খ) গতি বা চল ঘর্ষণ (Dynamic or kinetic friction)

(ক) স্থির ঘর্ষণ (Static friction)

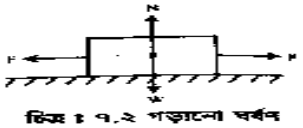
যখন একটি বস্তু অন্য একটি বস্তুর উপর স্থির অবস্থায় থাকে এবং এদেরকে গতিশীল করার জন্য যে বল প্রয়োগ করা হয়, তখন স্থির থাকা অবস্থায় তাদের সংস্পর্শ তলে যে ঘর্ষণ বল তাকে স্থির ঘর্ষণ বলে। একে E দ্বারা প্রকাশ করা হয়। এক্ষেত্রে ঘর্ষণ বলের মান F, অবশ্যই প্রযুক্ত বলের মানের সমান।

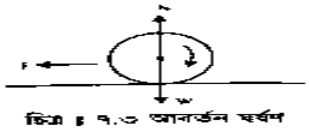
(খ) গতি বা চল ঘর্ষণ (Dynamic or kinetic friction)

যখন একটি বস্তু অপর একটি বস্তুর সংস্পর্শে থেকে চলতে থাকে, তখন এদের সংস্পর্শ তলে গতির বিপরীত দিকে যে ঘর্ষণ বল সৃষ্টি হয়, তাকে গতি বা চল ঘর্ষণ বল দ্বারা প্রকাশ করা হয়। এক্ষেত্রে ঘর্ষণ বলের মান প্রযুক্ত বলের মানের চেয়ে কম বা সমান। অর্থাৎ F <P। | চল ঘর্ষণ দু' প্রকার, যথা

১। গড়ানো ঘর্ষণ (Sliding friction)

যখন কোন বস্তু অন্য বস্তুর উপর দিয়ে গড়িয়ে চলে অর্থাৎ বস্তুদ্বয় সংস্পর্শে থেকে গতিশীল হয়, তখন বস্তুর উপর যে ঘর্ষণ বল কাজ করে, তাকে গড়ানো ঘর্ষণ বলে।


চিত্র ঃ ৭.২ গড়ানো ঘর্ষণ


চিত্র ঃ ৭.৩ আবর্তন ঘর্ষণ

২। আবতন ঘর্ষণ (Rolling friction)

ঘর্ষণ বল কমানোর জন্য যখন বস্তুদ্বয়ের মধ্যবর্তী সংস্পর্শ তলে বল (Ball) বা রোলার (Roller) ব্যবহার করা হয় তখন যে ঘর্ষণ বল উৎপন্ন হয়, **তাকে আবর্তন ঘর্ষণ বলে। অর্থাৎ যখন কোন বস্তু অন্য কোন বস্তুর উপর আবর্তিত হতে থাকে তখন বস্তুর উপর যে ঘর্ষণ বল কাজ করে,**

ঘর্ষণের সুবিধা ও অসুবিধা (Advantages and disadvantages of friction)

ঘর্ষণের সুবিধা (Advantages of friction)

ঘর্ষণের কারণে আমরা পৃথিবীতে চলাফেরা করতে পারি।

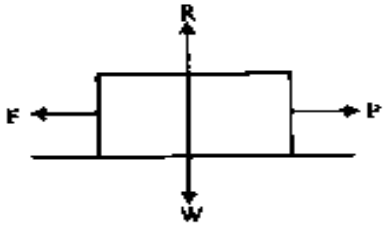
রাস্তাঘাটে গাড়ি চালাতে পারি।

কাঠে পেরেক আটকাতে পারি।।

ঘর্ষণের অসুবিধা (Disadvantages of friction)

ঘর্ষণের কারণে ঘূর্ণনশীল যন্ত্রাংশ ক্রমান্বয়ে ক্ষয়প্রাপ্ত হয়।

যন্ত্রাংশের জীবনীশক্তি কমে যায় ইত্যাদি।



চিত্র ঃ ১.৪ সীমিত ঘর্ষণ

ঘর্ষণের সূত্রাবলি (Laws of friction)

স্থির ঘর্ষণের সূত্রাবলি বা বৈশিষ্ট্যঃ দু'টি অমসৃণ তলের ভিতর যে স্থির ঘর্ষণ ক্রিয়া করে, তা নিম্নবর্ণিত সূত্রাবলি মেনে চলে

(ক) **ঘর্ষণ বল সর্বদাই বস্তু যে দিকে চলার উপক্রম হয়**, তার বিপরীত দিকে ক্রিয়া করে।

(খ) ঘর্ষণ বলের মান বস্তুর উপর প্রয়োগকৃত বলের সমান।

(গ) সীমিত ঘর্ষণ বল (Limitting frictional force)

এর মান এবং যে কোন দুটি তলের **মধ্যে** সৃষ্ট লম্ব প্রতিক্রিয়া বলের মানের অনুপাত সর্বদা **ধ্রুবক**।

(ঘ) **ঘর্ষণ বল তলদেশের ক্ষেত্রফলের উপর নির্ভরশীল নয়।**

(ঙ) এ ঘর্ষণ বল **তলদেশের মসৃণতার উপর নির্ভরশীল।**

চল ঘর্ষণের সূত্রাবলি বা বৈশিষ্ট্য:

১।চল ঘর্ষণ বল সর্বদা বস্তুর গতির বিপরীত দিকে ক্রিয়া করে।

২। চল ঘর্ষণ বলের মান এবং বস্তুর তলের উল্লম্ব প্রতিক্রিয়া বলের অনুপাত সর্বদাই একটি ধ্রুব সংখ্যা। তবে এটি সর্বদাই সীমিত ঘর্ষণ মানের চেয়ে একটু কম হয়।তবে এ বলের মান সর্বদাই সমান এবং ধ্রুবক। কিন্ত বস্তুর গতি বৃদ্ধির সাথে সাথে ঐ মান সামান্য কমে যায়।

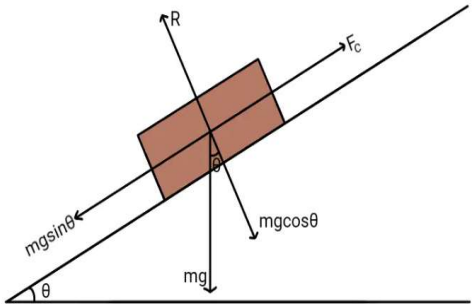
ঘর্ষণ কোণ (Angle of friction)

মনে করি, **হেলানো তলের উপর একটি W ওজনের বস্তু স্থির অবস্থায় আছে । নিম্নলিখিত বলের ক্রিয়ার উপর** বস্তুটি সাম্যাবস্থায় আছে।

১। বস্তুর ওজন 'W' **উল্লম্বভাবে নিচের দিকে ক্রিয়া করছে।**

২। ঘর্ষণ বল 'F' **বস্তুর উপর অনুভূমিক তলে সমান্তরালে ক্রিয়া** করছে।

৩। প্রতিক্রিয়া বল 'R' **হেলানো তলে লম্বভাবে ক্রিয়া করছে।**



একটি হেলানো তলকে অনুভূমিকের সাথে যে কোণে অবস্থান

করালে এর হেলানো তল উপর অবস্থিত কোন বস্তুর সবেমাত্র সচল হয়ে নিচের দিকে x পড়ার উপক্রম হয়, এরূপ অবস্থায় হেলানো তলটি অনুভূমিকের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে ঘর্ষণ কোণ (Angle of friction) বলে।

চিত্রানুযায়ী, F = বস্তুটিকে স্বস্থানে ধরে রাখার জন্য প্রয়োজনীয় ঘর্ষণ বল ।

বস্তুটি সচল হওয়ার জন্য প্রয়োজনীয় বল, F = w sinØ

এবং এটি বিপরীত দিকে ক্রিয়া করবে। আর অভিলম্ব প্রতিক্রিয়া বল, R = w cosØ

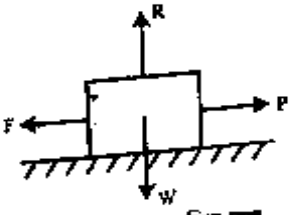
$\frac{F}{W} = \frac{w \sin\emptyset}{w \cos\emptyset} = \tan\emptyset$

ঘর্ষণ সহগ (Co-efficient of friction)

দুটি বস্তুর মধ্যকার সীমিত ঘর্ষণ বল এবং অভিলম্ব প্রতিক্রিয়া বলের অনুপাতকে ঘর্ষণ সহগ বলে। একে (মিউ) দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

$\mu = \frac{F}{R} = \tan\emptyset$

$F = \mu R$



চিত্র ঃ ৭.৬ আনুভূমিক তল

ফ্রি বডি ডায়াগ্রাম

আনুভূমিক, হেলান এবং লম্ব তলে অবস্থিত কোন বস্তু, ল্যাডার এবং ওয়েজ এর ফ্রি বডি ডায়াগ্রাম (Explain free body diagrams of a body lying on horizontal, inclined ical surfaces, ladder and wedge) :

ডায়াগ্রাম (Free body diagram)

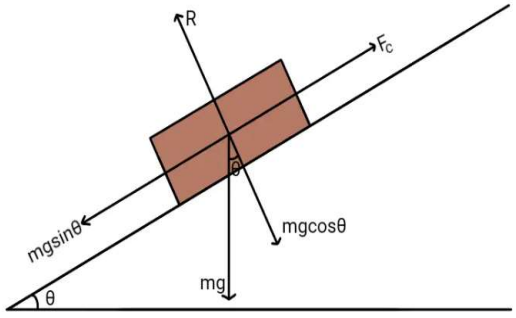
কোন বস্তুর প্রকৃত চিত্র না অঙ্কন করে শুধুমাত্র বস্তুর উপর প্রয়োগকৃতকত নিয়ে যে চিত্র অঙ্কন করা হয়, তাকে ফ্রি বডি ডায়াগ্রাম বলে।

আনুভূমিক তলে অবস্থিত কোন বস্তুর ফ্রি বডি ডায়াগ্রাম (Free body diagram of ah lying on a horizontal surface)

এখানে বস্তুর ওজন w' এর জন্য প্রতিক্রিয়া বল কাজ করছে। আবার বস্তুর উপর P বল প্রয়োগ করলে বিপরীতমুখী ঘর্ষণ বল F সৃষ্টি হবে।

হেলান তলে অবস্থিত কোন বস্তুর ফ্রি বডি ডায়াগ্রাম

(ক)তে হেলান তলে অবস্থিত কোন বস্তুর ফ্রি বডি ডায়াগ্রাম দেখানো হয়েছে । এই অবস্থায় বস্তুর প্রতিক্রিয়া বল R যেহেতু বস্তুটি তার ওজন W এর প্রভাবে নিচে নামতে চাইবে তাই ঘর্ষণ বল F তলের সমান্তরালে বস্তুর গতিমুখের বিপরীতে কাজ করবে। বস্তুটির উপরে তলের জন্য P বল প্রয়োগ করা হয়েছে। যেহেতু বস্তুটির গতিমুখ উপরের দিকে সুতরাং ঘর্ষণ বল নিচের দিকে কাজ করবে।



কেন্দ্র এবং ভরকেন্দ্র

ভরকেন্দ্র ও কেন্দ্র (Center of gravity and centroid)

এ বিশ্বে প্রত্যেক বস্তুর প্রতিটি কণাকে পৃথিবী তার কেন্দ্রের দিকে আকর্ষণ করে। পৃথিবীর এ আকর্ষণ বল বস্তুর কণার ভরের সমানুপাতিক এবং যা খাড়াভাবে নিচের দিকে কাজ করে । এটাই বস্তুর ওজন হিসাবে পরিচিত। প্রতিটি বস্তুর এমন একটি বিন্দু আছে, বস্তুটি যে ভাবেই রাখা হোক না কেন, সে বিন্দু দিয়ে ঐ বস্তুর সমস্ত ওজন পৃথিবীর কেন্দ্র অভিমুখে ক্রিয়া করে, তাকে ঐ বস্তুর ভরকেন্দ্র (Centre of gravity) বলে । একে সংক্ষেপে c.g বলা হয়। স্মরণ রাখা দরকার যে, প্রতিটি বস্তুতে কেবলমাত্র একটি ভরকেন্দ্র থাকে। সুতরাং বলা যায় যে, কোন বস্তুকে একই স্থানে যে ভাবেই রাখা হোক না কেন, তার উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বল বা বস্তুর ওজন বা ভর একটি বিশেষ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে, ঐ বিশেষ বিন্দুটিকেই বস্তুটির ভরকেন্দ্র বলে ।

ত্রিভুজ, চতুর্ভুজ, বৃত্ত ইত্যাদি চিত্রের ক্ষেত্রফল আছে কিন্তু ভর নেই। ঐ সমস্ত চিত্রের ক্ষেত্রফলের মধ্যবিন্দুকে কেন্দ্র (Centroid) বলে । কোন বস্তুর ভরকেন্দ্র ও চিত্রের কেন্দ্র নির্ণয় পদ্ধতি একই।

ভরকেন্দ্র এবং কেন্দ্র এর মধ্যে পার্থক্য (Distinguish between center of gravity and centroid)

ভরকেন্দ্র এবং কেন্দ্র এর পার্থক্য নিম্নে দেওয়া হল

তল্লকেন্দ্র (Center of gravity) কেন্দ্র (Controld) যার দৈর্ঘ্য, প্রস্থ এবং উচ্চতা আছে তাকে ঘনবস্তু |

১। যে সকল ক্ষেত্রের কেবলমাত্র রৈখিক অস্থিতি বলে। ঘনবস্তুর ওজন যে বিন্দু দিয়ে ক্রিয়া করে | আছে কিন্তু ওজন নেই, এরূপ জ্যামিতিক ক্ষেত্রের তাকে ভরকেন্দ্র বলে। সুতরাং ঘনবস্তুর ক্ষেত্রে। কেন্দ্র বিন্দুকে কেন্দ্র বলে। জ্যামিতিক ভরকেন্দ্র কথাটি ব্যবহৃত হয়।

ক্ষেত্রফলের ক্ষেত্রে কেন্দ্র কথাটি ব্যবহৃত হয়। বই, খাতা, চেয়ার, টেবিল, মার্বেল, সিলিন্ডার

২। বর্গক্ষেত্র, আয়তক্ষেত্র, বৃত্ত, ত্রিভূজ, বহুভুজ, ইত্যাদির ভরকেন্দ্র আছে।

সামান্তরিক ইত্যাদির কেন্দ্র আছে।।

৩। ভরকেন্দ্র এবং কেন্দ্র নির্ণয় পদ্ধতি একই।

৪। কেন্দ্র এবং ভরকেন্দ্র নির্ণয় পদ্ধতি একই।

ভরকেন্দ্র বা কেন্দ্র নির্ণয় পদ্ধতি (Methods of finding out center of gravity)

নিমের চারটি পদ্ধতির যে কোন একটি পদ্ধতির সাহায্যে সরল চিত্রের কেন্দ্র বা ভরকেন্দ্র নির্ণয় করা যায় ।

(ক) জ্যামিতিক পদ্ধতি (Geometrical consideration)

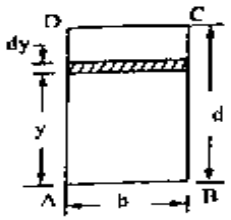
(খ) লেখচিত্র পদ্ধতি (Graphical method)

(গ) ইন্টিগ্রেশন পদ্ধতি (Integration method)

(ঘ) মোমেন্ট পদ্ধতি (Moment method)

আয়তক্ষেত্রের ভারকেন্দ্র নির্ণয় কর (Determine the centroid of rectangle): অথবা, আয়তাকার ক্ষেত্রের গভীরতা d এবং প্রস্থ ৮ হলে প্রমাণ কর যে, ভারকেন্দ্রের দূরত্ব।

মনে করি, পার্শ্বের চিত্রে ABCD একটি আয়তক্ষেত্র। ক্ষেত্রটির ভূমি = AB = b । উচ্চতা বা গভীরতা = BC = d। এখন ভূমি হতে y দূরত্বে dy পুরুত্বের একটি ফালি (Strip) বিবেচনা। করি। মনে করি, চিত্রানুযায়ী AB রেফারেন্স অক্ষ হতে y দূরে আয়তক্ষেত্রটির ভরকেন্দ্র অবস্থিত।



চিত্র ঃ ৫.৪ আয়তক্ষেত্রের ভরকেন্দ্র

ক্ষুদ্র ফালি বা অংশের ক্ষেত্রফল dA = bdy

এবং সম্পূর্ণ ক্ষেত্রফল, A = bd

ক্ষুদ্র ফালির ভরকেন্দ্র=$\frac{dA.Y}{dA}$

সম্পুর্ন্য অংশের ক্ষেত্রফল

$Y=\int_0^d y.\,bdy/dA$

$=\frac{\int_0^d y.bdy/dA}{A}$

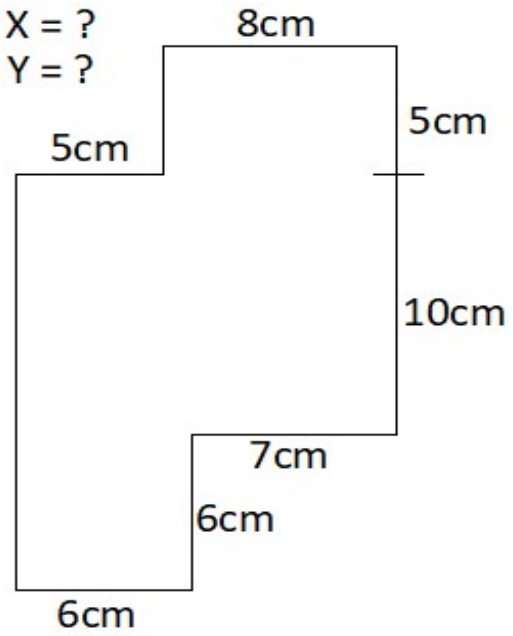
$=\frac{\int_0^d y.bdy/dA}{bd}$

$=b/bd\int_o^d y.\,dy$

$=1/d[\frac{y2}{2}]_o^d$

$=1/d[\frac{d2}{2}-\frac{0}{2}]$

$=\frac{d}{2}$ (প্রমানিত)

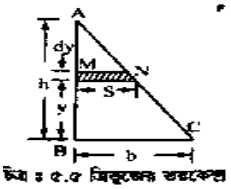


ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র নির্ণয় কর (Determine the centroid of triagle)

অথবা, প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজের ভরকেন্দ্রের গভীরতা তার উচ্চতার এক-তৃতীয়াংশ।

সমাধান

মনে করি, ABC একটি ত্রিভুজ। এর ভূমি BC = b এবং উচ্চতা AB = h চিত্রে দেখানো হয়েছে। ভূমি BC হতে উপরের দিকে y দূরত্বে dy পুরুত্বের একটি ফালি (Strip) MN বিবেচনা করি।।



চিত্র ঃ ৫.৫ ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র

MN = S এবং MN অংশের ক্ষেত্রফল dA = s. dy

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল A = $\frac{bh}{2}$ =$\frac{1}{2}$ bh.

ΔABC এবং ΔAMN দু'টি সদৃশ ত্রিভুজ হতে আমরা পাই,

$=\frac{MN}{BC}=\frac{AM}{AB}$

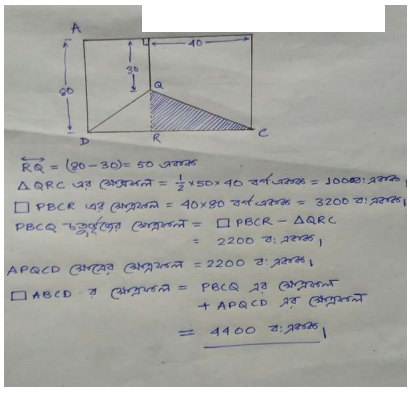
$=\frac{s}{b}=\frac{h-y}{h}$

$S=\frac{b(h-y)}{h}$

$Y=\int\frac{ydA}{A}$

$=\frac{\int_0^h ysdy}{A}$

$=\frac{\int_0^h \frac{b(h-y)}{h}dy}{\frac{bh}{}}$



$$=\frac{\frac{b}{h}\int_0^h (b-y)(y.dy)}{\frac{bh}{2}}$$

$$=\frac{2}{h^2}\int_0^h (hy - y^2)dy$$

$$=\frac{2}{h^2}\int_0^h (hy)dy - \int_0^h (y^2)dy$$

$$=\frac{2}{h^2}\left[\{h.\frac{y^2}{2}\}_0^h - \{\frac{y^3}{3}\}_0^h\right]$$

$$=\frac{2}{h^2}\left(\frac{h^3}{2} - \frac{h^3}{3}\right)$$

$$=\frac{2}{h^2} \times \frac{h^3}{6}$$

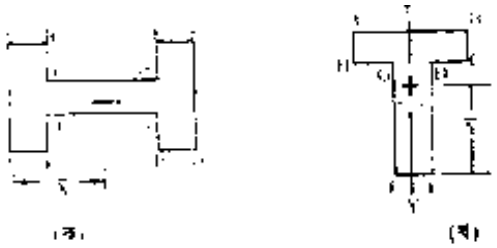
$=\frac{h}{3}$ (প্রমানিত)

রেফারেন্স অক্ষ এবং প্রতিসম অক্ষ (Identify the Axis of reference and Axis of symmetry)

রেফারেন্স অক্ষ (Axis of reference)

কোন বস্তুর বা চিত্রের ভরকেন্দ্র সর্বদা একটি কল্পিত অক্ষের সাপেক্ষে নির্ণয় করা হয়, এ কল্পিত অক্ষকে রেফারেন্স অক্ষ বলে।

y নির্ণয়ের জন্য চিত্রের সর্বনিম্ন যে রেখাটি xx অক্ষের সমান্তরালে থাকে তাকে (x-x) রেফারেন্স অক্ষ হিসাবে ধরা হয়। আর x নির্ণয়ের জন্য চিত্রের বাম পার্শ্বস্থ যে রেখাটি y-y অক্ষের সমান্তরালে থাকে তাকে (v-v) রেফারেন্স অক্ষ হিসাবে ধরা হয়।



চিত্র : ৫.২ (ক) ও (খ) প্রতিসম অক্ষ

প্রাতসম অক্ষ (Axis of symmetry)

অনেক সময় কোন চিত্র বা সেকশন xx অক্ষে অথবা y-y অক্ষে সুষম (Symmetrical) অবস্থায় থাকে। সুতরাং কোন সেকশন চিত্রকে যে অক্ষ (x-x অথবা y-y অক্ষ)। বরাবর খুব সহজেই সমান দু' ভাগে ভাগ করা যায়, সে অক্ষকেই প্রতিসম অক্ষ বলে। কেন্দ্র বা ভরকেন্দ্র সর্বদা প্রতিসম অক্ষে বিরাজ করে। তাই এরূপ সেকশনের ভরকেন্দ্র সহজে নির্ণয় করা যায়।

অধ্যায়- ৭

জড়তার ভ্রামক

মোমেন্ট অব ইনার্শিয়া (Moment of inertia)

কোন নির্দিষ্ট বিন্দুতে বলের মোমেন্ট = বল x লম্ব দূরত্ব।

যদি বল 'P' এবং **কোন নির্দিষ্ট বিন্দু হতে এর** লম্ব দূরত্ব (Perpendicular distance) 'x' হয়, **তাহলে বলের মোমেন্ট** হবে P.x, **এ মোমেন্টকে বলের প্রথম মোমেন্ট বলে। উক্ত মমামেন্টকে পুনরায় লম্ব দূরত্ব** 'x' দ্বারা গুণ করলে পাওয়া যায় (P.x). x = Px, **একে বলের মোমেন্টর মোমেন্ট বা বলের দ্বিতীয় মোমেন্ট বা জড়তার** মোমেন্ট (Moment of Inertia) **বলে। সংক্ষেপে একে** M.I অথবা কেবলমাত্র। দ্বারা সূচিত করা হয়। | বলের পরিবর্তে যদি **কোন ক্ষেত্র কিংবা ভর বিবেচনা করা যায় তবে দ্বিতীয় মোমেন্ট যথাক্রমে ক্ষেত্রের দ্বিতীয় মোমেন্ট বা ভরের** দ্বিতীয় মোমেন্ট বলে পরিচিত। সুতরাং, সকল প্রকার **দ্বিতীয় মোমেন্টর মোমেন্ট অব ইনার্শিয়া বা জড়তার ভ্রামক** বলে।

মোমেন্ট অব ইনার্শিয়ার একক (Units of moment of inertia)

ক্ষেত্রফলের এককের উপর নির্ভর করে মোমেন্ট অব ইনার্শিয়ার একক নিম্নরূপ:

১। **ক্ষেত্রফল বর্গমিটার এবং দৈর্ঘ্য মিটার হলে**, M. I. কে (মিটার) দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

২। **ক্ষেত্রফল বর্গ সেমি এবং দৈর্ঘ্য সেমি হলে**, M.I. কে (সেমি) দ্বারা প্রকাশ করা হয় এবং

৩। **ক্ষেত্রফল বর্গ মিমি এবং দৈর্ঘ্য মিমি হলে** M. I কে (মিমি) দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

মোমেন্ট অব ইনার্শিয়া নির্ণয় পদ্ধতি (Method for finding out the M.I).

কোন বস্তু বা ক্ষেত্রফলের মোমেন্ট অব ইনার্শিয়া নিম্নের দুটি পদ্ধতিতে নির্ণয় করা যায়, যেমন—

রুথ এর পদ্ধতি ব্যবহার করে (By using Routh's rule)

(ii) সমাকলন পদ্ধতির সাহায্যে (By the method of integration)

মোমেন্ট অব ইনার্শিয়ার সূত্র নিরূপণ (Derivation of the formula for moment of inertia of an area):

রুথ এর সূত্র (Routh's law)

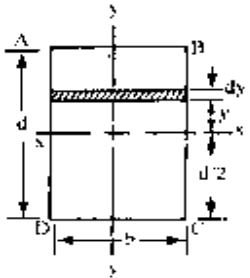
যদি কোন বস্তু অথবা ক্ষেত্র পরস্পর সমকোণে অবস্থিত তিনটি অক্ষের (x-x, y-y এবং z-z) সাপেক্ষে প্রতিসম হয় **তবে বস্তুর ভরকেন্দ্রগামী যে কোন অক্ষে মোমেন্ট অব ইনার্শিয়া** নিম্নলিখিত সুত্রের সাহায্যে **নিরূপণ করা যায়।**

আয়তক্ষেত্রের মোমেন্ট অব ইনার্শিয়া (Moment of inertia of a rectangular section)

মনে করি, ABCD **একটি আয়তক্ষেত্র। এর প্রস্থ** AB = CD = b এবং গভীরতা BC= AD = d। এর কেন্দ্র হতে x-অক্ষের সমান্তরালে y দূরে ক্ষুদ্র ফ্যালি (strip) dy **কল্পনা করি। উক্ত ক্ষুদ্রতর অংশের ক্ষেত্রফল**, dA = b.dy.

তাহলে উক্ত ক্ষুদ্র ক্ষেত্রের **মোমেন্ট অব ইনার্শিয়া**, Ix = y. dA

= y.b.dy



চিত্র : ৬.৬ আয়তক্ষেত্রের মোমেন্ট অব ইনার্শিয়া

(ক) ভরকেন্দ্রগামী x-x **অক্ষের সাপেক্ষে** সম্পূর্ণ আয়তক্ষেত্রের মোমেন্ট।

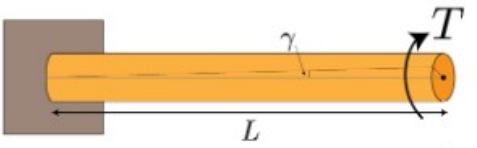
$I_x = \int_{-\frac{d}{2}}^{+\frac{d}{2}} y^2\, bdy$

$= b[\frac{y^3}{3}]_{-\frac{d}{2}}^{+\frac{d}{2}}$

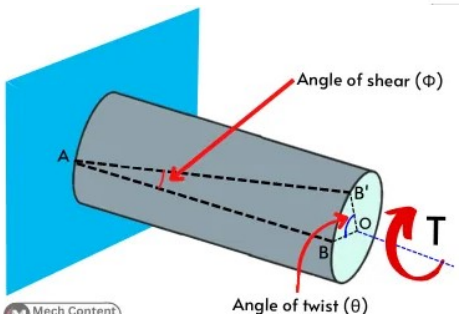
$= \frac{b}{3}[\left(\frac{d}{2}\right)3 - \left(-\frac{d}{2}\right)3]$

৮ম অধ্যায়:টরশন বা মোচড়

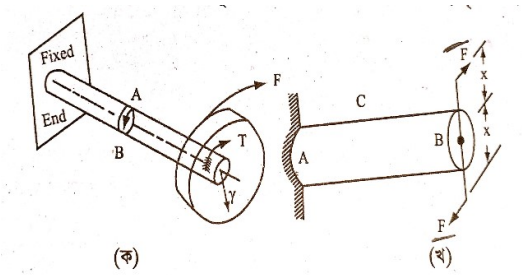
Torsion/মোচড় ২ প্রকার। যথা: ১। Share Stress, ২। Angle of twist.



টরশন বা মোচড় (Torsion):



কোনো একটি ধাতব গোলাকার দণ্ডের একপ্রান্ত আবদ্ধ রেখে অপর প্রান্তে ঘূর্ণন বল (F-বল) প্রয়োগের ফলে যদি দণ্ডটি মোচড়াতে চেষ্টা করে, তবে দণ্ডটি টরশন অবস্থায় আছে বলে ধরা হয়। সাধারণত বিভিন্ন ওয়ার্কশপ, কলকারখানা বা ফ্যাক্টরির মেশিনে ঘূর্ণন প্রক্রিয়ায় শক্তি স্থানান্তর (Energy transfer)-এর জন্য ঘূর্ণন বল প্রয়োগ করা হয়। শ্যাফটের একপ্রান্ত দৃঢ়ভাবে আটকিয়ে অপর প্রান্তে একটি পুলির পরিধির উপরে ফিতা বা বেল্টের সাহায্যে এরূপ F বল প্রয়োগ করা হয়। শ্যাফট বা দণ্ডের অক্ষ হতে ঘূর্ণন বল প্রয়োগের বিন্দু পর্যন্ত দূরত্ব এবং ঘূর্ণন বলের গুণফলকে টর্ক (Torque) বা টার্নিং মোমেন্ট বা টুইস্টিং মোমেন্ট (Twisting moment) বলে। এ অবস্থায় দণ্ডের একপ্রান্তে ঘূর্ণন বল প্রয়োগের ফলে দণ্ডটি যে মোচড় সৃষ্টি করে, তাকেই টরশন বলে



চিত্রে টর্ক, T = F.x + F.x = 2Fx. টর্ক, দণ্ডটিকে বাঁকা না করে সর্বদা মোচড়াতে চেষ্টা করবে। টরশনের ফলে বৃত্তাকার দণ্ডে কৌণিক সরণ (Angular displacement), শিয়ার পীড়ন ও শিয়ার উৎপন্ন হবে।

গতিসূত্র (Laws of motion)

আমরা জানি, সময়ের প্রেক্ষিতে এবং পারিপার্শ্বিক বস্তুর সাপেক্ষে যখন কোনো বস্তু তার অবস্থানের পরিবর্তন ঘটায়, তখন তারঅবস্থাকে বলা হয় গতি এবং বস্তুটিকে বলা হয় গতিশীল বস্তু। আর নির্দিষ্ট দিকে কোনো একটি গতিশীল বস্তুর দূরত্ব অতিক্রমের হারকেবেগ বলে। বল একটি বাহ্যিক কারণ, যা কোনো একটি বস্তুর গতি বা স্থিতি অবস্থার পরিবর্তন ঘটায় বা ঘটাতে চায়। অপরদিকে,কোনো একটি বস্তুতে মোট যে পরিমাণ পদার্থ আছে, তাকে তার ভর (Mass) বলে। বস্তুর ভর স্থান নিরপেক্ষ অর্থাৎ যে-কোনো স্থানেনেওয়া হোক না কেন এর মান সর্বত্র স্থির থাকবে। বস্তুর ভর তার স্থিতি, গতি, তাপমাত্রা ইত্যাদি দ্বারা প্রভাবিত হয় না। ভর, গতি বা বেগ এবং বলের নিবিড় সম্পর্ক রয়েছে। ১৮৮৬ সালে বিখ্যাত বিজ্ঞানী স্যার আইজাক নিউটন (Sir Isaac Newton) এদের সম্পর্ককে তিনটি সূত্রের সাহায্যে ব্যক্ত করে তাঁর অমর গ্রন্থ প্রিন্সিপিয়া (Principia)-তে প্রকাশ করেন। তাঁর নামানুসারে এ তিনটি সূত্রকে নিউটনের গতিসূত্র বলে। সূত্রগুলো নিম্নে বিবৃত হলো-

১ম সূত্র: বাহির থেকে কোনো বল বস্তুর উপর প্রযুক্ত না হলে অর্থাৎ, বস্তুর উপর বলের লব্ধি শূন্য হলে স্থির বস্তু স্থির থাকে এবং গতিশীল বস্তু সমবেগে সরল রেখায় চলতে থাকে। এ সূত্রকে জড়তা এবং বলের সংজ্ঞা নির্দেশক সূত্র বলা হয়।

২য় সূত্র: কোনো একটি বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তনের হার প্রযুক্ত বলের সমানুপাতিক এবং বল যেদিকে প্রযুক্ত হয় ভরবেগেরপরিবর্তন সেদিকে ঘটে। এ সূত্রকে বল পরিমাপের ও প্রকৃতি নির্দেশের সূত্র বলা হয়।

৩য় সূত্র: প্রত্যেক ক্রিয়ার একটি সমান ও বিপরীত প্রতিক্রিয়া রয়েছে। অর্থাৎ, প্রত্যেক ক্রিয়ামূলক বলের একটি সমান ও বিপরীত প্রতিক্রিয়ামূলক বল আছে। এ সূত্রকে বস্তুসমূহের মধ্যে বলের পারস্পরিক ক্রিয়া সূত্র বলা যায়।

সূত্রাবাল:

$P = \frac{2\pi NT}{4500}$ min

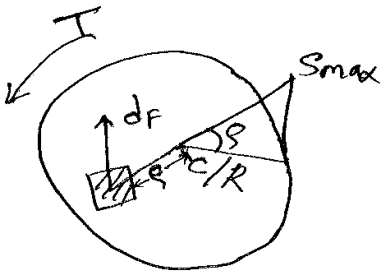
$P = \frac{\pi D^3 fs/Ss}{16}$

$D^3 = \frac{16T}{\pi fs}$

$\theta = \frac{TL}{GJ}$

$J = \frac{\pi D^4}{32}$

$fs/Smax = \frac{TR}{\frac{\pi D^4}{32}}$



P = অশ্ব ক্ষমতা

N = মোচড়/ঘূর্ণন সংখ্যা

T = টর্ক

D = শ্যাফটের ব্যাস

L = শ্যাফটের দৈর্ঘ

θ = মোচড় কোণ

J = পোলার মোমেন্ট [Izz = Ixx + Iyy] $Izz/J = \frac{\pi D^4}{32}$

G = মডুলাস অব রিজিডিটি/দৃঢ়তার গুণাংক

fs = শিয়ার পীড়ন

$\frac{\text{সর্বোচ্চপীড়ন}}{\text{সর্বোচ্চদূরুত্ব}} = \frac{\text{সর্বনিম্নপীড়ন}}{\text{সর্বনিম্নদূরুত্ব}}$

$\frac{Smax}{C} = \frac{Ss}{\rho}$

$Ss = \frac{Smax \times \rho}{C}$

$F = PA$ $[P = \frac{F}{A}]$

$\therefore d_F = Ss \times d_A$

Moment, $T = \int dF \rho$

$T = \int Ss \times d_A \times \rho$

$T = \int \frac{Smax \times \rho}{C} d_A \rho$

$T = \frac{Smax}{C} \int \rho^2 d_A$

$T = \frac{Smax}{C} J$

$fs/Smax = \frac{T \times C/R}{J}$, $Smax = \frac{TR}{\frac{\pi D^4}{32}}$

Work, W = F x d [d = মোচড় পরিধি বরাবর]

= F x 2πr = 2πNT [T = Fr, N = মোচড়/ঘূর্ণন সংখ্যা]

Torosion = মোচড়

(1) Torsion → Shear stress, Angle of twist (θ)

$\dfrac{S_{max}}{c} = \dfrac{S_s}{\rho}$

$S_s = \dfrac{S_{max}\,\rho}{c}$

$P = \dfrac{F}{A}$

$F = PA$

$S_{max} = \dfrac{T \times c}{J}$

dF = Stress × Area

$= S_s \times d_A$

$\therefore dF = S_s\, d_A$

Moment

$T = \int dF \times \rho$

$T = \int S_s\, d_A\, \rho$

$T = \int \dfrac{S_{max}\,\rho}{c}\,\rho\, d_A$

$T = \dfrac{S_{max}}{c}\int \rho^2\, dA$

$T = \dfrac{S_{max}\, J}{c}$

$\therefore S_{max} = \dfrac{T\, c/R}{J}$ (Proved)

$S_{max} = \dfrac{TR}{\frac{\pi D^4}{32}}$

=

সূত্র

* $P = \dfrac{2\pi NT}{4500}$ min

* $T = \dfrac{\pi D^3 f_s}{16}$

$D = \dfrac{16T}{\pi f_s}$

* $\theta = \dfrac{TL}{GJ}$

* $J = \dfrac{\pi D^4}{32}$

P = অশ্ব ক্ষমতা
N = ঘূর্ণন সংখ্যা
T = টর্ক
D = শ্যাফটের ব্যাস
L = " দৈর্ঘ্য
θ = মোচড় কোণ
J = পোলার মোমেন্ট
G = দৃঢ়তার গুণাঙ্ক
f_s = শিয়ার পীড়ন

$J = \dfrac{\pi}{32}\left(D^4 - d^4\right)$

* $f_s = \dfrac{16T}{\pi D^3}$, $f_s = \dfrac{TR}{J}$

Work, W = বল × সরণ

W = Jul: $W = F \times d$ (বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্ব)

P = Power Watt: $= F \times 2\pi r$ (d = 2πr)

1 H.P = 746 Watt: $W = 2T\pi N$ [T = Fr]

$H.P / P = \dfrac{W}{t}$ → 60 watt; t → (4500) min; (75) sec

N = বস্তুর ও মোচড় ঘোরা [illegible]

1 H.P = 746 Watt

$\theta = \dfrac{TL}{GJ}$

$\tan\theta = \dfrac{x}{y}$

$J = I_x + I_y$

৯ম অধ্যায়

(শিয়ার ফোর্স ও বেন্ডিং মোমেন্ট)

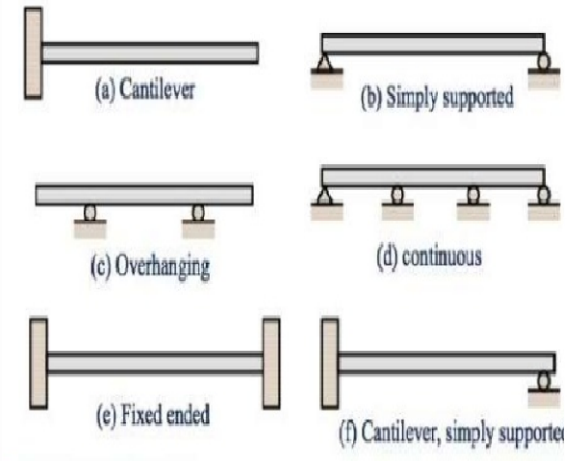
(বীম, সাপোর্ট, শিয়ার ফোর্স ও বেন্ডিং মোমেন্ট ডায়াগ্রাম, বিভিন্ন সমস্যার সমাধান ইত্যাদি)

বীমঃ

- বীম এক প্রকার অনুভুমি কাঠামো। যা একাধিক সাপোর্টের উপর অবস্থান করে এর উপর আরোপিত ভার সাপোর্টে স্থানান্তরিত করে।
- **স্ট্যাটিক্যালি ডিটারমিনেট বীমঃ** যে সকর বীম এর সাপোর্ট প্রতিক্রিয়া সাম্মাবস্থার সুত্রের সাহায্যে নির্ণয়করা যায় তাকে স্ট্যাটিক্যালি ডিটারমিনেট বীম বলে। আবদ্ধ এবং ধারাবাহিক বীম বাদে সকল প্রকার বীম এর সাপোর্ট প্রতিত্রিয়া সাম্মাবস্থা সুত্রের সাহায্যে নির্ণয় করা যায়।
- **স্ট্যাটিক্যালি ইনডিটারমিনেট বীমঃ** যে সকল বীম এর সাপোর্ট প্রতিক্রিয়া সাম্মাবস্থার সুত্রের সাহায্যে নির্ণয় করা যায়না তাকে স্ট্যাটিক্যালি ইনডিটারমিনেট বীম বলে। যেমন আবদ্ধ এবং ধারাবাহিক বীম।

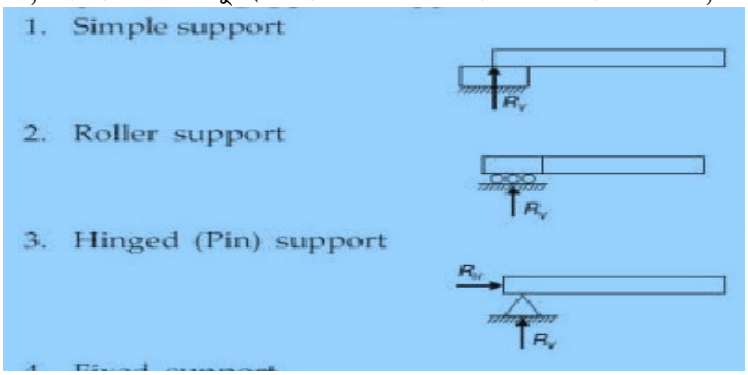
সাপোর্টের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে বীম পাঁচ প্রকার

যথাঃ



- **সাধারণভাবে স্থাপিত বীমঃ** এ সকল বীম এর উভয় প্রান্ত মুক্তভাবে সাপোর্টের উপর অবস্থান করে এর উপর আরোপিত ভার বহন করে।
- **ক্যান্টিলিভার বীমঃ** এ সকল বীম এর একপ্রান্ত সাপোর্টের সাথে দৃঢ়ভাবে আবদ্ধ এবং অপর প্রান্ত মুক্তভাবে থেকে এর উপর আরোপিত ভার বহন করে।
- **ঝুলন্ত বীমঃ** এ সকল বীম এর এক বা উভয় প্রান্ত সাপোর্টের বাইরে বাড়ানো থাকে এবং এ অবস্থায় এর উপর আরোপিত ভার বহন করে।
- **আবদ্ধ বীমঃ** এ সকল বীম এর উভয় প্রান্ত সাপোর্টের সাথে দৃঢ়ভাবে আবদ্ধ থাকে এবং এর উপর আরোপিত বিভিন্ন ভার বহন করে।
- **ধারাবাহিক বীমঃ**
- **ক) আধা ধারাবাহিক বীমঃ** এ সকল বীম তিনটি সাপোর্টের উপর অবস্থান করে এবং এর উপর আরোপিত বিভিন্ন ভার বহন করে।
- **খ) সম্পুর্ণ ধারাবাহিক বীমঃ** এ সকল বীম তিন এর অধিক সাপোর্টের উপর অবস্থান করে এবং এর উপর আরোপিত বিভিন্ন ভার বহন করে।
- **সাম্মাবস্থার সুত্রঃ** আরোপিত বলসমুহের অনুভুমিক উপাংশের বীজগানিতিক যোগফল শুন্য, আরোপিত বলসমুহের উলম্ব উপাংশের বীজগানিতিক যোগফল শুন্য, আরোপিত বলসমুহের মোমেন্ট এর বীজগানিতিক যোগফল শুন্য,
- অর্থাৎ $\sum H = 0, \sum V = 0, \sum M = 0$

বিভিন্ন প্রকার সাপোর্টের বর্ণনাঃ



- **ক) সাধারণ সাপোর্ট:** এরাই একমাত্র সাপোর্ট যা যে কোন দিকে ঘারতে পারে কিন্তু যে কোন একাদকের স্থানান্তর প্রতিরোধ করে। রোলারের সরণ তলের সমকোণে সর্বদা প্রতিক্রিয়া হিসাবে কাজ করে অর্থাৎ উলম্ব ভার বহন করে।
- **খ) কবজা যুক্ত সাপোর্ট:** যে কোন দিকে ঘুরে কিন্তু যে কোন সমতলে স্থানান্তর প্রতিরোধ করে প্রযুক্ত লোডের অবস্থানের উপর ভিত্তি করে যে কোন কোণে প্রতিত্রিয়া ক্রিয়া করে অর্থাৎ অনুভুমিক ও উলম্ব ভার বহন করে।
- **গ) আবদ্ধ সাপোর্ট:** এ সকল সাপোর্ট ঘুরতে বা স্থানান্তারত হওয়া অনুমোদন করে না। বল প্রয়োগের মাধ্যমে স্থানান্তর এবং মোমেন্ট দ্বারা ঘুর্ণন প্রতিরোধ করে।

শিয়ার ফোর্স:

- বীমের যে কোন সেকশনের ডানে অথবা বামে ক্রিয়ারত সকল উলম্ব বলসমুহের বীজগানিতিক যোগফলকে ঐ সেকশনের শিয়ার ফোর্স বলে। আর এ শিয়ার ফোর্স এর ভিত্তিতে যে ডায়াগ্রাম অঙ্কন করা হয় তাকে শিয়ার ফোর্স ডায়াগ্রাম বলে।

শিয়ার ফোর্স ডায়াগ্রাম এর বৈশিষ্ট্য:

- পজেটিভ শিয়ার ফোর্স রেফারেন্স অক্ষের উপরে এবং নেগেটিভ শিয়ার ফোর্স রেফারেন্স অক্ষের নিচে অবস্থান করে।
- শিয়ার ফোর্স ডায়াগ্রাম এর অনুভুমিক সরলরেখা বীমের উপর লোড শুন্য অবস্থা নির্দেশ করে।
- শিয়ার ফোর্স ডায়াগ্রাম এর হেলানো সরলরেখা বীমের উপর সমভাবে বিস্তৃত লোড নির্দেশ করে।
- শিয়ার ফোর্স ডায়াগ্রাম এর উলম্ব সরলরেখা বীমের উপর পয়েন্ট লোড এর কেন্দ্রবিন্দু এবং এর মান নির্দেশ করে।
- শিয়ার ফোর্স ডায়াগ্রাম এর বক্ররেখা বীমের উপর পরিবর্তনশীল লোড নির্দেশ করে।

বেন্ডিং মোমেন্ট:

- বীমের যে কোন সেকশনের ডানে অথবা বামে ক্রিয়ারত সকল উলম্ব বলসমুহের মোমেন্টের বীজগানিতিক যোগফলকে ঐ সেকশনের বেন্ডিং মোমেন্ট বলে। আর এ বেন্ডিং মোমেন্ট এর ভিত্তিতে যে ডায়াগ্রাম অঙ্কন করা হয় তাকে বেন্ডিং মোমেন্ট ডায়াগ্রাম বলে।

বিশুদ্ধ মোমেন্ট কী?

- কোন দন্ডের একপ্রান্তে পিন ব্যবহার করে অন্য প্রান্তে বল প্রয়োগ করলে এরুপে ঘুরে যে, এতে কোন বেন্ডিংমোমেন্ট এর সৃষ্টি হয়না। এই বলের মোমেন্ট কে বিশুদ্ধ মোমেন্ট বলে।

বেন্ডিং মোমেন্ট ডায়াগ্রাম এর বৈশিষ্ট্য:

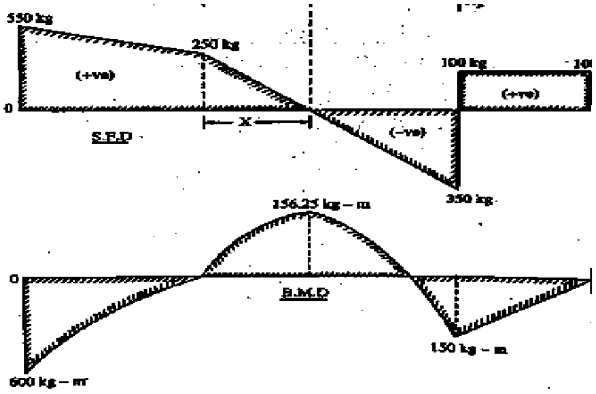
- বেন্ডিং মোমেন্ট ডায়াগ্রাম, সরল রেখা অথবা মসৃন বক্ররেখা দ্বারা গঠিত।
- পজেটিভ বেন্ডিং মোমেন্ট রেফারেন্স অক্ষের উপরে এবং নেগেটিভ বেন্ডিং মোমেন্ট রেফারেন্স অক্ষের নিচে অবস্থান করে।
- সাধারনভাবে স্থাপিত বীমের উভয় প্রান্ত এবং ক্যান্টিলিভার বীমের মুক্ত প্রান্তে বেন্ডিং মোমেন্টের মান শূন্য হবে।
- বেন্ডিং মোমেন্ট ডায়াগ্রাম এর হেলানো সরলরেখা বীমের উপর লোড শূন্য অবস্থা নির্দেশ করে।
- বেন্ডিং মোমেন্ট ডায়াগ্রাম এর মসৃন বক্ররেখা বীমের উপর সমভাবে বিস্তৃত লোড নির্দেশ করে।

বিপদজনক সেকশন ও ইনফ্লেকশন পয়েন্ট:

- বীমের যে সেকশনে শিয়ার ফোর্স এর মান পজেটিভ থেকে নেগেটিভ বা নেগেটিভ থেকে পজেটিভ হয় ঐ সেকশনকে বিপদজনক সেকশন বলে ।
- আর বীমের যে বিন্দুতে বেন্ডিং মোমেন্ট এর মান পজেটিভ থেকে নেগেটিভ বা নেগেটিভ থেকে পজেটিভ হয় ঐ বিন্দুকে ইনফ্লেকশন পয়েন্ট বলে।

- বীমের যে সেকশনে শিয়ার ফোর্স এর মান সর্বোচ্চ, সে সেকশনে বেন্ডিং মোমেন্টের মান সর্বনিম্ন হয়।

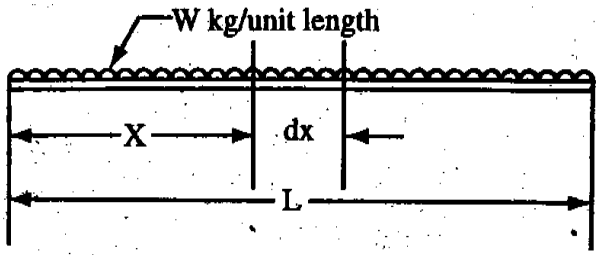
বিপদজনক সেকশন ও ইনফ্লেকশন পয়েন্ট চিত্রের সাহায্যে বর্ণনা:



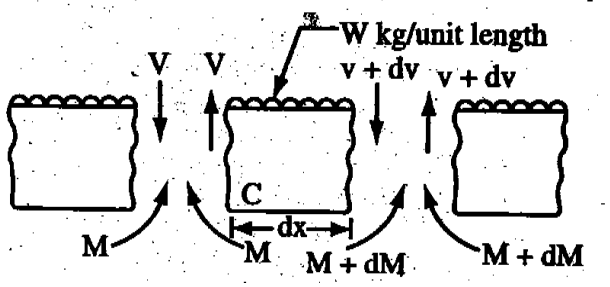
- বীমের যে সেকশনে শিয়ার ফোর্স এর মান পজেটিভ থেকে নেগেটিভ বা নেগেটিভ থেকে পজেটিভ হয় ঐ সেকশনকে বিপদজনক সেকশন বলে । চিত্রে D বিন্দুকে বিপদজনক সেকশন বলে।
- আর বীমের যে বিন্দুতে বেন্ডিং মোমেন্ট এর মান পজেটিভ থেকে নেগেটিভ বা নেগেটিভ থেকে পজেটিভ হয় ঐ বিন্দুকে ইনফ্লেকশন পয়েন্ট বলে। চিত্রে C বিন্দুকে সেকশন বলে।

শিয়ার ফোর্স ও বেন্ডিং মোমেন্ট এর মধ্যকার সম্পর্ক চিত্রের সাহায্যে বর্ণনা:

- সমভাবে বিস্তৃত লোডের একটি সাধারণভাবে স্থাপিত একটি বীম বিবেচনা করি। মনে করি, সাধারণভাবে স্থাপিত একটি বীমের দৈর্ঘ 'L' ।এর উপর প্রতি একক দৈর্ঘে 'W' লোড সমভাবে বিস্তৃত। বীমের বাম প্রান্ত হতে X দূরত্বে একটি ক্ষুদ্র অংশ dx নিই। বীমের বাম প্রান্ত X দূরত্বে শিয়ার ফোর্স V এবং (X+ dx) দূরত্বে (V+dv)। মনে করি, dx অংশ সাম্যাবস্থায় আছে।

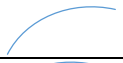
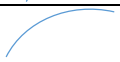


- 'x' **দূরত্বে বেন্ডিং মোমেন্টের পরিমাণ** = M
- এবং (x + dx) **দূরত্বে বেন্ডিং মোমেন্টের** পরিমাণ = M + dM
- এখন 'dx' অংশের C **বিন্দুতে মোমেন্ট হলে**
- (V+ dv) x dx - [M + dM] + M – Wdx. $\frac{dx}{2}$= 0
- বা, Vdx + dvdx - M - dM + M – $\frac{Wdx^2}{2}$ = 0
- dv এবং dx **খুবই ক্ষুদ্র বলে এবং এদের গুণফল আরো ক্ষুদ্র বলে অগ্রাহ্য করলে** Vdx - dM = 0
- Vdx = dM
- অতএব, **যে কোন সেকশনের বেন্ডিং মোমেন্ট পরিবর্তনের হার** $\frac{dM}{dx}$**ঐ সেকশনের শিয়ার ফোর্স** V এর **সমান অর্থাৎ মোমেন্ট পরিবর্তনের হার** = V শিয়ার ফোর্স।
- এটাই শিয়ার ফোর্স (V) **এবং বেন্ডিং মোমেন্ট** (M) এর মধ্যে সম্পর্ক।



- **শিয়ার ফোর্স যেখানে শূন্য অথবা চিহ্ন পরিবর্তন করে, সেখানে সর্বোচ্চ বেণ্ডিং মোমেন্ট** (Bending moment) হয়।

যুগল:যখন দুটি সমান ও সমান্তরাল বল একটি অপরটির বিপরীত দিকে ক্রিয়া করে কিন্ত তাদের ক্রিয়া একই সমান্তরাল রেখা বরাবর কাজ করেনা তাকে যুগল বলে। এটা ঘড়ির কাটার দিকে বা বিপরীতমুখী হতে পারে।

SFD	BMD
(আনুভুমিক হলে)	(তীর্যক হবে)
(তীর্যক হলে)	 (2° কার্ভ হবে)
(2° কার্ভ হলে)	 (3° কার্ভ হবে)

হিজ্জ সাপোর্ট হলে:

১। যে বিমের শক্তি বেশি সে বিম নিচে থাকবে।

২। উপরের বিমের হিসাব আগে করতে হবে।

SFD & BMD শিখে নিন

S.F.D Calculation:

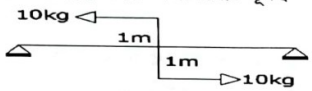
* S.F.D নির্ণয় করার সময় শুধুমাত্র বলের হিসাব আসবে অন্য কোন হিসাব আসবেনা।

B.M.D Calculation:

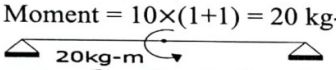
* B.M.D নির্ণয়ে Pure Moment হিসাব আসবে।
* যোগল বা কাপল এর হিসাব আসবে।
* S.F.D এর অংকনের পর যে ক্ষেত্র তৈরী হবে তার ক্ষেত্রফলের মানই B.M.D.

যোগল হতে মোমেন্ট তৈরীর টিপস:

যোগল = যেকোন একটি বল×মোট দূরত্ব



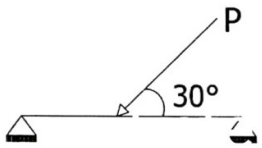
Moment = 10×(1+1) = 20 kg-m



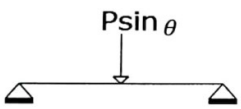
Note: যুগলের বীমের নিচে তীর চিহ্ন যেদিকে তাই হবে মোমেন্ট এর চিহ্ন।

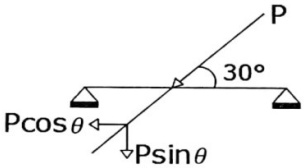
Moment বিষয়ে বেসিক ধারণা:

Note: S.F.D নির্ণয়ে মোমেন্ট এর হিসাবে ঐ বলগুলো আমরা নিতে পারব যা বীমের সাথে 90° কোণে থাকবে। যেমন:



পাশের চিত্রে, P বল বীমের সরাসরি 30° কোণে তাই একে নিতে পারব না। যখন উপাংশে ভাগ করার পর P এর যে উপাংশ বীমের সাথে 90° কোণে হবে সেটা আমরা নিব।





যেহেতু, Moment = বল×লম্ব দূরত্ব

তাই Psinθ বীমের সাথে 90° কোণে থাকায় হিসাবে আসবে।

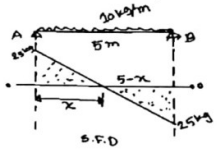
বিপদজনক সেকশন নির্ণয় করার পদ্ধতি:

পদ্ধতি-১। ধরে নিই, A বিন্দু হতে বিপদজনক সেকশন দূরত্ব x

$$x = \frac{A \text{ বিন্দু বরাবর } S.F.D \text{ এর মান}}{\text{বিস্তৃত লোডের মান}}$$

$$= \frac{25}{10}$$

$$= 2.5 \text{ m}$$



পদ্ধতি-২। সমভাবে বিস্তৃত লোডের ফলে যে ত্রিভুজ গুলোর উৎপত্তি হয় এগুলোকে সাদৃশ্য ত্রিভুজ বলে। এই ত্রিভুজগুলো একটি নিয়ম মেনে চলে।

সূত্র: সাদৃশ্য ত্রিভুজে বাহুগুলোর অনুপাত সমান:

$$\frac{\text{লম্ব বাহু}}{\text{আনুভূমিক বাহু}} = \frac{\text{লম্ব বাহু (অপর ত্রিভুজের)}}{\text{আনুভূমিক বাহু}}$$

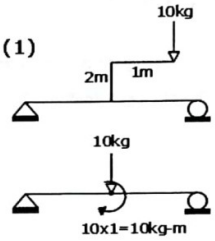
$$\Rightarrow \frac{25}{x} = \frac{25}{5-x}$$

$$\Rightarrow x = 2.5m$$

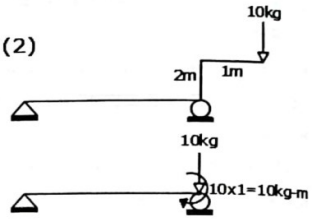
নোট: ইনফ্লেকশন বিন্দু বের করতে চাইলে পদ্ধতি-২ অনুসারে করবেন।

Some special loding patten of Beam:

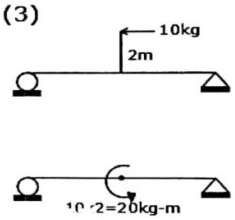
(1)



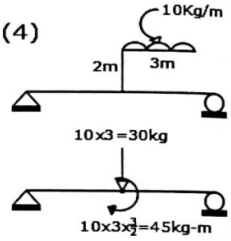
(2)



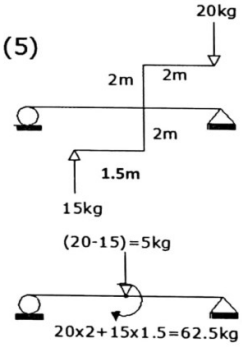
(3)



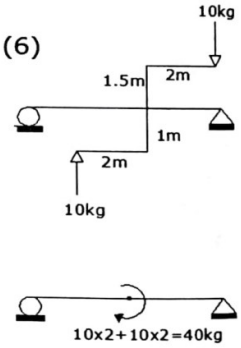
(4)



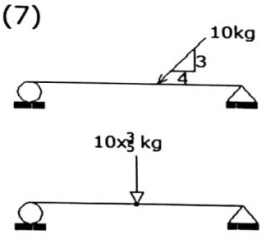
(5)



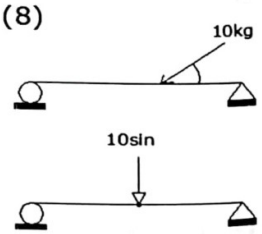
(6)



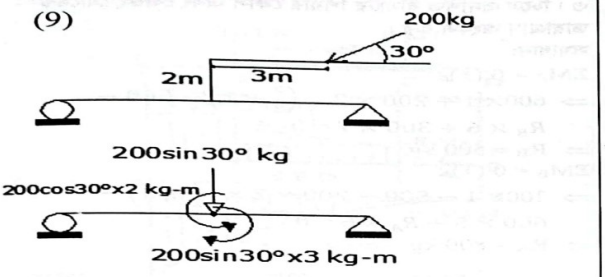
(7)



(8)

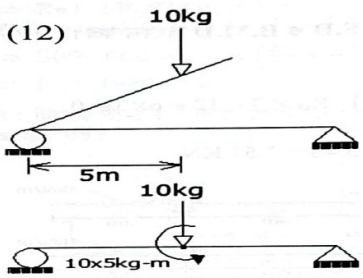


(9)



(10)

(12)



(13)